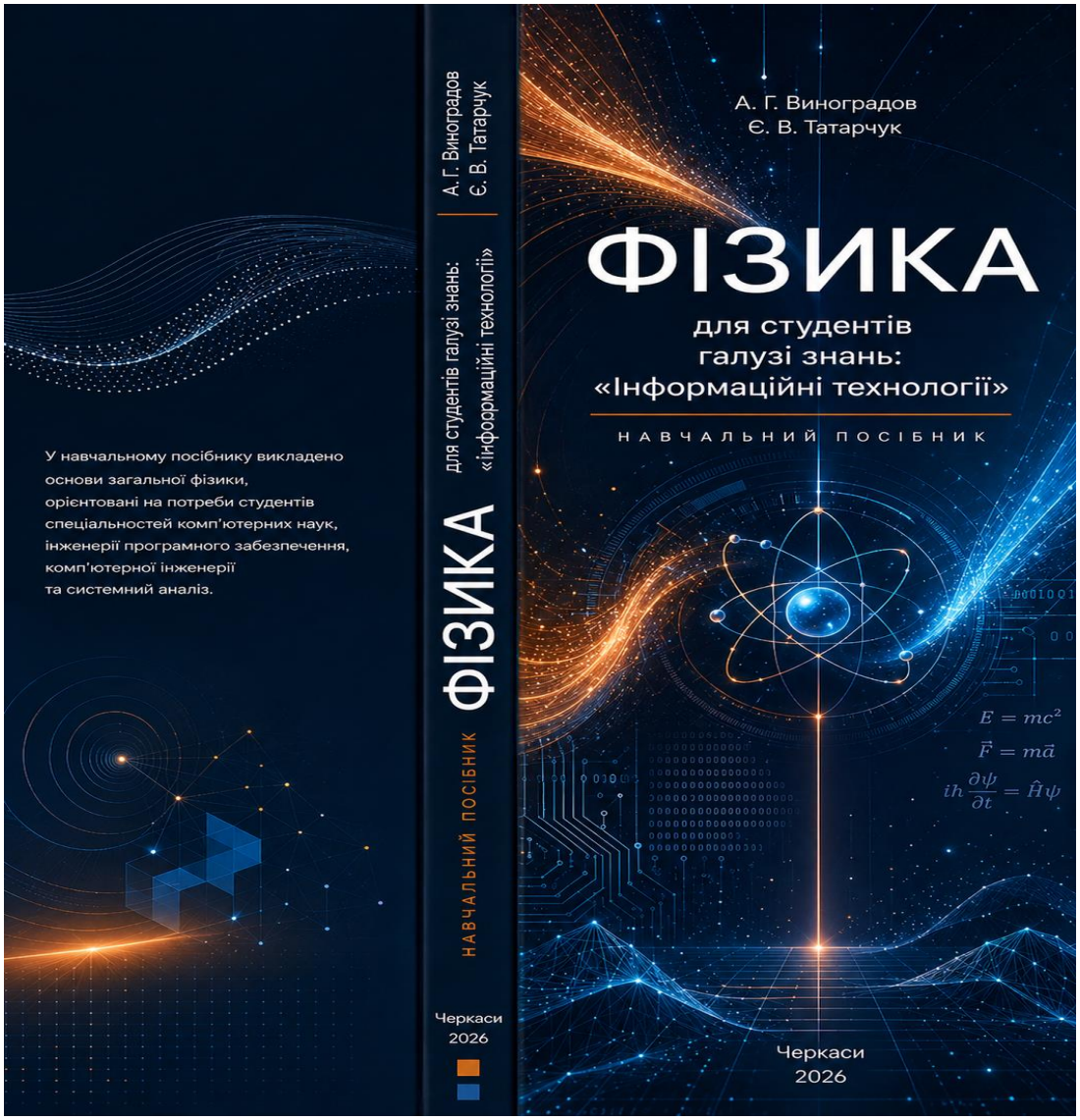
А.Г. Виноградов, Є.В. Татарчук

ФІЗИКА (ВИБРАНІ РОЗДІЛИ)



Черкаси
2026

Міністерство освіти і науки України

Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

Кафедра Фізики

А.Г. Виноградов, Є.В. Татарчук

ФІЗИКА (ВИБРАНІ РОЗДІЛИ)

Навчальний посібник

Черкаси
2026

Рецензенти:
завідувач кафедри фізики, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Черкаського національного університету імені Б. Хмельницького **М.О. Пасічний**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фундаментальних дисциплін та прикладного матеріалознавства Черкаського державного технологічного університету **С.О. Колінько**

Затверджено та рекомендовано до друку на засіданні Вченої ради Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького (протокол № 4 від 29.10.2026 р.)

Виноградов А. Г., Татарчук Є.В.
Фізика (вибрані розділи) : навчальний посібник. *— Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2026. — 177 с.*

Навчальний посібник призначено для студентів галузі знань «Інформаційні технології» та спрямовано на формування фундаментальної фізичної підготовки, необхідної для опанування сучасних технічних і інженерних дисциплін. У виданні системно викладено основні розділи загальної фізики: механіку, молекулярну фізику і термодинаміку, електрику та магнетизм, оптику, а також основи квантової механіки, фізики атома і атомного ядра.

Посібник може бути використаний як для аудиторної роботи, так і для самостійного навчання студентів, сприяючи розвитку фізичного мислення та формуванню бази для вивчення спеціальних дисциплін у галузі інформаційних технологій.

УДК 53 (075.8)
ББК 22.3я73

ISBN

© Виноградов А.Г., 2026
©Татарчук Є.В., 2026

ЗМІСТ

ВСТУП 8

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1. Вступ. Кінематика

1.1. Основні поняття механіки. 10

1.2. Кінематика поступального руху 11

1.3. Кінематика обертального руху 16

1.4. Вектори та операції з ними (додатково) 18

2. Динаміка поступального та обертального руху”

2.1. Закони Ньютона 22

2.2. Закон збереження імпульсу 24

2.3. Сили та силові поля: гравітаційне поле, сила тертя, пружні сили 26

2.4. Робота сили, енергія 31

2.5. Закон збереження енергії 35

2.6. Удар двох тіл (додатково) 36

2.7. Момент інерції 38

2.8. Момент сили 41

2.9. Основний закон динаміки обертального руху 42

2.10. Закон збереження моменту імпульсу 43

2.11. Відповідність параметрів поступального та обертального рухів 46

3. Коливання та хвилі

3.1. Гармонічні коливання 48

3.2. Затухаючі коливання 51

3.3. Вимушені коливання. Резонанс 53

3.4. Хвилі. Типи і параметри хвиль 54

3.5. Рівняння хвилі. Фазова і групова швидкість хвилі 56

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

1. “Закони ідеального газу”

1.1. Параметри стану 59

1.2. Ізопроцеси 59

1.3. Рівняння стану ідеального газу 63

1.4. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії 64

1.5. Розподіл молекул по швидкостях 66

1.6. Явища переносу в газах 69

2. “ Термодинаміки теплових явищ. ”

2.1. Внутрішня енергія. 72

2.2. Перший принцип термодинаміки 74

2.3. Теорія теплоємностей ідеальних газів 76

2.4. Адіабатний процес 78

2.5. Теплові машини 79

2.6. Фази та фазові перетворення 82

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

1.Електростатика

1.1. Взаємодія електричних зарядів 85

1.2. Електричне поле. Напруженість поля 86

1.3. Робота сили електростатичного поля. Потенціал 90

1.4. Електричне поле в діелектриках 91

1.5. Електрична ємність. Конденсатори 94

2. Постійний електричний струм

2.1. Електричний струм. Сила струму 99

2.2. Джерела струму. Електрорушійна сила 100

2.3. Закон Ома 102

2.4. Закон Джоуля–Ленца 104

3. Електромагнетизм

3.1. Магнітне поле струму 105

3.2. Магнітне поле в речовині 107

3.3. Дія магнітного поля на струм. Закон Ампера. 108
3.4. Магнітний потік 111
3.5. Електромагнітна індукція 113
3.6. Самоіндукція 115

4. Електричні коливання

4.1. Генератори змінного струму 117
4.2. Закон Ома для змінного струму 118
4.3. Коливальний контур 123

РОЗДІЛ 4.ОПТИКА

1. Оптика

1.1. Геометрична оптика. 126
1.2. Фотометрія. 128
1.3.Інтерференція світла. 130
1.4.Дифракція світла. 132
1.5. Закони теплового випромінювання. 134

РОЗДІЛ 5. ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, ФІЗИКИ АТОМА ТА АТОМНОГО ЯДРА

1. Квантова теорія. Будова атома

1.1. Квантова природа випромінювання. Формула Планка. 139
1.2. Фотоефект. 140
1.3. Модель атома Бора 142
1.4. Співвідношення де Бройля. 145
1.5. Співвідношення невизначеностей 146
1.6. Рівняння Шредінгера 147
1.7. Електронні оболонки атома. Принцип Паулі 150

***2.* Теорія твердого тіла. Атомне ядро**

2.1. Енергетичні зони твердих тіл. 156
2.2. Напівпровідники. 157
2.3. Будова атомних ядер. 160

2.4. Дефект маси і енергія зв’язку. Ядерні сили. 162
2.5. Радіоактивність. 165
2.6. Реакція поділу ядер. Ланцюгова реакція. 168
2.7. Ядерний реактор. 170
2.8. Термоядерні реакції 175

Основна література. 177

ВСТУП

Фізика посідає чільне місце серед фундаментальних природничих наук, утворюючи принципову основу для багатьох суміжних природничих і технічних наук. Вона вивчає, з одного боку, найбільш загальні властивості матерії і закони її руху та взаємодії окремих її різновидів між собою, а з іншого – найбільш елементарні (первинні) властивості та закони матеріального світу.

Роль і значення фундаментальних знань, які дає майбутнім спеціалістам вивчення фізики в теоретичній і професійній підготовці, зростає з кожним роком. Ці знання створюють ту теоретичну основу, яка є необхідною для успішного вивчення й інших дисциплін навчального плану. Лише міцне засвоєння основ загальної фізики дає змогу майбутнім технічним фахівцям перейти до вивчення таких дисциплін, як теоретична механіка, опір матеріалів, термодинаміка, механіка рідин і газів, електротехніка і багатьох інших загальних і спеціальних дисциплін.

Фізику можна умовно поділити на класичну та сучасну (квантову) фізику. Класичною фізикою називається система фізичних знань, створена до початку XX сторіччя. В основі класичної фізики лежать закони механіки, сформульовані Ісааком Ньютоном.

У кінці XIX сторіччя розвиток фізики виявив деякі протиріччя, які неможливо було пояснити на основі класичної фізики. Дослідні факти не погоджувалися з теоретичними розрахунками. Для пояснення цих протиріч були створені нові теорії, які лягли в основу нової фізики, фізики XX сторіччя. Найбільш значний вплив на сучасну фізику справили 2 теорії: квантова механіка та теорія відносності, творцями яких були, відповідно, Нільс Бор та Альберт Ейнштейн. Ці теорії дозволили ліквідувати протиріччя між теорією та експериментом, а також передбачити ряд нових властивостей матерії. Це обумовило бурхливий розвиток фізики у XX сторіччі і стало головною передумовою науково-технічного прогресу.

Втім, не слід вважати, що створена сучасна фізика перекреслила всі здобутки класичної теорії. І в наші дні класична фізика не викликає сумнівів у її вірності, і вона продовжує широко застосовуватись для науково-технічних розрахунків та обґрунтувань. Змінилось лише те, що накладені певні обмеження на застосування класичних теорій. Вони втрачають свою вірність при розгляді процесів у світі

мікрочасток (атоми, молекули, елементарні частки) та при наближенні швидкості руху тіл до швидкості світла. В цих випадках необхідно застосовувати сучасні теорії. Проте, у практичній діяльності технічного фахівця такі процеси, як правило, не зустрічаються, а тому для нього найбільш актуальною є система знань класичної фізики.

Саме тому даний теоретичний курс містить, в основному, головні розділи класичної фізики. Сучасна фізика представлена в ньому окремими фрагментами, необхідними для пояснення деяких явищ, що мають практичне значення для фахівців технічного профілю. При бажанні, розширити коло фізичних знань можна за допомогою підручників, перелік яких наведено нижче.

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

1. “Вступ. Кінематика”

1.1. Основні поняття механіки.

Механіка – це наука, яка вивчає закономірності *механічного руху* фізичних тіл та причини, які породжують або змінюють цей рух.

Механічний рух – це зміна з часом взаємного розміщення тіл або їх частин.

Механіка поділяється на 3 основні частини: 1)кінематика, 2)динаміка, 3)статика.

Кінематика вивчає закономірності руху тіл, не розглядаючи причини, які його породжують.

Динаміка вивчає закони руху тіл з врахуванням причин, які породжують або змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл. Оскільки закони рівноваги випливають із законів руху, то статику можна розглядати, як частину динаміки.

Система відліку – це система координат і годинник пов’язані з тілом відліку, по відношенню до якого розглядається рух даного тіла.

Абсолютно твердим називається таке тіло, яке не змінює в процесі руху свою форму і розміри.

Рух тіла завжди можна представити, як комбінацію поступального і обертального рухів

Поступальний рух – це такий рух, при якому кожна пряма лінія, пов’язана з рухомим тілом, залишається паралельною самій собі (рис. 1.1)

Обертальний рух – це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній прямій, що називається віссю обертання (рис. 1.2).

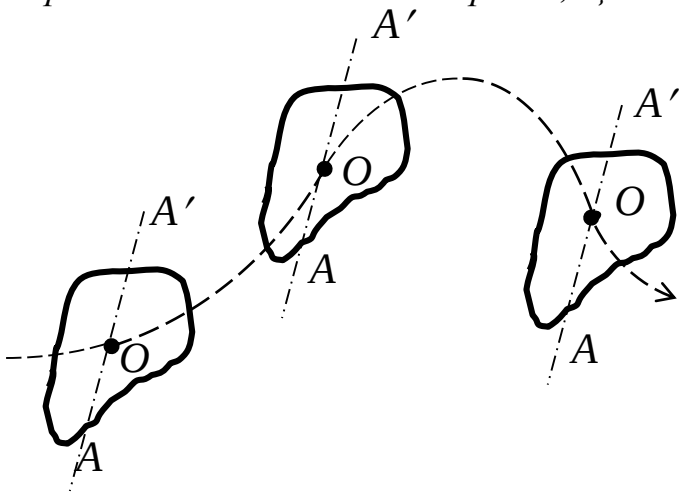


Рис. 1.1

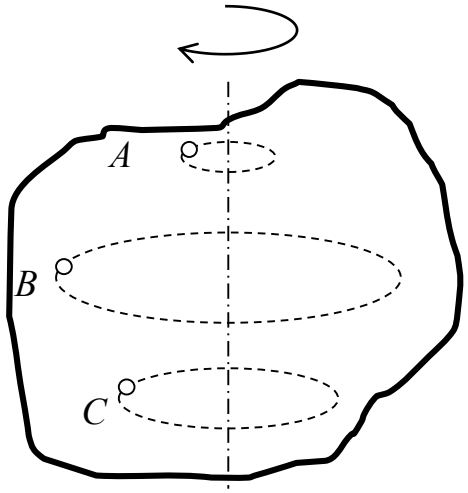


Рис. 1.2

1.2. Кінематика поступального руху

Кінематичні рівняння руху матеріальної точки (1.1.1) дозволяють кожному моментові часу співставити конкретне положення точки у просторі відносно даної системи відліку.

