

**Завдання №5.** За допомогою комп'ютерної програми побудуйте циліндр та його перерізи різними площинами. Які перерізи утворилися?



**Завдання №6.** Криниця має форму циліндра, діаметр основи якого 1,5 м, а глибина — 4 м. Вона заповнена водою на  $\frac{3}{4}$ . Обчислити з точністю до 0,01 м<sup>3</sup> об'єм води в криниці.

#### Література

1. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. [електронний ресурс] — Режим доступу: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standardu.docx>

2. Бевз Г. П. Методика викладання математики: Навчальний посібник 3-тє видання — К.: «Вища школа», 1989. — 367 с.

3. Колягин Ю. М. Учись решать задачи / Колягин Ю. М., Оганесян В. А. / Пособие для учащихся — М.; 1980. — 96 с.

**Анотація.** Формування в учнів вміння розв'язувати стереометричні задачі. У тезах розглянуто проблему формування в учнів вміння розв'язувати стереометричні задачі.

**Ключові слова:** навчання математики, тіла обертання.

**Аннотация.** Формирование у учащихся умения решать стереометрические задачи. В тезисах рассмотрена проблема формирования у учащихся умения решать стереометрические задачи.

**Ключевые слова:** обучение математике, тела вращения.

**Summary.** Developing students' ability to solve stereometric problems. Theses consider the problem of forming students' ability to solve stereometric problems.

**Keywords:** teaching mathematics, bodies of rotation.

**Молчановська В.О.**

*Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького*

## ОПТИМІЗАЦІЯ КОНСЕРВНОЇ БАНКИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

Будь-яка бізнес-компанія, що займається виробництвом товарів чи благ, намагається зробити це виробництво якомога прибутковим. З проблемою мінімізації витрат мають справу, зокрема, виробники металевої тари циліндричної форми для консервованих продуктів. Таким чином, актуальною є задача відшукування оптимальних розмірів такої банки, за яких її виготовлення було б найбільш вигідним порівняно з банками інших розмірів, у відповідності до певних критеріїв.

У курсі математичного аналізу класичною є задача про оптимальні розміри «теоретичної» консервної банки. Задача полягає в тому, щоб знайти такі розміри консервної банки циліндричної форми, за яких вона мала б задану місткість і при цьому витрати на матеріал (жерсть) були б мінімальними. «Теоретичність» банки полягає в тому, що витрати на закаточні шви, які виникають в процесі виготовлення банки, та на відходи при вирізанні заготовок, не враховуються. Розв'язком цієї задачі є банка, висота якої співпадає з діаметром основи (осьовий переріз банки є квадратом). Аналіз банок зі згущеним молоком, які продаються у магазинах, показав, що ці 370-грамові банки мають розміри  $R \approx 3.5$  см і  $H \approx 7$  см, що співпадає з розв'язком задачі про «теоретичну» банку. Такими ж є банки, що використовуються для пакування ще деяких продуктів (рисунок 1).



Рис. 1. Приклад жерстяних банок, в перерізі яких – квадрат.

Очевидно, що така модель банки не є адекватною, оскільки вона не враховує всіх витрат. З огляду на це було запропоновано іншу математичну модель, в основі якої покладено такі припущення.

*Припущення 1.* На виготовлення дна і кришки циліндричної банки витрачається не дві круглі заготовки радіуса  $R$ , а два шестикутники, описані навколо кожного з таких кіл. Таке припущення обумовлене тим, що круглі заготовки виготовляються з великого (порівняно з  $R$ ) прямокутного листа жерсті, який попередньо розкромлений на заготовки. Найкращий розкрій такий, при якому на заданому листі вміщується максимальна кількість кіл. Як можна дізнатися з [2], для великих листів це досягатиметься у випадку гексагональної упаковки кругів, за принципом бджолиних комірок (див. рисунок 2).

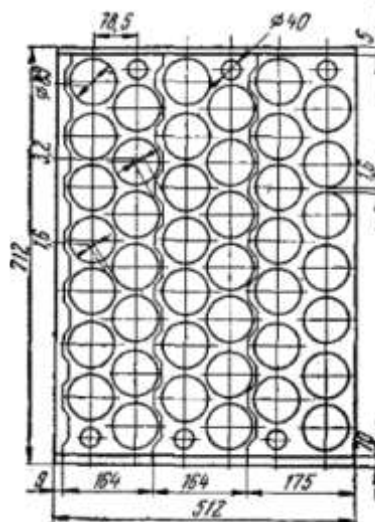


Рис. 2. Приклад розкрійної карти для консервних банок [4].

*Припущення 2.* При виготовленні банки циліндрична поверхня отримується шляхом спаювання протилежних сторін прямокутної заготовки, а кришка і дно приєднуються до бічної поверхні за допомогою закаточних швів. І на запайку, і на шви затрачається деяка частина матеріалу заготовок і це треба врахувати.

Використовуючи запропоновану модель, була сформульована основна

**Задача.** Консервна банка виготовляється із трьох частин: дві заготовки для основи та одна для бічної поверхні (див. рисунок 3).

