

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ СВІТЛЯЧКІВ І ЗГРАЇ ВОВКІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ І МАШИННОГО НАВЧАННЯ

У роботі розглянуто метаевристичні методи розв'язування задач глобальної оптимізації, які відносяться до методів ройового інтелекту. Одними із нових методів даного класу є метод світлячків і метод зграї вовків, які є потенційно більш потужними, ніж класичні чисельні методи оптимізації. Метою даної роботи є вдосконалення відповідних методів шляхом їх модифікації та застосування до розв'язування задач глобальної оптимізації і машинного навчання. Запропоновано модифікований метод світлячків методом зграї вовків. Досліджено залежність ефективності модифікованого методу від обраних параметрів. Розроблено програмний комплекс з графічним інтерфейсом користувача для розв'язування задач оптимізації і динамічної візуалізації процесу його знаходження методами зграї вовків, світлячків та модифікованим методом. Представлені популяційні методи застосовані для задачі відновлення регресії.

**Ключові слова:** метод світлячків, метод зграї вовків, методи ройового інтелекту, задача оптимізації, машинне навчання, регресія.

### Вступ

Широко відомі методи математичного програмування для розв'язку задач оптимізації є детермінованими. Ефективність таких методів ґрунтується на повному використанні зручних властивостей цільової функції (опуклість, гладкість, і т.п.), які мають бути відомі заздалегідь. Для багатьох практичних задач такі властивості або не виконуються, або невідомі заздалегідь, тому застосування даних методів недоцільно. Для розв'язування таких задач сьогодні використовують недетерміновані (стохастичні) методи, які працюють одночасно з великою кількістю поточних розв'язків, та є більш ефективними і універсальними.

Такі багатоагентні алгоритми, засновані на використанні популяції і працюють з набором потенційних розв'язків. Кожен розв'язок поступово поліпшується і оцінюється, таким чином, кожен потенційний розв'язок впливає на те, як будуть покращені інші розв'язки. Більшість популяційних методів запозичили таку концепцію з біології: процес пошуку найкращого розв'язку імітує деякий природний процес або поведінку певних видів тварин, причому враховуються їх видові особливості.

На даний час існує досить багато стохастичних методів оптимізації. Одними з найбільш вивчених серед них є роеві алгоритми. Ідея даних методів запозичена з соціальної поведінки деяких видів тварин, наприклад, зграї птахів, косяка риб або стада копитних.

Дослідження показали ефективність ройових алгоритмів і доцільність їх застосування при розв'язуванні задач як безумовної, так і умовної оптимізації функцій багатьох змінних. Постійно пропонуються нові чи модифіковані алгоритми для поліпшення продуктивності методів даної групи або для розширення сфери їх застосування.

Найбільш відомими серед біоінспірованих алгоритмів є наступні:

- метод пошуку зозулі (Cuckoo Search Algorithm, CSA);
- метод кажанів (Bat Algorithm, BA);
- метод світлячків (Firefly Algorithm, FFA);
- метод зграї вовків (Wolf Pack Search, WPS).

Перераховані методи спочатку були розроблені для розв'язування задач однокритеріальної безумовної оптимізації з дійсними змінними, але можуть бути

модифіковані і для розв'язування задач безумовної та умовної оптимізації, а також для задач дискретної оптимізації.

Кожен із наведених алгоритмів імітує характерну поведінку певного виду тварин: CSA – спосіб відкладання яєць зозулями, BA – ехолокацію кажанів, FFA – випромінювання від світлячків, WPS – процес полювання зграї вовків [3]. Початкова популяція потенційних розв'язків генерується випадковим чином і далі шукається оптимальний розв'язок в процесі свого розвитку. На відміну від еволюційних алгоритмів, тут не використовуються генетичні оператори. У ройових алгоритмах особини (частинки) переміщуються в гіперпросторі в процесі пошуку розв'язків і враховують успіхи своїх сусідів. Якщо одна частинка бачить хороший (перспективний) шлях (в пошуках їжі або захисту від хижаків), то інші частинки здатні швидко піти за нею, навіть якщо вони перебували в іншому кінці рою. З іншого боку, в рої для збереження досить великого простору пошуку повинні бути частинки з долею випадковості в своїй поведінці [6].

### 1. Загальний опис популяційних методів світлячків і зграї вовків

Нехай задана цільова функція  $f(x)$ , визначена на множині допустимих значень  $X \subseteq R^m$  [1].

Необхідно знайти глобальний мінімум функції  $f(x)$  на множині  $X$  :

$$f(x^*) = \min_{x \in X \subseteq R^m} f(x). \quad (1)$$

де  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ ,  $X = \{x \mid x_i \in [x_{\min}, x_{\max}], i \in \overline{1, m}\}$ .