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t) \end{cases} \qquad (1.1.1)$$

Якщо з рівнянь руху матеріальної точки виключити час t, то отримаємо рівняння *траєкторії* руху точки.

Траєкторія – це лінія у просторі, вздовж якої змінюється положення точки під час її руху.

В залежності від форми траєкторії рух може бути прямолінійним або криволінійним.

Розглянемо рух точки вздовж деякої траєкторії (пунктир) (Рис. 1.3)

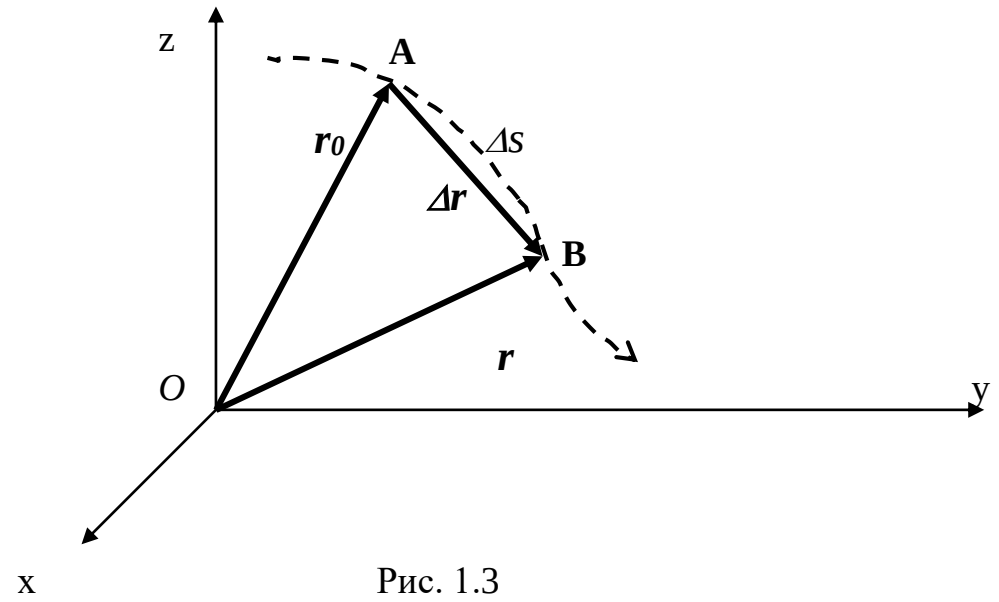


Рис. 1.3

За деякий проміжок часу Δt положення точки змінилось від A до B. Довжина криволінійної ділянки траєкторії AB, пройденої матеріальною точкою, називається *довжиною шляху* Δs. Вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ (приріст вектора $\vec{r}_0$) називається *переміщенням* матеріальної точки. На відміну від переміщення, довжина шляху є скаляром (оскільки внаслідок кривизни траєкторії неможливо однозначно визначити її напрямок).

Довжина шляху і переміщення у системі одиниць СІ вимірюються у *метрах (м).* Час вимірюється у *секундах (с)*. Метр і секунда належать до основних одиниць системи СІ.

При прямолінійному русі вектор переміщення співпадає з відповідною ділянкою траєкторії, і модуль переміщення Δr дорівнює довжині шляху Δs.

Для характеристики руху матеріальної точки вводиться векторна величина – *швидкість*, якою визначається, з одного боку, темп зміни положення точки у просторі, а з іншого – напрямок її руху в даний час.

<u>Вектором середньої швидкості</u> називається відношення приросту радіус-вектора матеріальної точки до проміжку часу:

$$\langle\vec{\upsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \qquad (1.1.2)$$

Напрямок вектора середньої швидкості співпадає з напрямком вектора переміщення.

При необмеженому зменшенні проміжку часу Δt середня швидкість прямує до деякого граничного значення, яке називається *миттєвою швидкістю*:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1.1.3)$$

Таким чином, *миттєва швидкість* – *це векторна величина, яка дорівнює першій похідній від радіус-вектора рухомої точки по часу.*

Оскільки при зменшенні Δt модуль вектора переміщення прямує до довжини пройденого шляху $\Delta r \to \Delta s$, то модуль миттєвої швидкості

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (1.1.4)$$

Якщо виконується умова $\upsilon = const$, то рух називається *рівномірним.*

У системі СІ швидкість вимірюється у *метрах за секунду (м/с)*.

Вектор миттєвої швидкості має напрямок, що співпадає з граничним напрямком січної до траєкторії, проведеної вздовж вектора $\Delta \vec{r}$, при $\Delta r \to 0$, тобто він направлений по дотичній до траєкторії (Рис. 1.4).

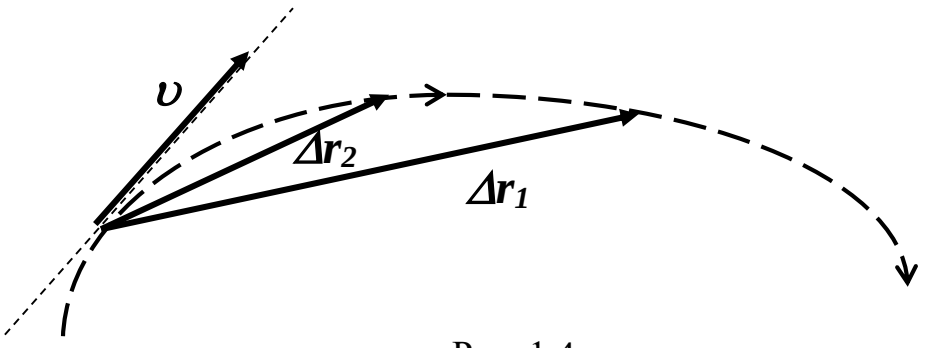


Рис. 1.4

Таким чином, миттєва швидкість – це вектор, який, в залежності від характеру руху, може змінюватись з часом як по модулю, так і за напрямком.

Щоб охарактеризувати темп зміни вектора швидкості, вводиться ще одна фізична величина, яка називається *прискоренням*. При цьому, як і у випадку вектора швидкості, слід дати визначення *середнього* і *миттєвого* прискорень.

Середнє прискорення – це відношення приросту вектора швидкості до проміжку часу:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (1.1.5)$$

де $\Delta \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}$, $\vec{\upsilon}$ - початкова швидкість, $\vec{\upsilon}_1$ - швидкість через час Δt (Рис. 1.5)

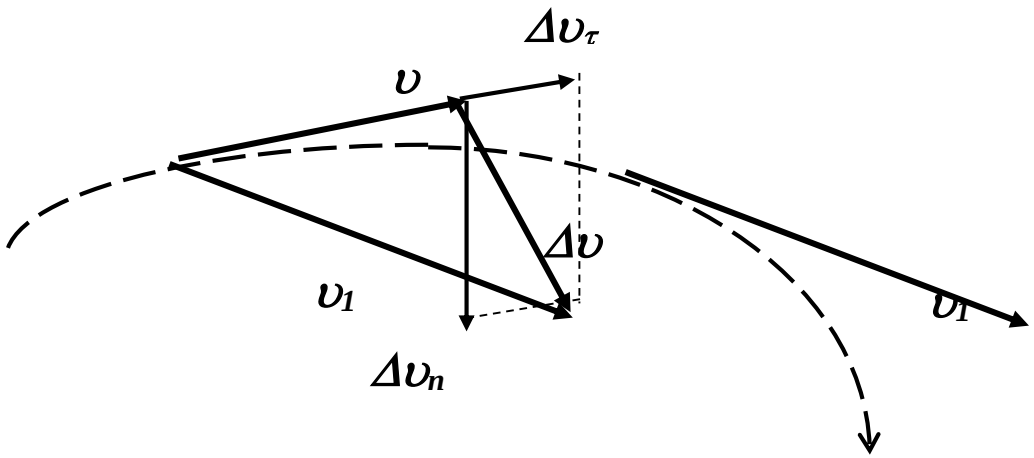


Рис. 1.5

При необмеженому зменшенні проміжку часу вектор середнього прискорення прямує до деякого граничного значення, яке називається *миттєвим прискоренням* (або просто *прискоренням*):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \qquad (1.1.6)$$

Таким чином, *прискорення – це векторна величина, яка дорівнює першій похідній від вектора швидкості по часу, або другій похідній від радіус-вектора по часу.*

З Рис. 1.5 можна зрозуміти, що вектор $\Delta \vec{\upsilon}$ (а отже, і вектор $\vec{a}$) залежить від зміни вектора швидкості як по модулю, так і за напрямком. Розкладемо його на дві складові $\Delta \vec{\upsilon}_\tau$ і $\Delta \vec{\upsilon}_n$, як це показано на Рис. 1.5:

$$\Delta\vec{\upsilon} = \Delta\vec{\upsilon}_\tau + \Delta\vec{\upsilon}_n \qquad (1.1.7)$$

При цьому модуль вектора $\Delta\vec{\upsilon}_\tau$ визначається співвідношенням:

$$\Delta\upsilon_\tau = \upsilon_1 - \upsilon = \Delta\upsilon\,, \qquad (1.1.8)$$

тобто він визначає зміну швидкості *по модулю* за час Δt.

Друга складова $\Delta\vec{\upsilon}_n$ обумовлена *поворотом* вектора швидкості під час руху точки і зв'язана, таким чином, з кривизною траєкторії руху.

Якщо підставити (1.1.7 у (1.1.8), загальний вектор прискорення можна розділити на дві складові – *тангенціальне* і *нормальне* прискорення:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n\,, \qquad (1.1.9)$$

де *тангенціальне прискорення* $\vec{a}_\tau$ *визначає темп зміни швидкості по модулю*:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}_\tau}{\Delta t} \qquad (1.1.10)$$

Модуль тангенціального прискорення:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\upsilon_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{d\upsilon}{dt}\,, \qquad (1.1.11)$$

а напрямок співпадає з напрямком вектора швидкості, тобто по дотичній до траєкторії.

Нормальне прискорення визначає темп зміни вектора швидкості за напрямком:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}_n}{\Delta t} \qquad (1.1.12)$$

Простими геометричними побудовами можна довести, що модуль цієї величини

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}\,, \qquad (1.1.13)$$

де R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

Вектор нормального прискорення $\vec{a}_n$ завжди є перпендикулярним до вектора $\vec{a}_\tau$ (чим і обумовлена його назва), тобто він направлений до центру кривизни траєкторії. Завдяки цьому його іноді називають також *доцентровим прискоренням*.

Отже, згідно (1.1.9) *повне прискорення* є векторною сумою тангенціального та нормального прискорень, які завжди направлені взаємно перпендикулярно (Рис. 1.6).

У системі СІ прискорення вимірюється у *метрах на секунду в квадраті (м/с^2)*

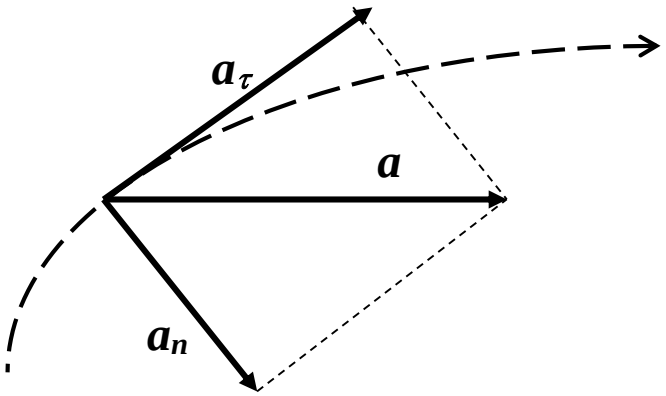


Рис. 1.6

1.3. Кінематика обертального руху.

Розглянемо тверде тіло, яке обертається навкруг нерухомої осі. Тоді кожна його точка рухається по деякій траєкторії, що є колом певного радіуса. За певний проміжок часу Δt всі точки тіла повернуться навкруг осі на деякий кут $\Delta\varphi$. Розглянемо рух деякої точки A, що обертається по колу радіуса R (Рис. 1.7).

Кутовою швидкістю називається величина, яка визначає кут повороту тіла, що обертається, за одиницю часу:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \qquad (1.1.14)$$

тобто це похідна від кута повороту по часу.

Лінійна швидкість руху точки A по коловій траєкторії (вектор $\vec{\upsilon}$) направлена по дотичній до кола, а її модуль, згідно (1.4)

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega, \qquad (1.1.15)$$

або

$$\omega = \frac{\upsilon}{R} \qquad (1.1.16)$$

Якщо $\omega = const$, то обертання називається *рівномірним*. При рівномірному обертанні співвідношення (1.1.14) можна записати у вигляді

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (1.1.17)$$

В цьому випадку обертальний рух можна охарактеризувати *періодом обертання T*.