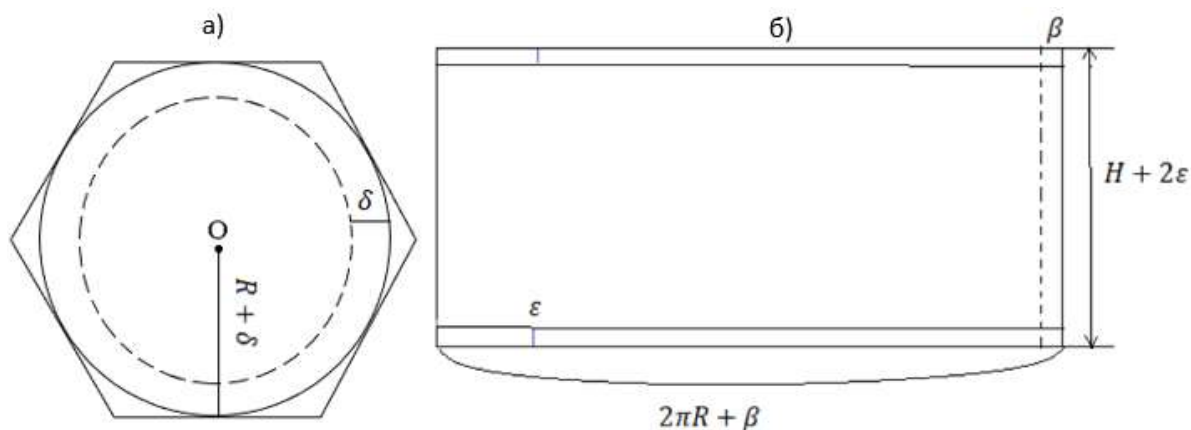


Рис.3. Заготовки для консервної банки.

Тут  $R$  – радіус основи банки,  $\delta$  – загин під бічну стінку,  $H$  – ефективна висота банки (відстань між основами),  $\beta$  – ширина смуги, яка йде на шов бічної сторони,  $\epsilon$  – ширина смуги, яка на з’єднання з кришкою. Значення параметрів  $\delta$ ,  $\beta$  та  $\epsilon$  можна знайти в [4, с. 49]. Так,  $2\delta$  змінюється в межах від 1,57 см до 1,90 см;  $\beta$  – від 0,9 до 1,26 см;  $\epsilon$  – від 0,9 до 1,03 см.

Необхідно знайти такі значення  $R$  та  $H$ , при яких банка мала б задану місткість  $V$  і при цьому витрати на заготовки були б мінімальними.

Використовуючи теорію екстремуму для функцій однієї змінної (див. [1], [3]), було встановлено, що оптимальні значення  $R$  та  $H$  мають задовольняти співвідношення:

$$8\sqrt{3}(R + \delta) - \frac{2V}{R^2} - \frac{2\beta V}{\pi R^3} + 4\pi\epsilon = 0, H = \frac{V}{\pi R^2}.$$

Використовуючи одержане рівняння, перевіримо чи є оптимальними з точки зору даної задачі розміри 370-грамової банки для згущеного молока. Легко перекопатися, що місткість такої банки становить приблизно  $300 \text{ см}^3$ . Поклавши у рівнянні вище  $V$  рівним  $300 \text{ см}^3$ , а  $2\delta$ ,  $\beta$  і  $\epsilon$  рівними серединам наведених вище діапазонів, одержимо рівняння з числовими коефіцієнтами. Розв’язавши його за допомогою ресурсу Wolfram Alpha [5], одержимо, що мінімальні затрати на виготовлення циліндричної банки вказаної місткості, будуть при  $R \approx 3.14 \text{ см}$  і  $H \approx 9.69 \text{ см}$ . При цьому, банки зі згущеним молоком, що продаються у магазинах, мають розміри  $R \approx 3.5 \text{ см}$  і  $H \approx 7 \text{ см}$ . Тобто, якщо розміри 370-грамової банки для згущеного молока замінити з  $R \approx 3.5 \text{ см}$  і  $H \approx 7 \text{ см}$  на  $R \approx 3.14 \text{ см}$  і  $H \approx 9.69 \text{ см}$ , то одержимо банку того ж об’єму, але з меншими витратами на жерсть. Таким чином, як видається, виробництво таких банок може бути оптимізоване.

#### Список використаних джерел

1. Кудрявцев Л.Д. / Курс математического анализа. - М.: Высшая школа, 1988—1989. — Том 1. — С. 356.
2. Ласло Фейеш Тот. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. Пер. с немецкого И.М. Макаровой. - М., Физматлит, 1958. - 364 с.
3. Фихтенгольц Г.М. / Курс дифференциального и интегрального исчисления — Том 1. — С.276—280.
4. Чупахин В.М. Производство жестяной консервной тары / Чупахин В.М., Леонов И.Т. — М.: Пищевая промышленность, 1974. — 434 с.
5. WolframAlpha. Computational Intelligence. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.wolframalpha.com/>

**Науковий керівник:** ст. викладач, кандидат фізико-математичних наук Бабенко С.В.

**Пахомова А. Я.**

*Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького*

#### ПРО ПІДГОТОВКУ УЧНІВ ДО ЗНО З МАТЕМАТИКИ

Математика відіграє важливу роль у нашому житті: різні технічні, фізичні, соціальні процеси відбуваються за законами математики також різні геометричні фігури оточують нас