Задача пошуку максимуму функції  $f(x)$  зводиться до задачі пошуку мінімуму:

$$f(x^*) = \max_{x \in X \subseteq R^m} f(x) = -\min_{x \in X \subseteq R^m} (-f(x)).$$

**Оптимізація роєм світлячків** (*glowworm swarm optimization*) запропонована Кришнанандом (Krishnanand) і Госе (Ghose) і заснована на поведінці жуків-світлячків [6]. Базова ідея методу полягає в тому, що світлячка притягує будь-який інший світлячок, який світиться більш яскраво, і це притягання (відстань, що долається світлячком до більш яскравого) сильніша, якщо відстань між світлячками менша [9].

Світлячки породжують світло з інтенсивністю, яка обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Це явище є свідченням того, що світлячка видно на обмеженій відстані. Мають місце наступні припущення :

- Притягання світлячка пропорційне яскравості, тому в довільній парі світлячків менш яскравий світлячок буде прагнути до більш яскравого; притягання зменшується зі збільшенням відстані. Якщо немає більш яскравого світлячка, то він рухатиметься випадковим чином [8].

- Так, як метод світлячків є метаевристичним алгоритмом, можна задати інтенсивність як завгодно, за умови, що більш висока інтенсивність пов'язана з більш хорошою позицією (більш хорошим розв'язком).

- Інтенсивність яскравості світлячка визначається як інверсія функції, так, щоб мале значення функції мало високу інтенсивність, а більше значення функції – низьку.

- Слід задати притягання так, щоб до більш яскравого світлячка зміщувалися ближчі світлячки, а не більш віддалені [9].

Метод світлячків починається з розміщення світлячків випадковим чином у просторі таким чином, щоб вони були добре розсіяні. Спочатку всі світлячки містять величину, рівну кількості люциферину. Кожна ітерація складається з фази оновлення люциферину з подальшим рухом фази, що базується на правилі переходу [7].

**Метод пошуку зграї вовків** – метаевристичний алгоритм, запропонований у 2007 році, ідея якого взята з соціальної поведінки зграї вовків.

Для вовків типовий сімейний спосіб життя: вони живуть зграями – сімейними групами, що складаються з пари «вожаків», їх родичів, а також сторонніх одиноких вовків. Всередині зграї спостерігається строго окреслена ієрархія, на вершині якої знаходиться «вожак» зграї, направляючий інших особин на пошук жертви. Вовки «досліджують» місцевість на наявність здобичі, коли хтось із них почує запах жертви, починається її пошук. Чим сильніше відчувається запах, тим ближче вовки до жертви. Таким чином, вони переміщуються у напрямку посилення запаху жертви. Причому, вовки поділяються на невеликі групи, і кожна група здійснює пошук в якомусь певному напрямку, відмінному від напрямів інших груп. У підсумку, коли один із вовків знайде жертву, він подає сигнал «вожаку» і іншим, щоб поділитися здобиччю з вовками зі зграї [11].

Метод пошуку зграї вовків імітує процес їх полювання.

Припустимо, що місцевість, де полюють вовки – це пошукова область у задачі оптимізації, а частинки – це вовки. Нехай спочатку згенеровано  $N$  вовків в евклідовому просторі розмірністю  $d$ , тобто позицію кожного вовка представлено у виді вектора  $x_i = (x_1, \dots, x_d)$ , який визначає його координати в просторі.

Таким чином, зграя (популяція) являє собою множину потенційних розв'язків, координати яких, оновлюються на кожній ітерації, поки не знайдеться оптимальний розв'язок.

Цільова функція  $f(x)$  характеризує настільки сильно відчувається запах жертви, координати жертви і є шуканою оптимальною точкою.

«Вовки» виконують пошук оптимальної точки об'єднуючись у групи, які рухаються в різних напрямках і обмінюються між собою інформацією.

Алгоритм пошуку можна охарактеризувати за допомогою трьох правил.

1. «Вовк» із найкращим значенням цільової функції на даному кроці – вожак. Якщо на наступній ітерації знайдеться інша особина з кращим значенням цільової функції, ніж у вожака, то зграя «обирає» нового вожака відповідно.

2. Решта вовків вивчають місцевість на наявність жертви,  $f(x_i)$  характеризує, як сильно відчувається запах жертви  $i$ -м вовком. Тоді величина  $GBest$  характеризує як сильно відчувається запах жертви вожаком зграї.

3. Вожак зграї «повідомляє» решті «вовків» у зграї про своє місцезнаходження, як найближчу відстань до жертви, щоб ті переміщалися в напрямку до нього. На цьому етапі вожака розглядають, як жертву, тобто ціль до якої варто наблизитися. Тоді вовки зграї переміщуються в напрямку вожака з кроком  $step$ , що спочатку визначено, причому  $d$ -а координата  $i$ -го вовка на  $k+1$ -й ітерації обраховується за формулою:

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + step \cdot \frac{(Gbest_d^k - x_{id}^k)}{\|Gbest_d^k - x_{id}^k\|}, \quad (2)$$

де  $Gbest_d^k$  –  $d$ -а координата вожака, визначеного за  $k$  попередніх ітерацій,  $\|..\|$  – норма для простору пошуку.