Період обертання – *це час, за який тіло здійснює повний оберт навколо осі.*

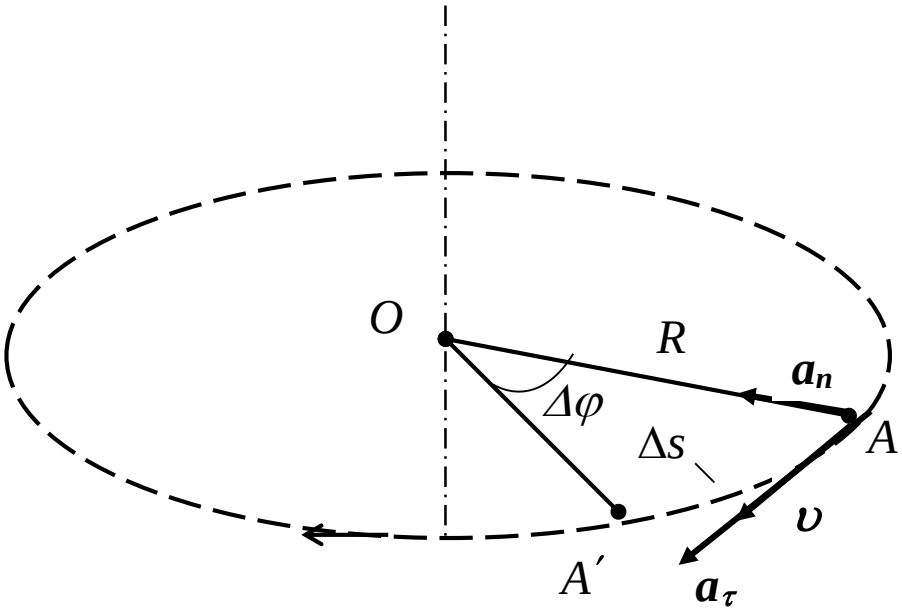


Рис. 1.7

Оскільки при цьому $\Delta t = T$, $\Delta\varphi = 2\pi$, то з (1.1.17) маємо

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \tag{1.1.18}$$

або $$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1.1.19}$$

Число повних обертів тіла за одиницю часу називається частотою обертання :

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \tag{1.1.20}$$

звідки $$\omega = 2\pi n \tag{1.1.21}$$

Якщо обертання є нерівномірним (кутова швидкість змінюється з часом), то *характеристикою темпу зміни кутової швидкості є кутове прискорення*:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \tag{1.1.22}$$

При рівномірному обертанні $\varepsilon = 0$.

Кожна точка тіла, що обертається, має, крім кутового, також і *лінійне прискорення*, складові якого визначаються співвідношеннями (1.1.10 – 1.1.13).

Між модулями лінійного та кутового прискорень існує певний зв’язок. Тангенціальне прискорення:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \qquad (1.1.23)$$

Нормальне прискорення:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R \qquad (1.1.24)$$

Необхідно зазначити, що кутові величини (кут повороту, кутова швидкість, кутове прискорення) не є скалярами. Це вектори, але вектори особливого типу, які називаються *аксіальними векторами* (або *псевдовекторами*), про які вище вже йшла мова. Їх напрямок співпадає з напрямком осі обертання і визначається правилом правого гвинта.

У системі СІ одиницями цих величин є: кута повороту – *радіан (рад)*, кутової швидкості – *радіан за секунду (рад/с)*, кутового прискорення – *радіан на секунду в квадраті (рад/с^2)*. Оскільки радіан є додатковою одиницею системи СІ, то кут повороту вважається безрозмірною величиною, а тому розмірність кутової швидкості і кутового прискорення іноді записують, відповідно, як c^{-1} і c^{-2}.

1.4. Вектори та операції з ними (додатково)

Векторами називаються величини, які характеризуються числовим значенням і напрямком і які складаються за правилом паралелограма (Рис. 1.8).

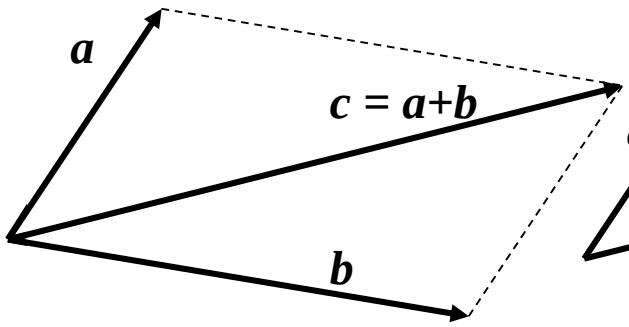


Рис. 1.8

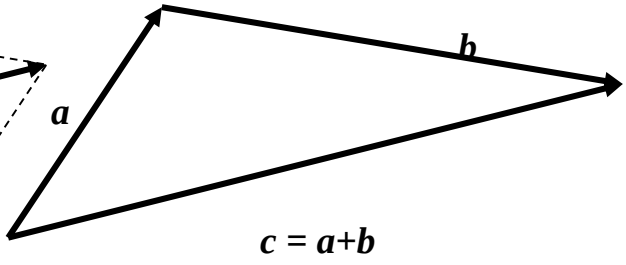


Рис. 1.9

Величини, не зв'язані з напрямком у просторі, називаються *скалярами*. Числове значення вектора називається його *модулем*. При графічному зображенні вектора у вигляді стрілки її довжина пропорційна модулю вектора. У тексті та на рисунках вектор позначається літерою, зображеною жирним шрифтом (див. Рис.

1.8) або такою ж літерою звичайним шрифтом, але зі стрілкою над нею. Наприклад, згідно з Рис. 1.8:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Модуль вектора (який по суті є скаляром) позначається тією ж літерою звичайного шрифту без стрілки. Всі скалярні величини також позначаються літерами звичайного шрифту.

На практиці замість правила паралелограма для складання векторів часто користуються правилом трикутника, яке дає той самий результат (Рис. 1.9).

Кожний вектор можна задати за допомогою 3-х скалярних величин – координат радіус-вектора. Відповідно, кожне векторне рівняння можна рівноцінно замінити трьома скалярними і навпаки.

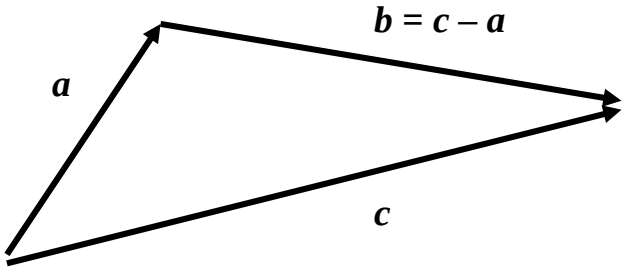


Рис. 1.10

Різницею двох векторів $\vec{c}$ і $\vec{a}$ є такий вектор $\vec{b}$, який у сумі з вектором $\vec{a}$ дає вектор $\vec{c}$ (Рис. 1.10): $\vec{c} - \vec{a} = \vec{b}$

Вектор $\vec{a}$ можна домножувати на скаляр A. В результаті множення отримаємо новий вектор $\vec{b}$, модуль якого в $|A|$ разів більший, ніж a. Напрямок вектора $\vec{b}$ або співпадає з напрямком $\vec{a}$ (якщо $A > 0$), або протилежний йому (якщо $A < 0$).

Враховуючи це, будь-який вектор $\vec{a}$ можна представити у вигляді :

$$\vec{a} = a \cdot \vec{e}_a \ ,$$

де $\vec{e}_a$ – вектор, модуль якого дорівнює 1, а напрямок співпадає з напрямком вектора $\vec{a}$. Такий вектор називається *ортом* вектора $\vec{a}$. Можна визначити також і орти координатних осей (одиничні вектори в напрямку кожної з осей). У випадку декартової системи координат її орти мають спеціальні позначення: $\vec{i}$ – орт осі x, $\vec{j}$ – орт осі y, $\vec{k}$ – орт осі z.

Нехай деякий вектор $\vec{a}$ утворює у просторі кут α відносно осі x. Опустимо перпендикуляри з початку і кінця вектора на вісь (Рис. 1.11) і визначимо відстань вздовж осі між ними :

$$a_x = a \cdot \cos\alpha$$

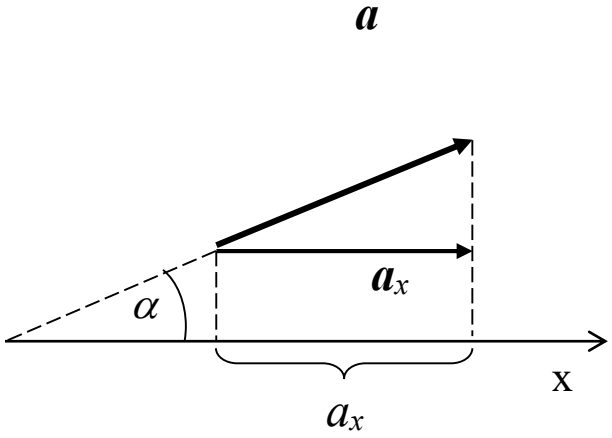


Рис. 1.11

Скалярна величина, визначена таким чином, називається *проекцією* вектора $\vec{a}$ на вісь x. Вона може бути позитивною ($\alpha < 90^0$), негативною ($\alpha > 90^0$) або дорівнювати нулю ($\alpha = 90^0$), в залежності від значення cos α.

Будь-який вектор в декартовій системі координат може бути представлений через орти координатних осей і проекції на ці осі:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

Проекцію вектора на вісь не слід плутати із *складовою вектора* вздовж цієї осі $\vec{a}_x$ (Рис. 1.11), яка по суті є не скаляром, а вектором і дорівнює добутку проекції вектора на вісь на орт цієї осі.

Два вектори можна перемножувати між собою двома способами – *скалярно* і *векторно.*

Скалярний добуток двох векторів – це скаляр, чисельно рівний добуткові модулів цих векторів на косинус кута між ними (Рис. 1.12):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha . \qquad (1.1.25)$$

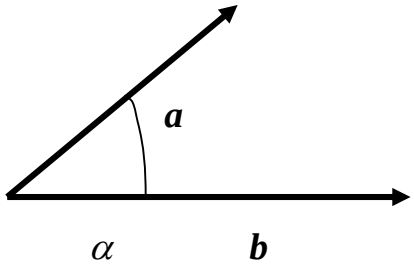


Рис. 1.12

Векторний добуток двох векторів – це вектор, модуль якого дорівнює добуткові модулів цих векторів на синус кута між ними, а напрямок якого співпадає з напрямком перпендикуляра до площини, в якій лежать обидва вектори, і визначається за правилом правого гвинта (Рис. 1.13):

$$\vec{c} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$$
$$c = a \cdot b \cdot \sin\alpha \qquad (1.1.26)$$

Правило правого гвинта в даному випадку формулюється таким чином:

Якщо розмістити гвинт вздовж нормалі до площини, в якій знаходяться вектори, що перемножуються, й обертати його в напрямку від першого вектора до другого, то поступальний рух гвинта при цьому вкаже позитивний напрямок нормалі (див. Рис. 1.13).

Згідно з цим правилом, якщо поміняти місцями вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ у формулі (1.26), то напрямок вектора $\vec{c}$ зміниться на протилежний. Необхідно зазначити, що векторний добуток двох векторів (вектор $\vec{c}$) має певні властивості, які відрізняють його від звичайних векторів (векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$). Внаслідок цього вектори такого типу, напрямок яких визначається за правилом правого гвинта, називаються *псевдовекторами* (або *аксіальними векторами*).

Для символічного позначення операцій множення векторів застосовуються: при скалярному множенні – крапка між позначеннями векторів (див. (1.1.25)), при векторному множенні – позначення векторів через кому, взяті в квадратні дужки (див. (1.1.26)).

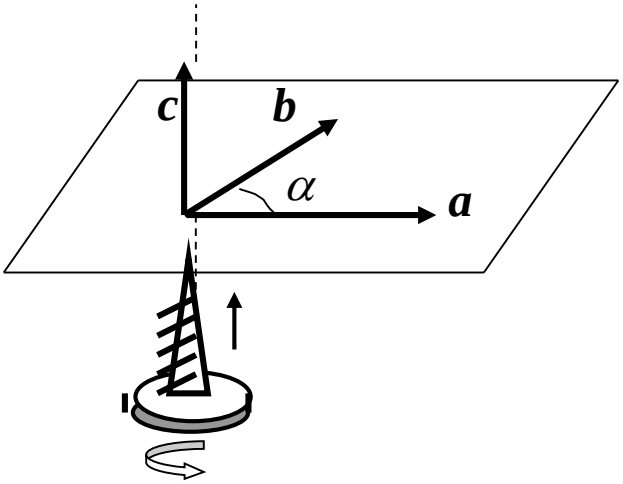


Рис. 1.13

2. “Динаміка поступального та обертального руху”

2.1. Закони Ньютона

В основі класичної динаміки лежать 3 закони Ньютона, сформульовані ним у кінці XVII сторіччя. Ці закони є результатом узагальнення великої кількості дослідних фактів, і критерієм їх вірності є правильність тих теорій, які створені на їх основі і які з великою точністю підтверджувались на практиці протягом близько 2 століть, до кінця XIX століття. Виявлені пізніше відхилення від цих законів стосуються лише явищ, пов’язаних із мікрочастинками, та при швидкостях руху, що наближаються до швидкості світла у вакуумі. У всіх інших випадках ньютонівська (класична) механіка залишається правильною і продовжує широко застосовуватися на практиці.

I закон Ньютона:

матеріальне тіло при відсутності взаємодії з іншими тілами зберігає стан відносного спокою або рівномірного прямолінійного руху.

Властивість тіл зберігати свою швидкість називається *інертністю*, і, відповідно до цього, І закон Ньютона називається також *законом інерції.*

Цей закон виконується не в кожній системі відліку. Наприклад, він не виконується у системах відліку, які рухаються прискорено відносно інших систем.

Тому системи відліку, в яких І закон Ньютона виконується, називаються *інерціальними*, а всі інші – *неінерціальними*.

Фізичні дослідження виявили закономірності, об'єднані у *ІІ законі Ньютона*:

прискорення тіла пропорційне рівнодіючій всіх сил, діючих на тіло, співпадає з нею за напрямком і обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (1.2.1)$$

або

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}. \qquad (1.2.2)$$

Імпульсом тіла (або *кількістю руху*) називається векторна величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Рівняння ІІ закону Ньютона можна написати також у такій формі:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{\upsilon}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \qquad (1.2.3)$$

тобто *рівнодіюча всіх сил дорівнює першій похідній від імпульсу тіла по часу*.

Згідно з (2.3), приріст імпульсу тіла внаслідок дії сили дорівнює добутку сили на проміжок часу, протягом якого вона діяла:

$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt. \qquad (1.2.4)$$

У *ІІІ законі Ньютона* розглядається взаємодія двох тіл. У ньому стверджується, що дія одного тіла на інше завжди викликає протилежну дію у відповідь (рис. 1.14):

при взаємодії двох матеріальних точок на кожну з них діє сила, спрямована вздовж прямої, що з'єднує ці точки. Ці сили є рівними по модулю і протилежними за напрямком:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad . \qquad (1.2.5)$$

Цей закон є застосовним не лише до матеріальних точок, але й до будь-яких інших тіл, адже кожне з них можна розглядати як певну комбінацію матеріальних точок.

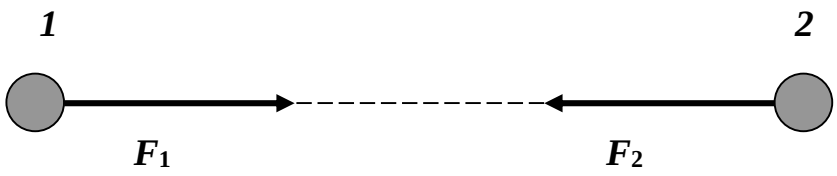


Рис. 1.14

2.2.Закон збереження імпульсу

Розглянемо *механічну систему*, тобто деяку сукупність матеріальних точок.

Нехай механічна система складається з n матеріальних точок (рис. 1.15), маси і швидкості яких дорівнюють, відповідно,

$$m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_n$$

$$\vec{\upsilon}_1,\ \vec{\upsilon}_2,\ \ldots,\ \vec{\upsilon}_n \quad .$$

Сили взаємодії між точками системи називаються *внутрішніми*. Сили, що діють на них ззовні, називаються *зовнішніми*.

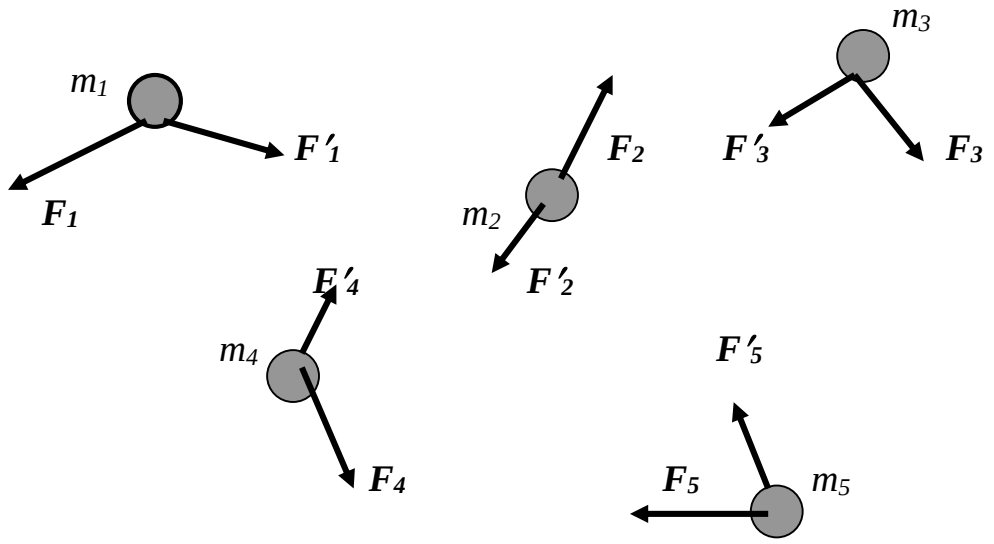


Рис. 1.15

Позначимо повний імпульс системи:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i \ . \qquad (1.2.6)$$

Застосовуючи до механічної системи 2-й та 3-й закони Ньютона, можна довести:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n \ , \qquad (1.2.7)$$

тобто: *похідна від імпульсу механічної системи по часу дорівнює векторній сумі зовнішніх сил, що діють на систему*.

Якщо зовнішні сили відсутні, то механічна система називається *замкненою*. В цьому випадку:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \qquad (1.2.8)$$

тобто *для замкненої системи*:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const. \qquad (1.2.9)$$

Це є математичний запис *закону збереження імпульсу*:

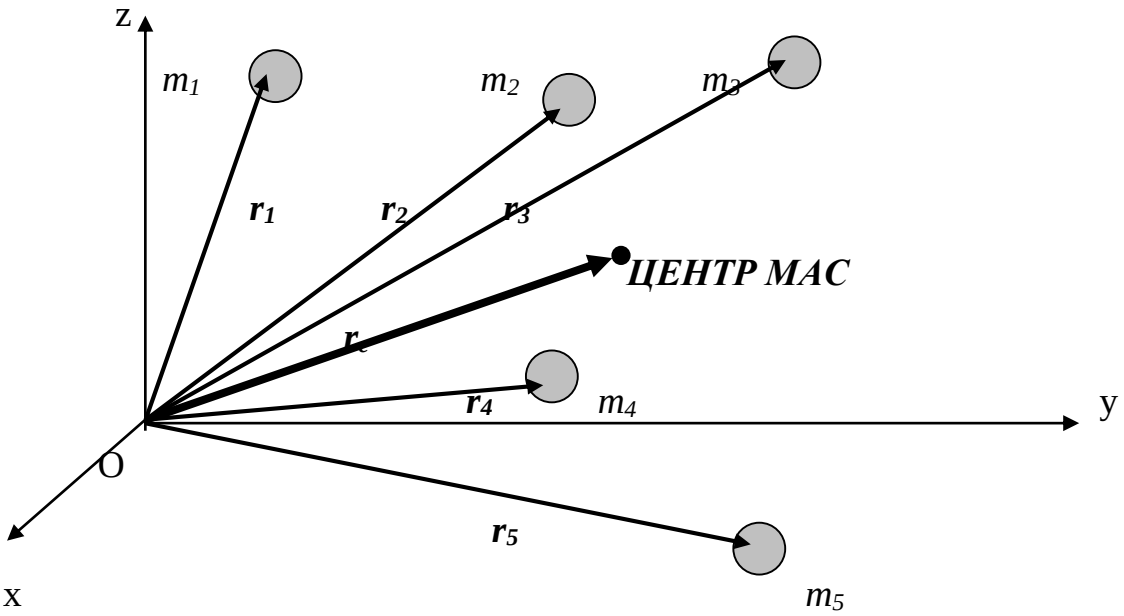
імпульс замкненої механічної системи зберігається (не змінюється з часом)**, які б процеси не відбувалися всередині системи.**

У деяких випадках для аналізу руху механічної системи корисно ввести поняття *центру мас* цієї системи, положення якого визначається радіус-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m} \ , \qquad (1.2.10)$$

де $\vec{r}_i$ - радіус-вектори окремих точок системи, а m – маса всієї системи:

$$m = \sum_{i=1}^{n} m_i \ .$$



Можна довести, що:

$$m\vec{\upsilon}_c = \vec{p}\ . \qquad (1.2.11)$$

Таким чином, *імпульс механічної системи дорівнює добутку її загальної маси на швидкість центру мас цієї системи*.

Якщо (2.11) продиференціювати, то, враховуючи (1.2.7), отримаємо:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}_c}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n\ . \qquad (1.2.12)$$

Отже, *центр мас механічної системи рухається, як матеріальна точка, до якої прикладена рівнодіюча всіх сил, що діють на систему*.

Рух складної механічної системи можна розкласти на рух центру мас відносно зовнішньої системи відліку і рух частин системи відносно центру мас.

Прикладом такої системи є система Земля – Місяць, що рухається по еліптичній орбіті навколо Сонця. Згідно із зробленим висновком, по еліптичній орбіті навколо Сонця рухається центр мас цієї системи. В свою чергу, Земля і Місяць обертаються навколо спільного центру мас. Таким чином, траєкторії їх руху є складним взаємонакладенням двох різних рухів.

2.3. Сили та силові поля

Всі відомі на даний час сили, що діють у природі, можна звести до фундаментальних взаємодій 4 типів: 1) гравітаційна; 2) електромагнітна; 3) сильна (внутрішньоядерна); 4) слабка (відповідає за процеси розпаду деяких елементарних частинок).

Фундаментальні взаємодії є першоосновою всіх існуючих у природі сил. Сили фундаментальних взаємодій передаються на відстань за допомогою відповідних *силових полів*, безперервно розподілених у просторі і залежних від просторових координат і від часу.

Але в механіці розглядаються й інші сили, наприклад, *сили тертя, сили пружної деформації*, які не є фундаментальними, оскільки в їх основі лежить електромагнітна взаємодія частинок речовини.

Розглянемо деякі приклади сил та пов'язані з ними кількісні співвідношення.

А) Гравітаційне поле

Свого часу Ньютон виконав кількісний теоретичний аналіз даних астрономічних спостережень і дійшов висновку, що небесні тіла повинні рухатися саме так лише в тому випадку, якщо будь-які два небесних тіла взаємно притягуються з силою, величина якої:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}, \qquad (1.2.13)$$

де m_1 і m_2 – маси тіл, r – відстань між ними, G – фізична константа, яка називається *гравітаційною сталою*:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Цей закон дістав назву *закону всесвітнього тяжіння*:

будь-які дві матеріальні точки взаємно притягуються з силою, пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними.

Явище взаємного притягання тіл, зумовлене цим законом, називається *гравітацією*. Гравітаційна взаємодія між тілами здійснюється за допомогою *гравітаційного поля.*

Поблизу Землі на кожне тіло масою m, згідно з (1.2.13), діє *сила тяжіння*. Для визначення сили тяжіння необхідно виконувати інтегрування, визначаючи силу взаємного притягнення тіла і кожного елементу планети. В результаті такого інтегрування отримаємо результат, який говорить про те, що на точкову масу m, розміщену від центру Землі на відстані $r = R + h$ (h – висота тіла над поверхнею Землі, R – радіус Землі), діє така сама сила, як і в тому випадку, коли вся маса Землі M сконцентрована в її центрі (тобто Землю можна і в цьому випадку вважати матеріальною точкою):

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2}. \qquad (1.2.14)$$

Якщо тіло знаходиться на поверхні Землі, то $h = 0$ і сила тяжіння:

$$F = G\frac{mM}{R^2}, \qquad (1.2.15)$$

Згідно з II законом Ньютона, ця сила повинна зумовлювати певне прискорення тіла a, пов'язане з нею співвідношенням $F = m\,a$.Із дослідів Галілея відомо, що $a = g = 9{,}81$ м/с^2.:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}. \qquad (1.2.16)$$

Підставляючи цю величину в ліву частину формули (1.2.15), отримаємо:

$$mg = G\frac{mM}{R^2},$$

звідки

$$g = G\frac{M}{R^2}. \qquad (1.2.17)$$

Із цього співвідношення, знаючи g, G і R, можна розрахувати масу Землі M.

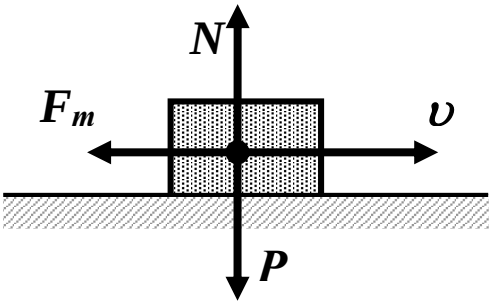
Б) Сила тертя

З досвіду відомо, що у більшості випадків тіло, приведене в стан руху з певною швидкістю, через деякий час зупиняється, якщо його рух не підтримується

дією сил, спрямованих у напрямку руху. Ми розглянемо ковзання тіла вздовж поверхні якогось іншого твердого тіла.

Причиною тертя при ковзанні однієї поверхні по іншій є мікронерівності поверхонь, що дотикаються. Для дуже гладких поверхонь певну роль відіграють також сили міжмолекулярної взаємодії.

Під час руху тіла сила тертя $\vec{F}_{тр}$ завжди має напрямок, протилежний до напрямку вектора швидкості $\vec{\upsilon}$ тіла відносно опори



Модуль сили тертя пропорційний силі нормального тиску, з якою тіло тисне на поверхню.:

$$\boxed{F_{тр} = k \cdot N}, \qquad (1.2.18)$$

де k – коефіцієнт тертя, який залежить від складу та стану речовини і стану поверхні.

В) Деформація тіл. Пружні сили

Деформація – це зміна форми твердого тіла внаслідок дії зовнішніх сил.

Деформація називається пружною, якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло відновлює початкові розміри і форму.

Деформація, яка зберігається після припинення дії на тіло зовнішніх сил, називається пластичною.

В залежності від напрямку дії деформуючих сил, розглядають такі види деформацій: *розтягнення або стискання, зсув, згин, кручення*. Як приклад деформації „розтягнення–стискання”, розглянемо стрижень довжиною l і діаметром d, який деформується діючими на його кінці вздовж осі стрижня протилежно спрямованими силами $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, рівними по модулю, тобто $F_1 = F_2 = F$ (рис. 1.16).

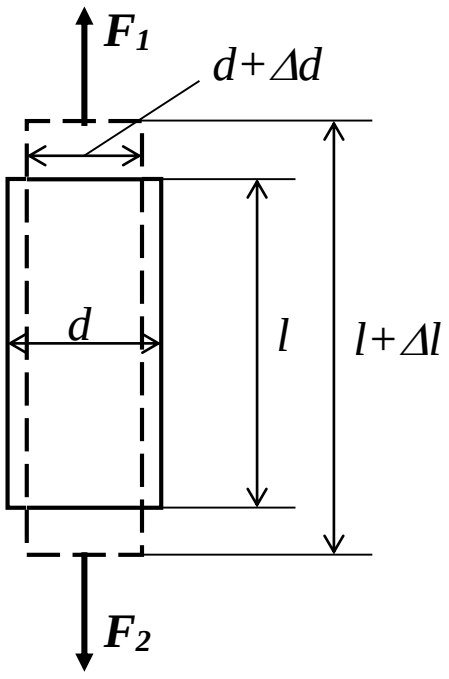


Рис. 1.16

Внаслідок дії сил довжина стрижня стала рівною $l + \Delta l$. Зміна розміру тіла Δl називається його *абсолютною*

деформацією, а її відношення до початкового розміру $\Delta l/\ l$ – *відносною деформацією*.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \qquad (1.2.19)$$

Сила, що діє на одиницю площі поперечного перерізу тіла, називається *механічним напруженням*:

$$\sigma = \frac{F}{S}, \qquad (1.2.20)$$

де S – площа поперечного перерізу тіла, F – сила, що діє перпендикулярно до площини перерізу.

Дослідним шляхом встановлено, що

в межах, коли деформація тіла не перевищує певну критичну величину і залишається пружною, механічне напруження пропорційне величині деформації:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \qquad (1.2.21)$$

де E – модуль Юнга речовини. З останнього співвідношення можна визначити, що *модуль Юнга теоретично дорівнює механічному напруженню при $\varepsilon = 1$, тобто при такій деформації, коли розмір тіла збільшується вдвічі*.