Із формули (2) та описання алгоритму бачимо, що в методі пошуку зграєю вовків оновлюються лише координати вовків без врахування швидкості їх переміщення у просторі. Тобто, для методу WPS достатньо підібрати лише два параметри – розмір популяції та крок  $step$  з яким переміщуються вовки в напрямку вожака та жертви.

## 2. Модифікований метод світлячків методом зграї вовків

У методі світлячків, як і у методі вовків, є складова переміщення, а саме зближення двох будь-яких світлячків. У методі вовків передбачається зближення вовків тільки до

найкраще пристосованого (по фітнес-функції). Тому у методі світлячків можна ще додати переміщення до найкращого  $x_{k^*}$  за формулою:

$$x_k = x_k + \text{step} \frac{x_{k^*} - x_k}{|x_{k^*} - x_k|}, k \neq k^*, \quad (3)$$

де  $\text{step}$  – параметр, який унаслідований від методу вовків. Тобто в результаті проходження по всім світлячкам, ми обрали найкращого та перемістили всіх інших в його напрямі з кроком  $\text{step}$ .

Тоді алгоритм модифікованого методу можна записати так:

**Крок 1.** Ініціалізація

**1.1** Задамо параметр притягання  $\beta_{\max}$ , коефіцієнт поглинання світла  $\gamma$ , параметр  $\alpha$  для обчислення вектору позиції, причому  $0 < \beta_{\max} < 1$ ,  $0 < \gamma < 1$ ,  $\alpha \in [0;1]$ .

**1.2** Задамо максимальну кількість ітерацій  $N$ , розмірності популяції  $K$ , довжини вектору позиції світлячка  $M$ , мінімальні і максимальні значення для вектора позиції  $x_j^{\min}, x_j^{\max}, j \in \overline{1, M}$ .

**1.3** Задаємо цільову функцію

**1.4** Випадковим чином створюємо кращий розв'язок  $x^* = (x_1^*, \dots, x_M^*)$ ,  $x_j^* = x_j^{\min} + (x_j^{\max} - x_j^{\min})\text{rand}()$ , де  $\text{rand}()$  – функція, що повертає рівномірно розподілене число в діапазоні  $[0;1]$ .

**1.5** Створюємо вихідну популяцію  $P$

**1.5.1** Номер світлячка  $k = 1$

**1.5.2** Випадковим чином створюємо вектор позиції  $x_k$ ,

$$x_k = (x_{k1}, \dots, x_{kM}), x_{kj} = x_j^{\min} + (x_j^{\max} - x_j^{\min})\text{rand}()$$

**1.5.3** Якщо  $x_k \notin P$ , то  $P = P \cup x_k$ ,  $k = k + 1$

**1.5.4** Якщо  $k \leq K$ , то перейдемо на крок 1.5.2

**Крок 2.** Номер ітерації  $n = 1$ .

**Крок 3.** Номер світлячка  $k = 1$ .

**Крок 4.** Номер світлячка  $l = 1$ .

**Крок 5.** Якщо  $F(x_l) < F(x_k)$ , то перемістити  $k$ -го світлячка до  $l$ -го світлячка, тобто змінити позицію  $k$ -го світлячка

**5.1**  $\beta = \beta_{\max} e^{-\gamma d_{kl}^2}$ , де  $d_{kl}$  – відстань між світлячками

**5.2**  $x_k = x_k + \beta(x_l - x_k) + \alpha(\text{rand}(1,2) - 0.5)$ ;

**5.3**  $x_{kj} = \max\{x_j^{\min}, x_{kj}\}, x_{kj} = \min\{x_j^{\max}, x_{kj}\}, j \in \overline{1, M}$

**Крок 6.** Якщо  $l < K$ , то  $l = l + 1$  перейти на крок 5

**Крок 7.** Якщо  $k < K$ , то  $k = k + 1$  перейти на крок 4

**Крок 8.** Визначити кращого світлячка за цільовою функцією  $k^* = \arg \min F(x_k)$

**Крок 9.** Якщо  $F(x_{k^*}) < F(x^*)$ , то  $x^* = x_{k^*}$

$$x_k = x_k + \text{step} \frac{x_{k^*} - x_k}{|x_{k^*} - x_k|}, k \neq k^*$$

**Крок 10.** Якщо  $n < N$ , то  $n = n + 1$ , перейти на крок 3

Відповіддю є  $x^*$ .