З (1.2.21), (1.2.20) і (1.2.19) знайдемо:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES} = \frac{\Delta l}{l}.$$

З останнього рівняння:

$$\boxed{F = k \cdot \Delta l}, \qquad (1.2.22)$$

де $k = \dfrac{ES}{l}$ – *коефіцієнт пружності* (*жорсткість*) тіла. Отже, можна сформулювати наступний закон (*закон Гука*):

видовження тіла при деформації пропорційне величині деформуючої сили**.**

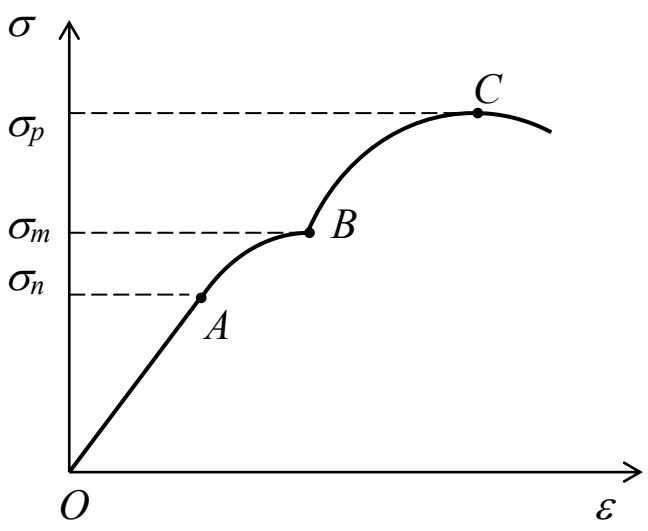


Рис. 1.17

Залежність відносної деформації ε від механічного напруження σ називається *діаграмою напружень* даної речовини (рис. 1.17). Вона містить кілька ділянок, границі між якими визначають основні механічні параметри даної речовини.

На ділянці *OA* деформація змінюється у відповідності до закону Гука (пропорційно до напруження). Найбільше механічне напруження σ_n, що відповідає цій ділянці, визначає *границю пружності* даної речовини. При подальшому зростанні механічного напруження його залежність від деформації є нелінійною, в речовині виникають необоротні пластичні деформації. При наближенні до точки *B* деформація збільшується практично без зростання механічного напруження (явище *текучості* речовини). Механічне напруження σ_m що відповідає верхній границі цієї ділянки діаграми, називається *границею текучості* речовини. При $\sigma > \sigma_m$ (ділянка *BC*) відбувається руйнування тіла (розривання міжатомних зв'язків). Максимальне механічне напруження σ_p, що може бути досягнуте в тілі перед його остаточним руйнуванням, називається *границею міцності* речовини.

2.4. Робота сили, енергія

При переміщенні тіла під дією сили ця сила виконує роботу. При зростанні сили або переміщення зростає й виконана силою робота.

У найпростішому випадку, коли сила є сталою, рух є прямолінійним і напрямок сили співпадає з напрямком переміщення, робота сили – це добуток сили на переміщення (на пройдений шлях):

$$A = F \cdot s \,. \qquad (1.2.23)$$

Наприклад, для того, щоб підняти тіло масою *m* на певну висоту *h*, необхідно виконати роботу силою, спрямованою вгору. Величина цієї сили повинна бути достатньою для того, щоб подолати силу тяжіння. В цьому випадку робота є пропорційною силі тяжіння *mg* і висоті підіймання тіла *h* і визначається за формулою: $A = mgh \,.$ (1.2.24)

У більш загальному випадку, коли сила спрямована довільним чином, роботу виконує лише складова цієї сили вздовж напрямку переміщення. Для сталої сили, спрямованої під кутом α до напрямку прямолінійного руху:

$$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha \,. \qquad (1.2.25)$$

Якщо сила змінюється, а рух не є прямолінійним, роботу можна визначити для нескінченно малого відрізку траєкторії тіла ds, якому відповідає елементарне переміщення $d\vec{r}$ (рис. 1.18):

$$\boxed{dA = F \cdot ds \cdot \cos\alpha = \vec{F} \cdot d\vec{r}}, \qquad (1.2.26)$$

де α – кут між напрямками сили $\vec{F}$ і переміщення $d\vec{r}$, ds – елементарний шлях (модуль вектора переміщення $d\vec{r}$).

<u>Робота сили</u> на елементарній ділянці траєкторії – це скалярний добуток сили на переміщення.

Якщо $0 < \alpha < 90°$, робота є додатною, а при $90° < \alpha < 180°$– від'ємною величиною.

На шляху 1 – 2:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 F \cdot \cos\alpha \cdot ds, \qquad (1.2.27)$$

де 1 і 2 – початкова і кінцева точки траєкторії тіла, над яким виконується робота.

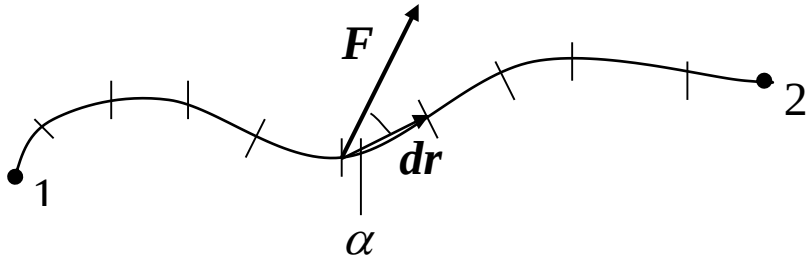


Рис. 1.18

Похідна від роботи по часу (швидкість виконання роботи) називається *потужністю*:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon} \ . \qquad (1.2.28)$$

Одиницею вимірювання роботи в системі СІ є *джоуль*:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н·м} = 1 \text{ кг·м}^2/\text{с}^2.$$

Одиницею потужності є *ват*: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$.

Здатність механічної системи виконувати роботу називається *енергією*.

У розглянутому вище прикладі тіло, підняте на певну висоту, може впасти з цієї висоти і при падінні виконати над іншим тілом роботу такої самої величини, яка була спочатку виконана над ним. Наприклад, масивна металева болванка (баба) при падінні віддає свою енергію і виконує роботу по заглибленню в землю залізобетонної палі. Такий процес широко застосовується при спорудженні сучасних будівель. Отже, при виконанні над тілом роботи воно здатне накопичувати енергію. У механічних процесах ця енергія може мати 2 різновиди:

1) Енергія руху, яка полягає в тому, що масивне тіло рухається з певною швидкістю і при гальмуванні здатне виконувати роботу над тим тілом, яке його гальмує. Ця енергія називається *кінетичною*. Можна довести, що вона дорівнює

$$\boxed{W_к = \frac{m\upsilon^2}{2}} \qquad (1.2.29)$$

2) Енергія розміщення в силовому полі, яка залежить від просторового положення тіла. Переміщення тіла в силовому полі супроводжується виконанням роботи, яка змінює енергію тіла. Ця енергія називається *потенціальною*. Формула залежить від типу силового поля.

Для тіла, піднятого на висоту *h* у полі сили тяжіння:

$$\boxed{W_п = mgh} \qquad (1.2.30)$$

Для пружно деформованого тіла:

$$\boxed{П = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}}$$

При виконанні роботи над певним тілом на таку саму величину змінюється його енергія. *Робота – це величина зміни енергії.*

$$A = \Delta W$$

В деяких випадках величина роботи не залежить від форми траєкторії (наприклад, траєкторії *а, б, в* на рис. 1.19), а залежить лише від положення кінцевих точок траєкторії (точки 1 і 2). В цьому випадку силове поле, що діє у даному просторі, називається *потенціальним*, а сили, зумовлені даним полем, називаються *консервативними*. Прикладом потенціального силового поля є поле сил тяжіння, тобто сили тяжіння є консервативними.

Якщо ж виконувана робота залежить від форми траєкторії, то сила, що її виконує, називається *дисипативною* (наприклад, сила тертя).

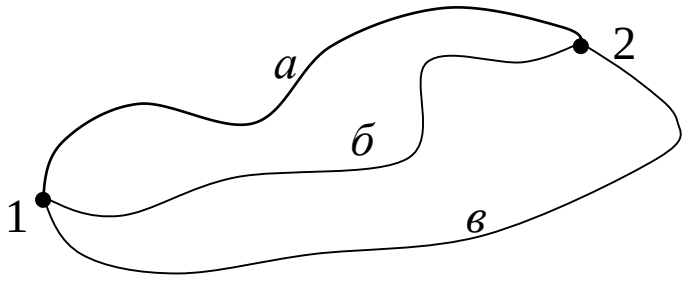


Рис. 1.19

Якщо система знаходиться в потенціальному силовому полі, то для неї діє принцип мінімуму потенціальної енергії:

механічна система у рівновазі займає той стан, який має мінімальну по відношенню до найближчих станів потенціальну енергію.

Примітка. Наприклад, м’яч, покладений на нерівну поверхню, знайде своє положення рівноваги у локальному мінімумі (заглибині), яка дозволить йому мати потенціальну енергію меншу, ніж у будь-якій із найближчих точок цієї поверхні.

Сума кінетичної і потенціальної енергій називається повною механічною енергією системи:

$$E = W_к + W_п .$$

2.5. Закон збереження енергії

Можна теоретично довести, що при відсутності дисипативних сил повна механічна енергія замкненої системи не змінюється з часом, відбувається лише перехід кінетичної енергії в потенціальну і навпаки. Наприклад, при падінні тіла з певної висоти потенціальна енергія тіла зменшується, кінетична енергія зростає, але їх сума (якщо знехтувати силою тертя) залишається сталою.

Таким чином, можна сформулювати *закон збереження механічної енергії*:

при наявності лише консервативних сил повна механічна енергія замкненої механічної системи зберігається.

При наявності дисипативних сил повна механічна енергія системи поступово зменшується внаслідок її перетворення в інші, немеханічні форми енергії. Цей процес називається *дисипацією* (розсіянням) енергії, а системи, в яких він має місце, називаються *дисипативними*. Типовим прикладом дисипативного процесу є тертя.

Необхідно мати на увазі, що обмеження, накладені на застосування закону збереження енергії в рамках механіки, повністю усуваються, якщо розглядати будь-який процес у більш загальному контексті, в межах усієї фізики. Дисипація механічної енергії призводить до її перетворення на *внутрішню енергію* механічної системи та навколишнього середовища. Можливий також і зворотній процес – перетворення внутрішньої енергії на механічну.

Отже, енергія зберігається також і в дисипативних системах, але вона набуває інших форм. Загальний *закон збереження енергії*:

енергія не зникає і не створюється, вона лише переходить з одних форм у інші.

Загальний закон збереження енергії неможливо довести теоретично, але доказом його справедливості є те, що в жодному досліді у будь-яких процесах не спостерігалось явищ, які б свідчили про відхилення від нього. В той же час, цей закон має величезне значення для побудови єдиної системи природничих знань. Ряд фізичних законів і нових теорій були створені значною мірою завдяки творчому застосуванню цього одного з найбільш фундаментальних законів фізики.

2.6. Удар двох тіл

Застосування законів збереження енергії та імпульсу розглянемо на прикладі теоретичного аналізу ударів двох тіл.

Удар – це зіткнення двох тіл, коли взаємодія між ними продовжується дуже короткий час, яким можна знехтувати.

В залежності від типу деформацій тіл розрізняють пружні й непружні удари.

Абсолютно пружним називається такий удар, в результаті якого у взаємодіючих тілах не залишається деформацій, а сумарна кінетична енергія системи двох тіл не змінюється.

Абсолютно непружним називається такий удар, в результаті якого взаємодіючі тіла об'єднуються і після удару рухаються як одне ціле.

Для аналізу зміни стану руху тіл в результаті удару необхідно застосовувати: для пружного удару – закони збереження енергії та імпульсу, для непружного – тільки закон збереження імпульсу.

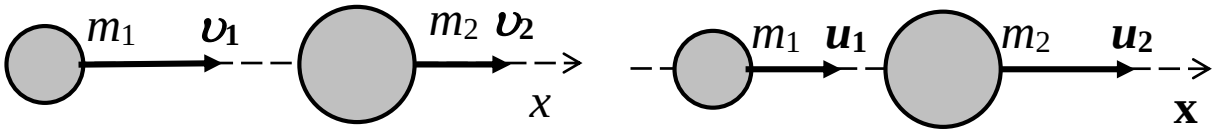
Найбільш простим для аналізу є 1-вимірний випадок, коли тіла до і після удару рухаються вздовж однієї лінії – центральний удар.

Центральним називається удар, при якому тіла до і після удару рухаються вздовж лінії, що з'єднує їх центри мас.

А. *Абсолютно пружний центральний удар*.

Розглянемо два тіла масами m_1 і m_2 , що рухаються вздовж осі x. Позначимо їх швидкості до удару, відповідно, υ_1 і υ_2, а після удару u_1 і u_2 (рис. 1.20).

Ці два тіла можна розглядати як замкнену механічну систему, для якої завжди виконується закон збереження імпульсу, а у випадку абсолютно пружного удару – також і закон збереження механічної енергії. В даному випадку зовнішні силові поля відсутні, а тому механічна енергія є чисто кінетичною.



До удару Після удару

Рис. 1.20

Напишемо рівняння законів збереження імпульсу й енергії в проекції на вісь *x*:

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \ , \qquad (1.2.31)$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^{\,2}}{2} = \frac{m_1u_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2u_2^{\,2}}{2} \ . \qquad (1.2.32)$$

Всі члени з індексами 1 перенесемо в ліву частину рівнянь, а з індексами 2 – у праву. Після математичних перетворень отримаємо:

$$m_1(\upsilon_1 - u_1) = m_2(u_2 - \upsilon_2), \qquad (1.2.33)$$

$$m_1(\upsilon_1^{\,2} - u_1^{\,2}) = m_2(u_2^{\,2} - \upsilon_2^{\,2}) \ . \qquad (1.2.34)$$

Якщо поділимо (1.2.34) на (1.2.33), будемо мати:

$$\upsilon_1 + u_1 = \upsilon_2 + u_2 \, . \qquad (1.2.35)$$

Розв’язуючи систему двох рівнянь (1.2.34) і (1.2.35), отримаємо:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \ , \qquad (1.2.36)$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \ . \qquad (1.2.37)$$

Розглянемо застосування отриманих формул до таких часткових випадків:

1) якщо до удару друге тіло було нерухомим : $\upsilon_2 = 0$.

Тоді

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \ , \qquad (1.2.38)$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \ ; \qquad (1.2.39)$$

2) якщо виконуються умови: друге тіло до удару було нерухомим і тіла однакові за масою. Підставляючи в останні два співвідношення умову $m_1 = m_2$, отримаємо:

$$u_1 = 0 \ ,$$

$$u_2 = \upsilon_1 \, ,$$

тобто після удару перше тіло зупиняється, а друге починає рухатися з такою ж швидкістю, яку мало перше тіло до удару.