Метод світлячків працює довше по часу у порівнянні з методом вовків, оскільки перерахунок для світлячків займає час  $O(n^2)$ , де  $n$  – загальна кількість світлячків, а у методі вовків перерахунок для руху вовків-агентів займає час  $O(n)$ . Обидва методи збігаються до шуканого розв’язку з довільного початкового положення агентів на досліджуваній області. Комбінація алгоритмів вовків та світлячків (модифікований метод) повинна дати кращий результат від результату канонічного алгоритму світлячків, але час його роботи буде трохи довший.

Для тестування модифікованого методу світлячків методом зграї вовків було розглянуто наступні задачі.

1. Знайти глобальний мінімум функції Богачевського:

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 0.3 \cdot \cos(3\pi x) - 0.4 \cdot \cos(4\pi y) + 0.7, x \in [-2; 2], y \in [-2; 2],$$

точний розв’язок:  $f(0,0) = 0$  [5].

Максимальна кількість ітерацій  $iter = 500$ .

Таблиця 1

Результати обчислювальних експериментів для функції Богачевського

Розмір популяції $K$	Притягування $\beta_{\max}$	Поглинання світла $\gamma$	Довжина кроку $step$	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
50	0.1	0.6	0.2	0.000430948; 0.001916238	0.0001259690
	0.3	0.7	0.5	0.005153592; 0.003377971	0.0007635158
	0.5	0.8	0.7	0.000302228; 0.000365879	0.00000580401
80	0.1	0.6	0.2	0.001414772; 0.000273958	0.00003119069
	0.3	0.7	0.5	0.001005453; 0.000704590	0.00003115277
	0.5	0.8	0.7	0.00026625; 0.00035190	0.00000517634

Встановлено, що для отримання найбільш точного розв’язку у задачі знаходження глобального мінімуму функції Богачевського найкращими параметрами є наступні:

- розмір популяції  $K = 80$ ;
- коефіцієнт притягування  $\beta_{\max} = 0.5$ ;
- коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.8$ ;
- довжина кроку  $step = 0.7$ .

2. Знайти глобальний мінімум функції Растрігіна:

$$f(x, y) = 20 + x^2 - 10 \cdot \cos(\pi x) + y^2 - 10 \cdot \cos(\pi y), x \in [-3; 3], y \in [-3; 3],$$

точний розв’язок:  $f(0,0) = 0$  [5].

Максимальна кількість ітерацій  $iter = 500$ .

Таблиця 2

Результати обчислювальних експериментів для функції Растрігіна

Розмір популяції $K$	Притягування $\beta_{\max}$	Поглинання світла $\gamma$	Довжина кроку $step$	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
50	0.1	0.6	0.2	0.0012326315; 0.0005544932	0.0003624296
	0.3	0.7	0.5	0.0006274407; 0.0044102555	0.0039366530
	0.5	0.8	0.7	0.0014009387; 0.0043789981	0.004193421
80	0.1	0.6	0.2	0.0017063826; 0.0012597856	0.000892519
	0.3	0.7	0.5	0.0013422526; 0.0015121258	0.000811054
	0.5	0.8	0.7	0.0004136060; 0.0001807401	0.0000404197

Встановлено, що для отримання найбільш точного розв'язку у задачі знаходження глобального мінімуму функції Растрігіна найкращими є ті самі параметри, що і для функції Богачевського.

3. Знайти глобальний мінімум функції Еклі:

$$f(x, y) = 20e^{\frac{1}{5\sqrt{2}}(x^2+y^2)} - e^{\frac{1}{2}(\cos(2\pi x)+\cos(2\pi y))} + e - 20, x \in [-3;3], y \in [-3;3].$$

точний розв'язок:  $f(0,0) = 0$  [5].

Максимальна кількість ітерацій  $iter = 600$ .

Таблиця 3

Результати обчислювальних експериментів для функції Еклі

Розмір популяції $K$	Притягування $\beta_{\max}$	Поглинання світла $\gamma$	Довжина кроку $step$	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
50	0.1	0.6	0.2	0.0018494165; 0.0019489750	0.0002140786
	0.3	0.7	0.5	0.0011368835; 0.0051246707	0.0008170242
	0.5	0.8	0.7	0.0054095870; 0.0009479024	0.0008943168
100	0.1	0.6	0.2	0.0003040805; 0.0000480720	0.0000028107
	0.3	0.7	0.5	0.0011660365; 0.0002191916	0.00004174703
	0.5	0.8	0.7	0.0024265766; 0.0045231410	0.00078123820

Встановлено, що для отримання найбільш точного розв'язку у задачі знаходження глобального мінімуму функції Еклі найкращими параметрами є наступні:

- розмір популяції  $K = 100$ ;

- коефіцієнт притягування  $\beta_{\max} = 0.1$ ;
- коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.6$ ;
- довжина кроку  $step = 0.2$ .