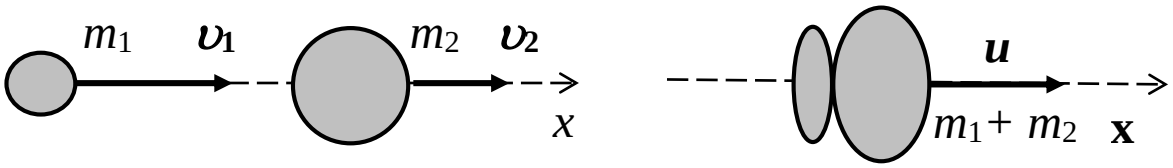
Б. ***Абсолютно непружний центральний удар.***

Згідно з визначенням непружного удару, в цьому випадку два розглянутих вище тіла мають після удару однакову кінцеву швидкість u (рис. 1.21) .

Механічна енергія після удару не зберігається, але зберігається імпульс системи двох тіл. Запишемо закон збереження імпульсу в проекції на вісь x:

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\, u\ . \qquad (1.2.40)$$

Звідси:
$$u = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}\ . \qquad (1.2.41)$$



До удару Після удару

Рис. 1.21

Якщо $m_1\upsilon_1 = -\, m_2\upsilon_2$, то $u = 0$, тобто при зустрічному ударі з рівними імпульсами кінетична енергія повністю переходить у немеханічні форми енергії.

2.7. Момент інерції

Одним із основних параметрів динаміки обертального руху є *момент інерції* тіла. Найбільш просто його визначення дається для матеріальної точки, яка обертається навколо осі.

Моментом інерції матеріальної точки відносно осі обертання z називається добуток маси цієї точки на квадрат її відстані від цієї осі (рис. 1.22) :

$$\boxed{J = m\, r^2}\ . \qquad (1.2.42)$$

У випадку механічної системи, що складається з n матеріальних точок, її загальний момент інерції відносно певної осі дорівнює сумі моментів інерції всіх точок відносно цієї осі:

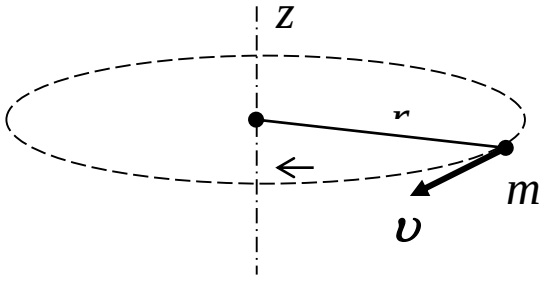


Рис. 1.23

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 , \qquad (1.2.43)$$

Якщо механічна система є суцільним тілом, то сума в (1.2.43) переходить в інтеграл:

$$J = \int r^2 dm , \qquad (2.44)$$

де інтегрування ведеться по всьому тілу, а r – відстань даної точки тіла з елементом маси dm від осі обертання.

Результати розрахунку моментів інерції деяких тіл:

а) суцільна куля радіусом R (рис. 1.24*а*). Відносно осі z, що проходить через центр кулі, її момент інерції:

$$J = 2/5 \cdot m R^2 ; \qquad (1.2.45)$$

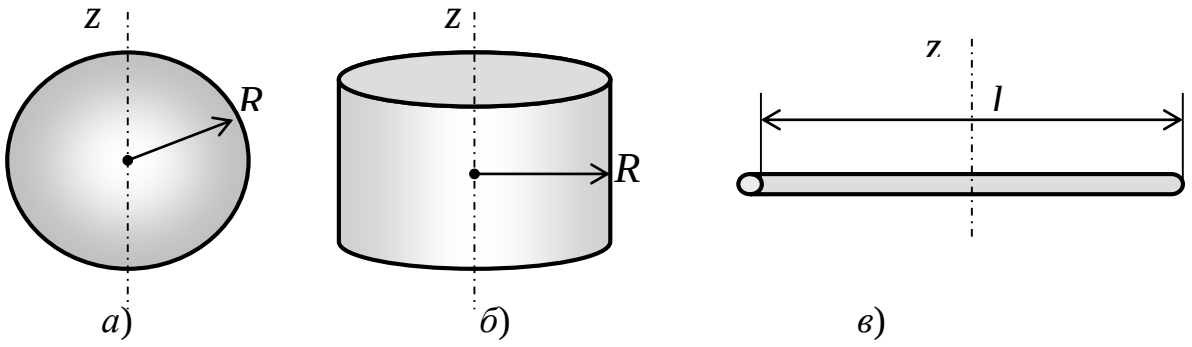
б) суцільний циліндр або диск радіусом R (рис. 1.24*б*). Момент інерції відносно осі симетрії:

$$J = 1/2 \cdot m R^2 ; \qquad (1.2.46)$$

в) прямий тонкий стрижень довжиною l (рис. 1.24*в*). Для осі, що проходить перпендикулярно стрижню через його середину:

$$J = 1/12 \cdot m l^2 . \qquad (1.2.47)$$

У формулах (1.2.45 – 1.2.47) m – загальна маса всього тіла.



а) *б*) *в*)

Рис. 1.24

При обертанні тіла навколо осі, що не проходить через його геометричний центр (центр мас), обчислення можна значно спростити, якщо скористатися *теоремою Штейнера*:

момент інерції тіла J відносно будь-якої осі обертання дорівнює моменту його інерції J_0 відносно паралельної осі, що проходить через його центр мас, плюс добуток маси тіла на квадрат відстані між осями (рис. 1.25) **:**

$$\boxed{J = J_0 + m\,r^2}. \qquad (1.2.48)$$

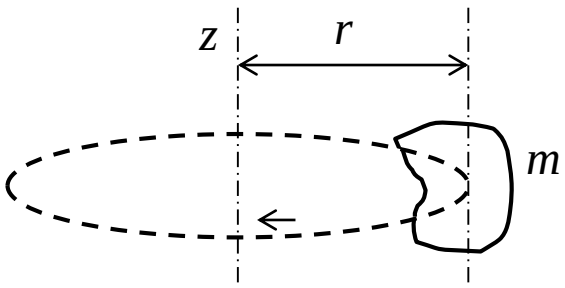


Рис. 1.25

Теорема Штейнера є особливо зручною для симетричних тіл, приклади яких наведено вище. Для кожного з них досить розрахувати момент інерції відносно осі симетрії, і тоді за допомогою теореми Штейнера можна легко визначити момент інерції цього тіла відносно будь-якої іншої паралельної осі.

Наприклад, для обертання кулі відносно осі z, дотичної до її поверхні (рис. 1.26):

$$J = J_0 + m\,R^2 =$$

$$= 2/5\; m\,R^2 + m\,R^2 = 7/5\; m\,R^2 .$$

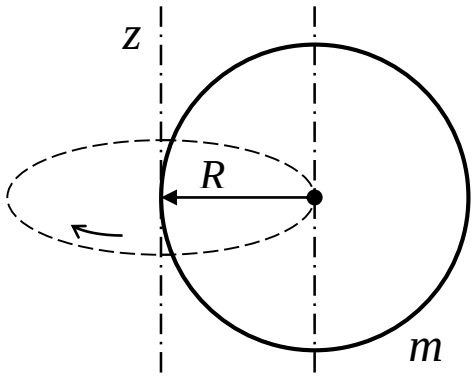


Рис. 1.26

Момент інерції визначає інерційні властивості механічної системи відносно обертального руху навколо певної осі, так само, як маса тіла визначає його інерційні властивості відносно поступального руху.

2.8.Момент сили

Іншим важливим параметром динаміки обертального руху є *момент сили*. Необхідність застосування саме цієї величини для врахування дії сили на обертальний рух тіла можна з'ясувати за допомогою такого простого прикладу. Нехай необхідно відкрутити гайку за допомогою гайкового ключа (рис. 1.27). У випадку, коли гайка велика й міцно затягнута, у людини може не вистачити сили для її відкручування. Життєвий досвід говорить про те, що в цьому випадку може стати в нагоді досить простий метод: гайковий ключ треба подовжити за допомогою надітої на нього труби. Тоді, прикладаючи таку саму силу ($F_2 = F_1$), але на більшій відстані від осі обертання гайки, можна зрушити з місця і зрештою відкрутити гайку.

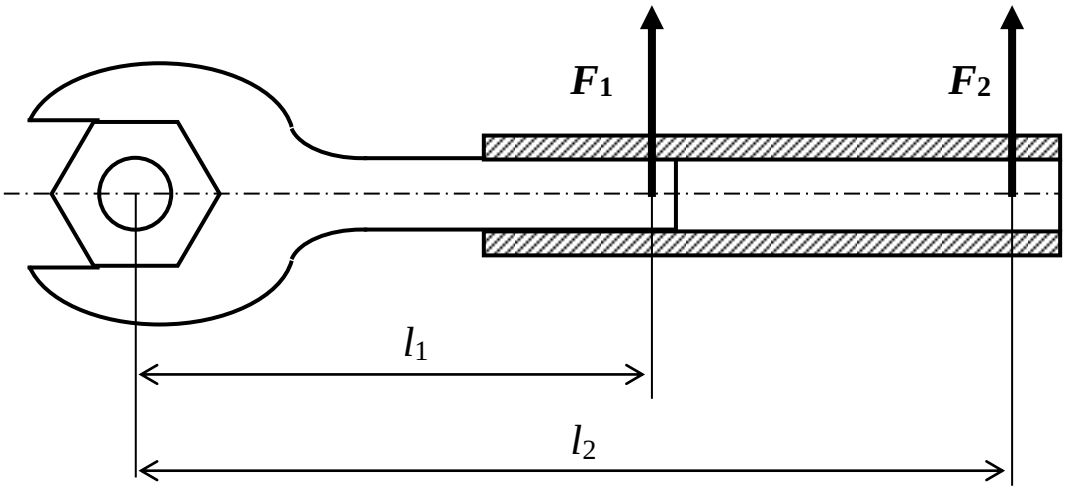


Рис. 1.27

Отже, в цьому випадку результат дії однакових за величиною і напрямком сил є різним, тому що різними є точки їх прикладення. Внаслідок цього змінюється *плече сили* l і, як наслідок, *момент сили* M. Визначальною величиною для результату дії в даному випадку є не сила (сили F_1 і F_2 однакові), а *момент сили*. Найпростішим (і доволі примітивним) визначенням для цієї величини є таке:

моментом сили відносно осі називається добуток модуля сили на її плече відносно цієї осі:

$$M = F\,l\,.$$

Плечем сили відносно осі називається відстань від осі до напрямку дії сили.

Для правильного визначення плеча сили необхідно провести пряму лінію вздовж вектора сили і опустити на цю пряму перпендикуляр від осі. :

В розглянутому прикладі плече $l_2 > l_1$, а тому $M_2 > M_1$, що дає змогу досягнути бажаного результату (відкрутити гайку).

Наведене вище визначення моменту сили є спрощеним, оскільки воно визначає лише модуль цієї величини і не визначає її напрямок. Насправді момент сили є аксіальним вектором.

В загальному випадку визначення моменту сили формулюється так.

Моментом сили $\vec{F}$ *відносно нерухомої точки* O *називається фізична величина, яка визначається векторним добутком радіус-вектора* $\vec{r}$ *, проведеного з точки O в точку прикладення сили, на вектор сили* $\vec{F}$

(рис. 1.28):

$$\boxed{\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]}. \quad (1.2.49)$$

Модуль моменту сили:

$M = F\, r \sin\alpha = F\, l$, (1.2.50)

де $l = r \sin\alpha$ – плече сили.

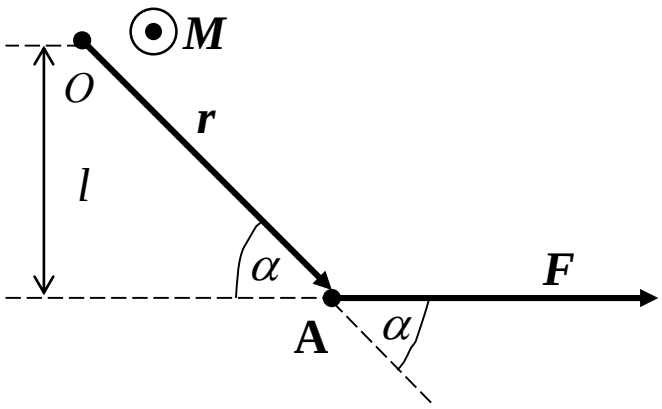


Рис. 1.28

Згідно з визначенням, момент сили відносно точки є псевдовектором (аксіальним вектором), оскільки його напрямок визначається правилом правого гвинта (векторний добуток двох векторів). З цієї ж причини він завжди є перпендикулярним до площини, в якій лежать вектори $\vec{r}$ і $\vec{F}$ (вектор $\vec{M}$ на рис. 2.14 перпендикулярний до заштрихованої площини).

2.9. Основний закон динаміки обертального руху

Розглянемо найпростіший випадок – обертання матеріальної точки масою m навколо осі z (рис. 1.29). При дії сили $\vec{F}$ вздовж дотичної до траєкторії матеріальна точка отримує тангенціальне прискорення, згідно з II законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

і кутове прискорення :

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{F}{mr} = \frac{Fr}{mr^2} = \frac{M_z}{J_z},$$

де M_z – момент сили $\vec{F}$ відносно осі z, J_z – момент інерції матеріальної точки відносно осі z.

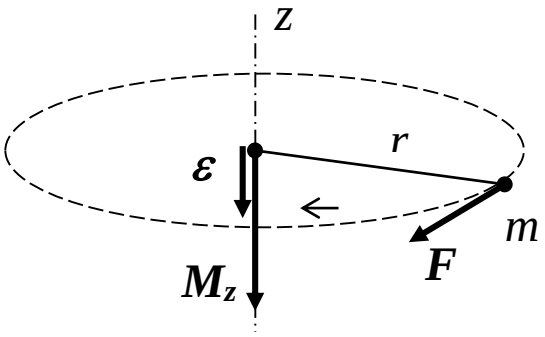


Рис. 1.29

Можна довести, що отриманий результат є справедливим і для більш загального випадку. Він отримав назву *основного закону динаміки обертального руху*, який можна сформулювати так:

кутове прискорення механічної системи дорівнює відношенню сумарного моменту всіх сил, що діють на систему, до моменту інерції механічної системи відносно осі обертання:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_z}{J_z}. \qquad (1.2.51)$$

або

$$\boxed{\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}}, \qquad (1.2.52)$$

Це співвідношення називається *основним законом динаміки обертального руху*. Рівняння (1.2.52) за своєю формою співпадає з рівнянням II закону Ньютона (який є по суті основним законом динаміки поступального руху), якщо звернути увагу на те, що для обертального руху роль маси відіграє момент інерції тіла, роль сили – момент сили, а роль прискорення – кутове прискорення.