#### 4. Розв'язування задач глобальної оптимізації та регресійного аналізу

##### 4.1 Задача глобальної оптимізації

Розглянуті канонічні та модифікований методи реалізовано у середовищі MATLAB. Даний програмний комплекс має графічний інтерфейс, який містить поля для введення параметрів методу користувачем і набір тестових функцій, та дозволяє вивести отриманий розв'язок задачі оптимізації і динамічну візуалізацію процесу його пошуку (рис. 1).

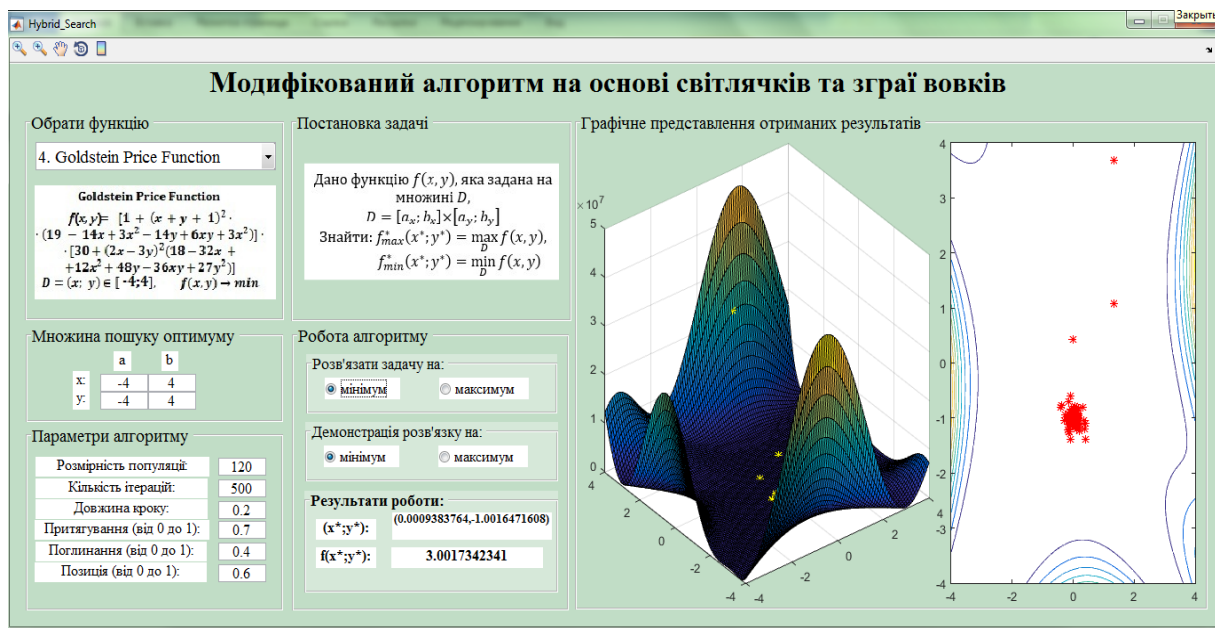


Рис. 1 Результати роботи модифікованого методу світлячків методом зграї вовків

Проведемо порівняльний аналіз розглянутих методів. Всі популяційні методи є досить чутливими до вибору параметрів, тому при порівнянні розв'язків для кожної задачі було встановлено свої значення.

Для функції Богачевського було обрано наступні вхідні параметри: максимальна кількість ітерацій  $iter = 500$ , розмір популяції  $K = 80$ , коефіцієнт притягування  $\beta_{\max} = 0.5$ , коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.8$ , довжина кроку  $step = 0.7$ .

Отримані результати наведено в табл.4.

Таблиця 4

Результати обчислювальних експериментів для функції Богачевського

Назва методу	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
Метод світлячків	0.0001975556; 0.0030128206	0.0003053582
Метод зграї вовків	0.0207732950; 0.0084736815	0.0085720838
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.00026625; 0.00035190	0.0000051763

Для функції Растрігіна було обрано наступні вхідні параметри:

- максимальна кількість ітерацій  $iter = 500$ ;
- розмір популяції  $K = 80$ ;
- коефіцієнт протягування  $\beta_{max} = 0.5$ ;
- коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.8$ ;
- довжина кроку  $step = 0.7$ .

Отримані результати наведені в табл.5.

Таблиця 5

Результати обчислювальних експериментів для функції Растрігіна

Назва методу	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
Метод світлячків	0.0020873710; 0.0034305388	0.0031991119
Метод зграї вовків	0.0042528650; 0.0032496026	0.0056830092
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.0004136060; 0.0001807401	0.0000404197

Для функції Еклі було обрано наступні вхідні параметри:

- максимальна кількість ітерацій  $iter = 600$ ;
- розмір популяції  $K = 100$ ;
- коефіцієнт протягування  $\beta_{max} = 0.1$ ;
- коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.6$ ;
- довжина кроку  $step = 0.2$ .