2.10. Закон збереження моменту імпульсу

У розділі «динаміка поступального руху» була розглянута фізична величина, яка називається *імпульс* (добуток маси тіла на його швидкість):

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}.$$

Під час обертального руху аналогічну роль відіграє *момент імпульсу*. Як і для розглянутих раніше параметрів обертального руху (момент інерції, момент сили), він визначається відносно осі обертання.

Найбільш просто момент імпульсу визначається для матеріальної точки.

<u>моментом імпульсу матеріальної точки</u> відносно осі називається добуток модуля імпульсу цієї точки на її плече відносно цієї осі:

$$L = p \cdot l \,.$$

<u>Плечем імпульсу</u> відносно осі називається відстань від осі до напрямку вектора імпульсу.

Для правильного визначення плеча необхідно провести пряму лінію вздовж вектора імпульсу і опустити на цю пряму перпендикуляр від осі. :

Наведене визначення моменту імпульсу є спрощеним, оскільки воно визначає лише модуль цієї величини і не визначає його напрямок. Насправді момент імпульсу є аксіальним вектором (як і момент сили).

В загальному випадку визначення моменту імпульсу формулюється так.

<u>Моментом імпульсу</u> матеріальної точки A <u>відносно нерухомої точки</u> O називається фізична величина, яка визначається векторним добутком радіус-вектора, проведеного з точки O в точку A, на імпульс матеріальної точки (Рис. 1.30):

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = m[\vec{r}, \vec{\upsilon}] \qquad (1.2.53)$$

Момент імпульсу – псевдовектор (аксіальний вектор), напрямок якого визначається напрямком руху правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{p}$, згідно з визначенням векторного добутку.

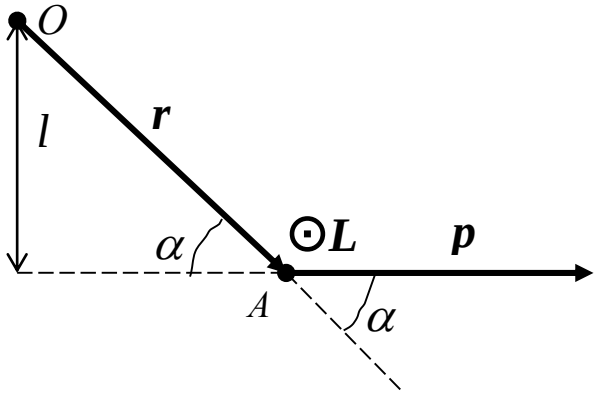


Рис. 1.30

Модуль вектора моменту імпульсу:

$$L = r\,p \sin\alpha = m\,\upsilon\,r \sin\alpha = p\,l\,, \qquad (1.2.54)$$

Де $l = r \sin\alpha$ - плече вектора $\vec{p}$ відносно точки O.

При обертанні матеріальної точки навкруг певної осі z (Рис. 1.31) її швидкість $\vec{\upsilon}$ і імпульс $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ є перпендикулярними до радіуса траєкторії r, тобто радіус є плечем вектора імпульсу, а момент імпульсу $\vec{L}$ спрямований вздовж осі, і його напрямок визначається правилом правого гвинта. Проекція цього вектора на вісь z (момент імпульсу відносно осі z)

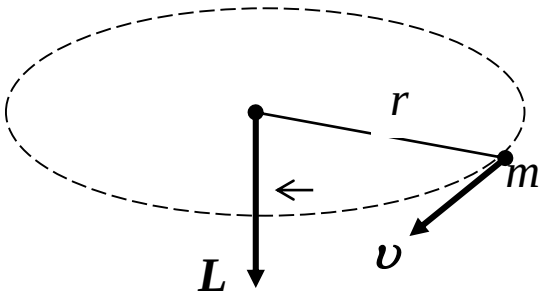


Рис. 1.31

$$L_z = m\upsilon r \qquad (1.2.55)$$

При обертанні навколо осі абсолютно твердого тіла його можна представити, як суму матеріальних точок, а момент імпульсу цього тіла відносно осі є сумою моментів імпульсів усіх його точок:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i \qquad (1.2.56)$$

Оскільки, $\upsilon_i = \omega r_i$, то

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^{\,2} \omega = \omega \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^{\,2} = J_z \omega, \qquad (2.57)$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z (згідно з визначенням).

Отже, *момент імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно цієї осі на його кутову швидкість обертання*:

$$L_z = J_z\, \omega \qquad (1.2.58)$$

Якщо це співвідношення продиференціювати по часу, отримаємо:

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z\ ,$$

де використана формула основного закону динаміки обертального руху. Отже,

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z \qquad (1.2.59)$$

Ми отримали ще одну форму *основного закону динаміки обертального руху*, який можна сформулювати таким чином:

похідна від моменту імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює сумарному моменту сил, що діють на тіло, відносно цієї осі.

У векторній формі:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad (1.2.60)$$

Якщо механічна система є замкненою, тобто якщо зовнішні сили відсутні (або взаємно скомпенсовані), то $\vec{M} = 0$. Тоді з (1.2.60)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \qquad (1.2.61)$$

або $$\vec{L} = const \qquad (1.2.62)$$

Отриманий висновок має назву *закону збереження моменту імпульсу*:

момент імпульсу замкненої системи зберігається (не змінюється з часом).

2.11. Відповідність параметрів поступального та обертального рухів

Рівняння основного закону динаміки обертального руху $\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}$ за своєю формою співпадає з рівнянням II закону Ньютона (який по суті є основним законом динаміки поступального руху). Це дозволяє звернути увагу на те, що для обертального руху роль маси відіграє момент інерції тіла, роль сили – момент сили, а роль прискорення – кутове прискорення. Аналогію між параметрами поступального й обертального рухів можна продовжити на прикладі такого параметра, як імпульс $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$. Його аналогом для обертального руху є момент імпульсу, який має такий же математичний зв'язок з аналогами маси (момент інерції) і швидкості (кутова швидкість): $\vec{L}_z = J_z \vec{\omega}$.

Така аналогія між математичними співвідношеннями поступального та обертального рухів дозволяє кожному з параметрів, що визначає поступальний рух механічної системи, поставити у відповідність певні параметри обертального руху. Це відображено в Таблиці 1.

Табл. 1

Поступальний рух		Обертальний рух	
Назва	Позначення або формула	Позначення або формула	Назва
Радіус-вектор	$\vec{r}$	$\vec{\varphi}$	Кут повороту
Швидкість	$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	Кутова швидкість
Прискорення	$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	Кутове прискорення
Маса	m	J	Момент інерції
Сила	$\vec{F}$	$\vec{M}_z$ або $\vec{M}$	Момент сили
Імпульс	$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	$\vec{L}_z = J_z\vec{\omega}$	Момент імпульсу
Основний закон динаміки	$\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M}_z = J_z\vec{\varepsilon}$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	Основний закон динаміки
Кінетична енергія	$T = \frac{m\upsilon^2}{2}$	$T = \frac{J_z\omega^2}{2}$	Кінетична енергія

3. “Коливання та хвилі”

3.1. Гармонічні коливання

Коливаннями називаються рухи або процеси, які характеризуються певною повторюваністю в часі.

Прикладами коливань є рух маятника, рівномірне обертання тіла навколо осі, добові та річні зміни температури повітря та ін.

У цьому розділі ми будемо розглядати *механічні коливання*, тобто рухи певних механічних систем, які відповідають наведеному вище визначенню коливань.

Коливання називаються *вільними*, якщо вони здійснюються за рахунок початкової енергії без подальших зовнішніх впливів на коливальну систему.

Найпростішим, і разом з тим найбільш поширеним у природі, типом коливань є *гармонічні коливання.*

Гармонічними коливаннями називаються такі коливання, які описуються у часі законом синуса або косинуса:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (1.3.1)$$

де x – відхилення величини, що коливається, від положення рівноваги; A – амплітуда коливань (максимальне відхилення від положення рівноваги);
ω_0 – кругова (циклічна) частота; φ_0 – початкова фаза. Величина, яка стоїть в дужках під знаком косинуса

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \qquad (1.3.2)$$

називається фазою коливань.

Для більшої визначеності будемо вважати, що x – це координата матеріальної точки, яка може рухатись вздовж осі x . (Але отримані нижче співвідношення здебільшого справедливі і для інших коливальних систем).

З рівняння (1.3.1) видно, що

$$-A < x < +A,$$

тобто під час коливань рух матеріальної точки обмежений певними границями.

Кожне положення коливальної системи повторюється через певний проміжок часу T, який називається *періодом коливань*. За цей час, відповідно до властивості косинуса, фаза повинна змінитись на 2π:

$$\omega_0(t + T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi$$

Звідси
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \qquad (1.3.3)$$

Величина, обернена до періоду, є число коливань за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad (1.3.4)$$

Ця величина називається *частотою* коливань і вимірюється у *герцах* (Гц).

Аналізуючи гармонічні коливання точки масою m, можна на основі 2-го закону Ньютона знайти силу, що діє на цю точку і примушує її коливатись.

Ця сила завжди спрямована до положення рівноваги, тобто повертає точку, коли вона відхилилась. Повертаюча сила у випадку гармонічних коливань пропорційна відхиленню точки x:

$$F = -k \cdot x \qquad (1.3.5)$$

Коефіцієнтом пропорційності є величина

$$k = m \cdot \omega_0^2 \qquad (1.3.6)$$

Кінетична і потенціальна енергії під час коливань залежать від часу, але їх сума (повна енергія) залишається сталою. Тобто відбувається безперервне перетворення кінетичної енергії у потенціальну і навпаки без зміни загальної величини енергії. Це – ще один приклад виконання закону збереження енергії.

Рівняння гармонічних коливань (1.3.1) є розв'язком диференціального рівняння

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1.3.7)$$

Розглянемо найбільш типові приклади коливальних систем.

1) Пружинний маятник.

Під пружинним маятником розуміють вантаж масою m, закріплений на пружині, який може рухатись без тертя (Рис. 1.32)

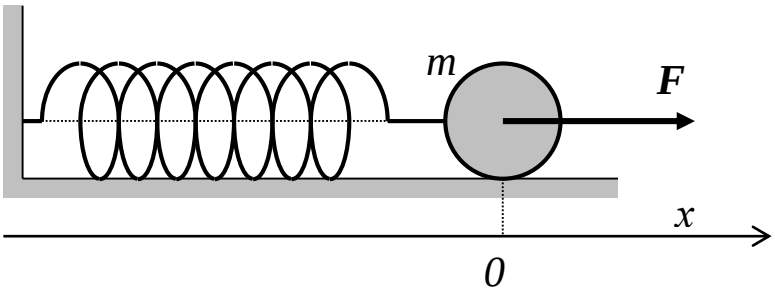


Рис. 1.32

Сила, що діє на вантаж, є силою пружної деформації пружини і визначається співвідношенням (2.22):

$$F = -k \cdot x \,, \qquad (1.3.8)$$

де k – жорсткість пружини.

За 2-м законом Ньютона, ця сила дорівнює добутку маси вантажу на його прискорення:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \,, \qquad (1.3.9)$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \qquad (1.3.10)$$

Порівнюючи це рівняння з загальним виглядом рівняння гармонічних коливань (1.3.7), визначаємо циклічну частоту коливань пружинного маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (1.3.11)$$

та період коливань:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (1.3.12)$$

2) Математичний маятник

Математичним маятником називається матеріальна точка масою m, підвішена на нерозтяжній невагомій нитці довжиною l (Рис. 1.33)

Нескладний аналіз показує, що *при малому відхиленні* від положення рівноваги (якщо кут $\alpha << 1$) на матеріальну точку діє рівнодіюча сила, пропорційна відхиленню і спрямована до положення рівноваги. Як було визначено вище, за цієї умови точка здійснює гармонічні коливання. Період цих коливань:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ , \qquad (1.3.13)$$

де g – прискорення вільного падіння.

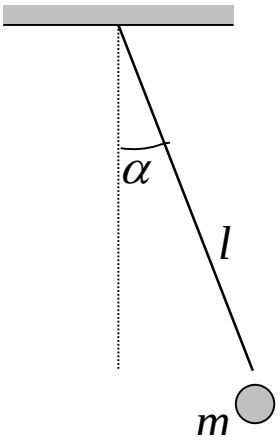


Рис. 1.33

3) Фізичний маятник.

Фізичним маятником називається тверде тіло, яке під дією сили тяжіння здійснює коливання, обертаючись навкруг горизонтальної осі O, яка не проходить через центр мас тіла C (Рис. 1.34)

У положенні рівноваги тіла його центр мас знаходиться у одній вертикальній площині з віссю обертання (відрізок OC розміщений вертикально). При відхиленні тіла від положення рівноваги виникає момент сил, що намагається повернути тіло до положення рівноваги, величина якого пропорційна відхиленню.

Період коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J_o}{mgl}}\ , \qquad (1.3.14)$$

де J_o – момент інерції тіла відносно осі O, l – відстань від центру мас до осі обертання.

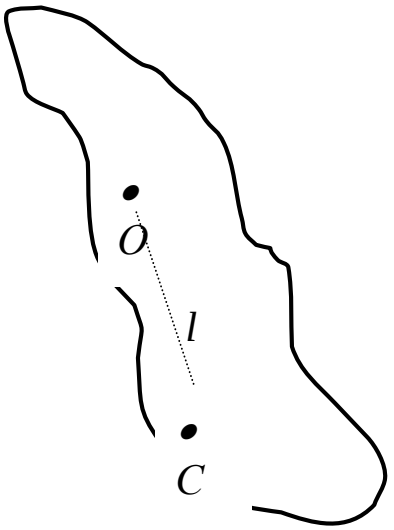


Рис. 1.34

3.2. Затухаючі коливання

Розглянуті вище коливальні системи є ідеалізованими фізичними моделями, оскільки в них не враховується тертя під час коливального руху. В реальних

системах тертя завжди присутнє в тій чи іншій формі, а тому її механічна енергія не зберігається.

Якщо коливальна система з часом поступово втрачає енергію коливань, то їх амплітуда поступово зменшується, і коливання в цьому випадку називаються *затухаючими*. Внаслідок тертя механічна енергія коливань перетворюється на внутрішню енергію системи та навколишнього середовища.