Отримані результати наведені в табл.6.

Таблиця 6

Результати обчислювальних експериментів для функції Еклі

Назва методу	Точка мінімуму $x^*$	Значення функції $f(x^*)$
Метод світлячків	0.0003464753; 0.0005535104	0.0000126462
Метод зграї вовків	0.0038046717; 0.0034332331	0.0007787430
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.0003040805; 0.0000480720	0.0000028107

Результати проведених обчислювальних експериментів демонструють, що відповіді співпадають, але з певною похибкою, адже дані методи є метаевристичним, тобто стохастичним. Провівши порівняльний аналіз отриманих результатів встановили, що найкращим для даних задач виявився розроблений модифікований метод (модифікований метод світлячків методом зграї вовків) за критерієм значення функції в точці.

#### 4.2 Задача відновлення регресії

Завдяки своїй гнучкості та універсальності, популяційні методи оптимізації широко застосовуються у різних сферах науки. Розглянемо застосування даних методів для задач



машинного навчання. Однією з важливих практичних задач є задача відновлення регресії, для якої процес навчання алгоритму можна розглядати як задачу оптимізації.

Лінійний алгоритм у задачі регресії опишемо наступним чином:

$$a(x) = w_0 + \sum_{j=1}^d w_j \cdot x^j, \quad (4)$$

де  $w_0$  – вільний коефіцієнт,  $x^j$  – ознака,  $w_j$  – ваговий коефіцієнт для відповідної ознаки.

Під словом «регресія», як правило, розуміють мінімізацію середньоквадратичної похибки. Таким чином, для визначення  $w_j$  із (4) необхідно визначити мінімум функції похибки:

$$w_* = \arg \min \left( \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\langle w, x_i \rangle - y_i)^2 \right), \quad (5)$$

де  $w_*$  – шукані вагові коефіцієнти,  $x_i$  – ознаки  $i$ -го об'єкту,  $y_i$  – відповідь для даного об'єкта,  $l$  – кількість об'єктів. Таким чином  $X = (x_i, y_i)_{i=1}^l$  – вибірка для навчання алгоритму [2].

В окремих випадках для задач лінійної регресії може мати місце перенавчання, тобто ситуація, коли алгоритм (4) добре описує вибірку для навчання і погано – тестову вибірку при оцінці якості алгоритму. Уникнути такої ситуації можна різними способами, зокрема за допомогою регуляризації. Найбільш поширеними є наступні регуляризатори:

-  $L_2$  - регуляризатор або гребенева регресія

$$w_* = \arg \min \left( \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\langle w, x_i \rangle - y_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^d w_j^2 \right), \quad (6)$$

-  $L_1$  - регуляризатор або ласо-регресія

$$w_* = \arg \min \left( \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\langle w, x_i \rangle - y_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^d |w_j| \right), \quad (7)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт регуляризації (гіперпараметр моделі),  $d$  – кількість ознак для об'єктів вибірки.

Для розв'язання наведених задач (5)-(7) будемо використовувати метод світлячків, метод зграї вовків та запропонований модифікований метод.

Розглянемо набір даних «diamonds», який містить 53940 об'єктів з 6-ма числовими ознаками. При навчанні алгоритму зазначеними популярними методами обрали такі параметри: максимальна кількість ітерацій  $iter = 1000$ ; розмір популяції  $K = 400$ ; коефіцієнт притягування  $\beta_{\max} = 0.2$ ; коефіцієнт поглинання світла  $\gamma = 0.2$ ; довжина кроку  $step = 0.1$ ; коефіцієнт гребневої регуляризації  $\lambda_2 = 5$ ; коефіцієнт регуляризації ласо  $\lambda_1 = 0.95$ .

Для оцінки якості лінійного алгоритму у задачі регресії обраховували середньоквадратичну похибку і коефіцієнт детермінації на тестовій вибірці. Коефіцієнт детермінації обраховували за формулою:

$$D = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}, \quad (8)$$

де  $y_i$  – значення  $i$ -го об'єкта,  $\tilde{y}_i$  – прогнозоване значення для цього об'єкта, отримане із регресійної моделі,  $\bar{y}$  – середнє значення для  $y_i$  (що являє собою нульову модель, яка завжди повертає одне й те ж значення). Відповідно, для ідеальної моделі отримаємо оцінку 1, а для нульової – оцінку 0 [10]. Отримані результати наведено в табл.7.

Таблиця 7

Результати обчислювальних експериментів для набору даних «diamonds»

Назва методу	Коефіцієнт детермінації	Середньоквадратична похибка
Звичайна регресія (5)		
Метод світлячків	0.6698	1.3234e-05
Метод зграї вовків	0.7317	3.8040e-05
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.7931	6.9933e-06
Гребнева регресія (6)		
Метод світлячків	0.6191	2.1278e-05
Метод зграї вовків	0.7323	8.1710e-06
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.7459	6.3874e-06
Регресія ласо (7)		
Метод світлячків	0.6511	1.4141e-05
Метод зграї вовків	0.6978	2.6992e-05
Модифікований метод світлячків методом зграї вовків	0.7043	1.4821e-06

Результати обчислювальних експериментів свідчать, що найкращу за якістю регресійну модель для набору даних «diamonds» отримано за допомогою модифікованого методу світлячків методом зграї вовків. Це підтверджує ефективність запропонованого методу, не зважаючи на те, що час його виконання дещо більший у порівнянні з канонічними методами. Отже, модифікований метод є досить конкурентоздатним при розв'язуванні практичних задач відновлення регресії, і передбачає подальше використання і вдосконалення.

### Висновки

У роботі було розглянуто роїові методи оптимізації, а саме метод світлячків і метод зграї вовків, та їх застосування до розв'язування задач глобальної оптимізації і задачі регресійного аналізу. Також запропоновано модифікацію методу світлячків методом зграї вовків. У середовищі MATLAB створено програмний комплекс з графічним інтерфейсом користувача для чисельного розв'язування задач безумовної оптимізації. Розроблений інтерфейс програми дозволяє задавати параметри методів, та передбачає побудову ліній рівня і візуалізацію роботи методів для заданих функцій.

Проведено обчислювальні експерименти з порівняння точності знаходження глобального мінімуму унімодальних і мультимодальних тестових функцій. Встановлено, що розроблений модифікований метод світлячків методом зграї вовків є більш точним у порівнянні з іншими розглянутими методами.

Встановлено, що методи роїового інтелекту можна застосовувати при навчанні алгоритму у задачах регресійного аналізу, зокрема при використанні регуляризаторів, адже зазначені методи не накладають жодних обмежень до завдання функції похибки.

**Список використаної літератури:**

1. Письменная В. А. Алгоритмическое и программное обеспечение меметического алгоритма поиска условного глобального экстремума / В. А. Письменная // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. – 2015. – №79. – С. 1-27.
2. Конспект лекции «Линейные модели: статистический взгляд» [Электронный ресурс] : [Веб-сайт]. – Електронні дані. – [Курс «Обучение на размеченных данных»]. – Режим доступа: <https://www.coursera.org/learn/supervised-learning/supplement/Dw3Ws/konspiekt> (дата звернення 01.03.2017) – Назва з екрана.
3. Ахмедова Ш. А. Коллективный самонастраивающийся метод оптимизации на основе бионических алгоритмов : дисс. ... канд. техн. наук : 05.13.01 / Ахмедова Шахназ Агасувар кызы. – Красноярск, 2016 – 150 с.
4. Aboul E. H. Swarm Intelligence: Principles, Advances, and Applications / Aboul Ella Hassanien, Eid Emary. – CRC Press, 2016. – 210 p.
5. Xin-She Yang Nature-Inspired Optimization Algorithms / Yang Xin-She. – London: Elsevier, 2014. – 265 p.
6. Скобцов Ю. А. Метаэвристики : монография / Ю. А. Скобцов, Е. Е. Федоров. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (Донецкое отделение), 2013. – 426 с.
7. Krishnanand K. N. Glowworm swarm based optimization algorithm for multimodal functions with collective robotics applications / K. N. Krishnanand, Debasish Ghose // *Multiagent and Grid Systems – An International Journal*. – 2006. – №2. – p. 209-222.
8. Орловская Н. М. Анализ эффективности биоинспирированных методов глобальной оптимизации / Н. М. Орловская // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. – 2013. – №73. – С. 1-22.
9. Маккафри Д. Тесты - Оптимизация по алгоритму светлячков [Электронный ресурс]. – 2015. – № 6, Vol. 30. – Режим доступа: <https://msdn.microsoft.com/ru-ru/magazine/mt147244.aspx> (дата звернення 01.03.2017) – Назва з екрана.
10. Коэльо Л. П. Построение систем машинного обучения на языке Python / Луис Педро Коэльо, Вилли Ричарт, 2-е издание. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 302 с.
11. Yang C. Algorithm of Marriage in Honey Bees Optimization Based on the Wolf Pack Search / Chenguang Yang, Xuyan Tu, Jie Chen // *International Conference on Intelligent Pervasive Computing*: 11 - 13 October 2007, IEEE Computer Society, Washington, USA. – 2007. – p. 462-467.

**References:**

1. Pismennaya V. A. (2015) Algorithmic and applied support for a memetic algorithm for searching for a conditional global extremum. *Electronic Journal "Proceedings of the MAI"*, 79, 1-27.
2. Lecture notes: "Linear Models: Statistical View" [Electronic resource]: [Web site]. - Electronic Data. - [Course "Training on marked data"]. - Access mode: <https://www.coursera.org/learn/supervised-learning/supplement/Dw3Ws/konspiekt> (the date of the zombie is 01/03/2017) - The name of the screen.
3. Akhmedova Sh. A. (2016) Collective self-adjusting optimization method based on bionic algorithms: diss. ... cand. tech. sciences: 05.13.01, Krasnoyarsk.
4. Aboul E. H., Eid Emary (2016) Swarm Intelligence: Principles, Advances, and Applications. CRC Press.
5. Xin-She Yang (2014) Nature-Inspired Optimization Algorithms. London: Elsevier.
6. Skobtsov Yu. A., Fedorov E. E. (2013) Metaheuristics: monograph. Donetsk: Publishing house "Knolidzh" (Donetsk branch).
7. Krishnanand K. N., Debasish Ghose (2006) Glowworm swarm based optimization algorithm for multimodal functions with collective robotics applications. *Multiagent and Grid Systems – An International Journal*, 2, 209-222.

8. Orlovskaya N.M. (2013) Analysis of the effectiveness of bioinspiral methods of global optimization. *Electronic Journal "Proceedings of the MAI"*, 73, 1-22.
9. McCaffrey D. (2015) Tests - Optimization by firefly algorithm [Electronic resource], 6 (30), access mode: <https://msdn.microsoft.com/en-us/magazine/Mt147244.aspx> (the date of the beast is 01/03/2017) - The name of the screen.
10. Koelo L.P., Willie R. (2016) Construction of machine learning systems in Python language. Moscow: DMK Press.
11. Chenguang Yang, Xuyan Tu, Jie Chen (2007) Algorithm of Marriage in Honey Bees Optimization Based on the Wolf Pack Search. *International Conference on Intelligent Pervasive Computing*: 11 - 13 October 2007, IEEE Computer Society, Washington, USA, 462-467.

## Summary

A. Talimonchyk, N. Krasnoshlyk

### RESEARCH AND IMPROVEMENT OF METHODS GLOWWORM SWARM OPTIMIZATION AND WOLF PACK SEARCH FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS AND MACHINE LEARNING

#### Introduction

Widely known methods of mathematical programming to solve optimization problems are deterministic. The effectiveness of these methods is based on the full use of the convenient properties of the target function (convexity, smoothness, etc.) that must be known in advance. For many practical problems such properties are not met, or known in advance, so the application of these methods is impractical. To solve such problems, today use non-deterministic (stochastic) methods that work simultaneously with many current solutions, and are more efficient and versatile.

Such multi-agent algorithms based on the use of a population and work with a set of potential solutions. Each of the junctions gradually improved and evaluated, thus, each potential solution affects how others will be improved interchanges.

Studies have shown the effectiveness of swarm algorithms, and the feasibility of their application in solving problems as unconditional and conditional optimization of functions of many variables. Constantly propose new or modified algorithms to improve the performance of the methods of this group or to extend their scope.

#### Purpose

The aim of this study is to examine swarm optimization methods (glowworm swarm optimization, wolf pack search), development of an improved method of fireflies and application of algorithms to solving problems of global optimization and the problem of regression analysis.

#### Results

In the method of the fireflies, as in the method of the wolves, is the displacement component, namely the convergence of any two fireflies. In the method of wolves is expected convergence of wolves only to better fit (the fitness function). Therefore, in the method of the fireflies you can still add moves  $x_{k^*}$  to the top of the following formula :

$$x_k = x_k + \text{step} \frac{x_{k^*} - x_k}{|x_{k^*} - x_k|}, k \neq k^*$$

The results of the conducted computational experiments show that the answers are the same, but with a certain error, because these methods are metaheuristics, that is stochastic. The best for

*these tasks were developed by a modified method (modified method Firefly method the pack of wolves) on the criterion of the value of the function at the point.*

*Due to its flexibility and versatility, population-based optimization methods are widely used in various fields of science. One important practical task is the task of the recovery regression for which the learning algorithm can be viewed as an optimization problem.*

*The results of computational experiments indicate that the best quality of the regression model for the dataset "diamonds" obtained using the modified method Firefly method the pack of wolves. This confirms the effectiveness of the proposed method, despite the fact that it runs slightly larger compared to the canonical methods.*

### **Conclusion**

*Found that the developed modified method of the method of the fireflies the wolves is more accurate than other considered methods.*

*It is also established that the methods of swarm intelligence can be applied when learning algorithm in problems of regression analysis, particularly when using regularizators, because these methods do not impose any restrictions of the task function error.*

**Keywords:** *glowworm swarm optimization, wolf pack search, methods of swarm intelligence optimization problem, machine learning, regression.*

*Стаття надійшла 13.06.2016  
Прийнято до друку 20.06.2016*