Найбільш типовим випадком є такий, коли сила тертя зумовлена опором зовнішнього середовища, причому вона пропорційна швидкості руху і спрямована протилежно вектору швидкості:

$$F_{mp} = -r\frac{dx}{dt}\ , \qquad (1.3.15)$$

де r – коефіцієнт опору. Ця сила зумовлює додаткове прискорення, викликане тертям, яке, згідно з 2-м законом Ньютона, дорівнює

$$a_{mp} = \frac{F_{mp}}{m} = -2\delta\frac{dx}{dt}, \qquad (1.3.16)$$

де $\delta = r/2m$ – коефіцієнт затухання. Додаючи цю величину в праву частину рівняння руху коливальної системи (1.3.10), отримаємо диференціальне рівняння затухаючих коливань:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0 \qquad (1.3.17)$$

Розв’язком цього рівняння є вираз, подібний до (1.3.1), в якому зазнали змін амплітуда і циклічна частота:

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0)\ , \qquad (3.18)$$

де

$$\omega^2 = \omega_0{}^2 - \delta^2 \qquad (3.19)$$

Амплітуда коливань зменшується з часом за законом:

$$A = A_0 e^{-\delta\cdot t} \qquad (3.20)$$

Графік залежності координати від часу, згідно (3.18), має такий вигляд (Рис. 1.35).

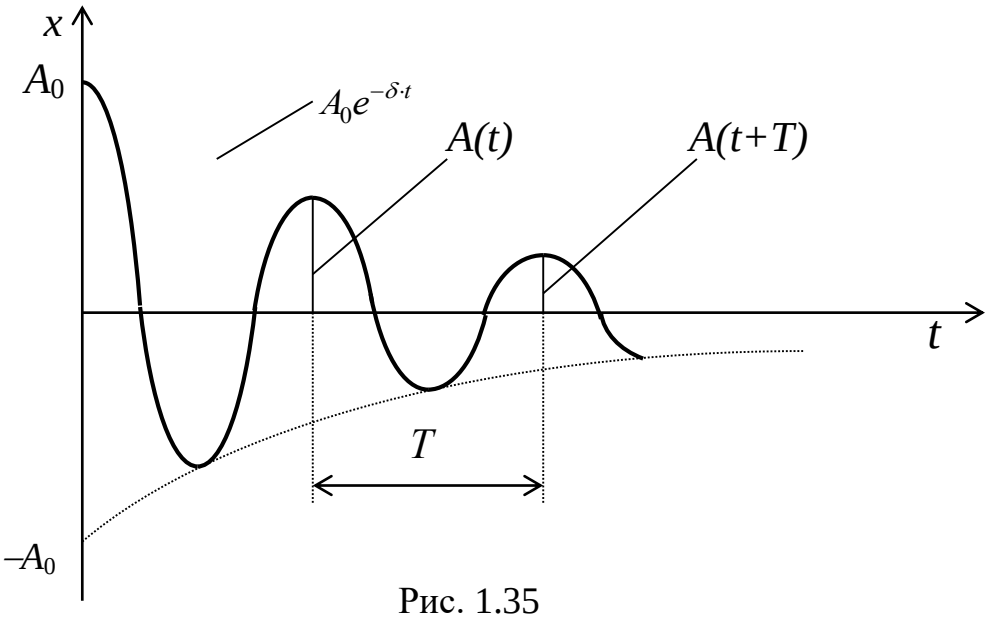


Рис. 1.35

3.3. Вимушені коливання. Резонанс

Для підтримання незатухаючих коливань в реальних коливальних системах необхідно компенсувати втрати енергії, які відбуваються внаслідок тертя. Це можна здійснити за допомогою зовнішньої періодичної сили, яка діє синфазно (в такт) зі зміною координат системи. Наприклад, це відбувається в годинниковому механізмі, де незатухаючі коливання маятника підтримуються за допомогою енергії стиснутої пружини.

Коливання, що здійснюються під впливом зовнішньої періодичної сили, яка діє на коливальну систему, називаються вимушеними.

Нехай зовнішня періодична сила, що діє на коливальну систему, змінюється за законом:

$$F = F_0 \cos \omega t \qquad (3.21)$$

З врахуванням повертаючої сили, сили опору та зовнішньої періодичної сили 2-й закон Ньютона для матеріальної точки, що здійснює коливання, можна записати у такому вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \qquad (3.22)$$

Розв’язком цього рівняння є гармонічне коливання з циклічною частотою ω, амплітуда якого визначається таким співвідношенням:

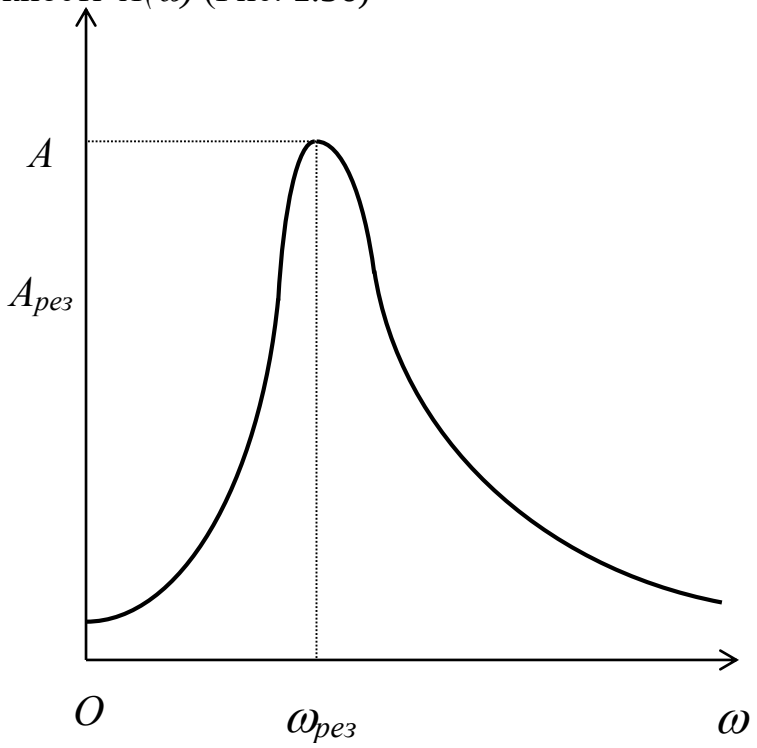
$$A = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \qquad (3.23)$$

Зміна частоти зовнішньої сили ω суттєво впливає на амплітуду коливань, що добре видно на графіку залежності $A(\omega)$ (Рис. 1.36)

При певному значенні $\omega = \omega_{рез}$ амплітуда коливань досягає свого максимального значення $A_{рез}$.

Явище різкого підвищення амплітуди коливань при наближенні частоти зовнішньої сили до резонансної частоти коливальної системи називається *резонансом*.

Величини резонансної частоти і резонансної амплітуди можна знайти, якщо проаналізувати на екстремум формулу (1.3.23):



$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0{}^2 - 2\delta^2} \qquad (1.3.24)$$

Рис. 1.36

У більшості випадків $\delta^2 << \omega^2$, а тому $\omega_{рез} \approx \omega_0$

3.4. Хвилі. Типи і параметри хвиль

В деяких випадках тіло, що коливається, взаємодіє з іншими тілами і передає їм коливальний рух. Ці тіла, в свою чергу, передають коливальний рух іншим сусіднім тілам. Завдяки цьому коливання можуть розповсюджуватись у просторі. *Процес розповсюдження коливань у просторі називається хвилею.*

Найбільш типовим явищем є розповсюдження хвиль у *суцільному середовищі* (твердому, рідкому або газоподібному), де коливання передаються завдяки взаємодії часток (молекул, атомів), з яких складається це середовище.

Прикладами хвильових процесів є хвилі на поверхні рідини, звукові хвилі в різних середовищах, радіохвилі, видиме світло та ін.

За напрямком коливання часток речовини розрізняють *поздовжні і поперечні* хвилі. У поздовжніх хвилях частки середовища коливаються в напрямку розповсюдження хвилі, а в поперечних – перпендикулярно до цього напрямку. Звукові хвилі в газах та рідинах є поздовжніми, а електромагнітні хвилі є поперечними.

Будь-яку хвилю можна розглядати як таку, що є результатом взаємонакладення певної кількості *гармонічних хвиль*. Тому надалі будемо розглядати гармонічні хвилі, тобто хвилі, зумовлені процесом розповсюдження гармонічних коливань.

Частки середовища під дією гармонічної хвилі здійснюють коливання за законом косинуса. При цьому *фаза* кожної частки змінюється з часом, як це вже нам відомо з розділу "Коливання". Але в будь-який фіксований момент часу *різні частки мають різні фази*, тому що одні з них почали коливатись раніше, а інші пізніше, адже хвиля дійшла до них у різні моменти часу. Тобто для хвильового процесу характерним є те, що *фаза коливань залежить не лише від часу, але і від просторових координат.* Якщо зафіксувати певний момент часу (отримати "миттєву фотографію" процесу), то величина зміщення часток від положення рівноваги ξ в залежності від координати x в напрямку розповсюдження хвилі зобразиться певним графіком – синусоїдою (Рис. 1.37)

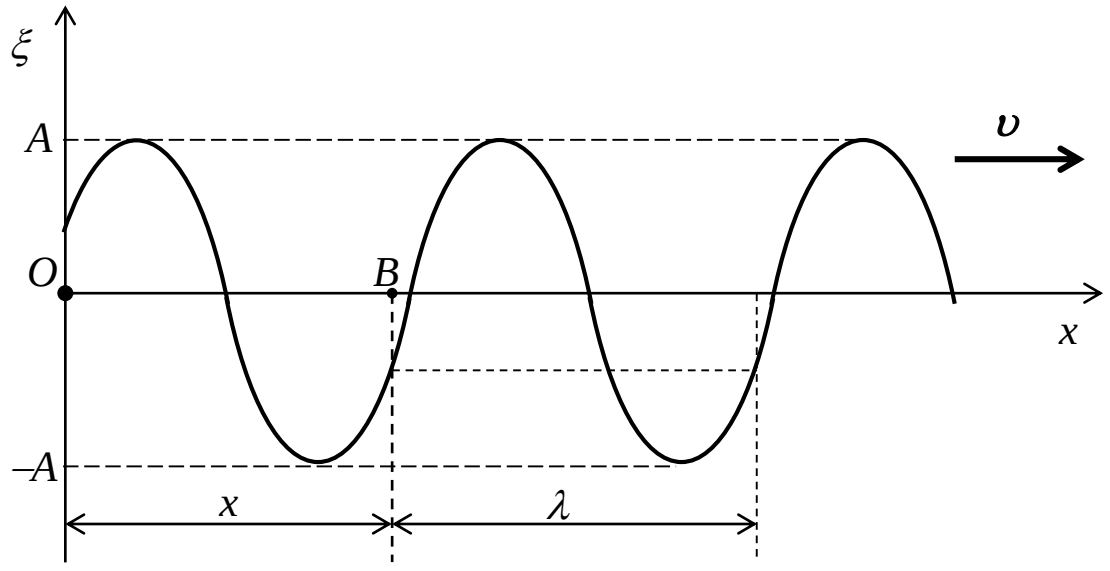


Рис. 1.37

Геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі, називається *хвильовою поверхнею*.

Геометричне місце точок, до яких доходять коливання в певний момент часу, називається *хвильовим фронтом.*

В залежності від форми хвильових поверхонь, розрізняють хвилі *плоскі, циліндричні, сферичні* та неправильної форми.

3.5. Рівняння хвилі. Фазова і групова швидкість

Розглянемо плоску хвилю, що розповсюджується в напрямку Ox від джерела коливань, яке знаходиться в т. O (Рис. 1.37). Це значить, що хвильові поверхні є площини, розміщені перпендикулярно до осі Ox. Коливання часток в площині $x = 0$:

$$\xi(0,t) = A\cos(\omega t + \varphi) \qquad (1.3.25)$$

Тоді довільна частка В на відстані x буде коливатись за тим же законом, але її коливання будуть відбуватись з деяким запізненням у часі τ (час розповсюдження коливань на відстань x):

$$\tau = \frac{x}{\upsilon},$$

де υ – швидкість розповсюдження коливань.

Тому рівняння коливань часток у площині x:

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi\right] \qquad (1.3.26)$$

Це – *рівняння плоскої хвилі.*

Його можна записати також у вигляді:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi), \qquad (1.3.27)$$

де k – хвильове число:

$$k = \frac{\omega}{\upsilon} \qquad (1.3.28)$$

Рівняння плоскої хвилі є розв’язком деякого диференціального рівняння, яке описує хвильовий процес і яке називається *хвильовим рівнянням*:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \qquad (1.3.29)$$

Амплітуда A плоскої хвилі не залежить від відстані. У випадку *сферичної хвилі* амплітуда обернено пропорційна відстані r від джерела хвиль. Рівняння сферичної хвилі:

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi) \qquad (1.3.30)$$

Фаза коливання – це вираз під знаком косинуса, тобто для плоскої хвилі (див. (1.3.26)) це вираз

$$\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi .$$

Фаза залежить від змінних величин t і x, змінюючись у часі і в просторі. При цьому кожне певне значення фази поширюється у просторі з певною швидкістю. Щоб знайти цю швидкість, зафіксуємо якесь певне значення фази:

$$\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi = const$$

Продиференціюємо:

$$dt - \frac{1}{\upsilon}dx = 0,$$

або

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon$$

Отже, величина, позначена раніше через υ – це і є фазова швидкість хвилі.

Відстань між найближчими частками, які коливаються в однаковій фазі, називається <u>довжиною хвилі</u>.

Довжина хвилі λ (Рис. 1.37) дорівнює відстані, на яку певна фаза розповсюджується за період коливань T:

$$\lambda = \upsilon T \ , \qquad (1.3.31)$$

або

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} \ , \qquad (1.3.32)$$

де $\nu = \frac{1}{T}$ - частота коливань.

Враховуючи (1.3.28), можна записати:

$$k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (1.3.33)$$

Звідси можна знайти: $$\upsilon = \frac{\omega}{k} \qquad (1.3.34)$$

Необхідно враховувати, що фазова швидкість хвиль – це не швидкість розповсюдження сигналів. Будь-який сигнал обмежений у часі, тому він не є ідеальною синусоїдою, і може бути представлений у формі *хвильового пакету*. Можна довести математично, що він пересувається у просторі зі швидкістю u, яку називають *груповою*:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (1.3.35)$$

Отже, *<u>групова швидкість</u>* – *це швидкість переміщення у просторі локалізованого пакета гармонічних хвиль, тобто швидкість певного сигналу.*

Групова швидкість відрізняється від фазової швидкості, яка визначається співвідношенням (3.34). Проте, наприклад, для електромагнітних хвиль у вакуумі вони однакові і дорівнюють швидкості світла: $u = \upsilon = c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

1. "Закони ідеального газу"

1.1. Параметри стану

Речовина складається з величезної кількості малих частинок – атомів та молекул, які перебувають у стані безперервного руху. Внаслідок взаємодії і руху цих частинок речовина має певну внутрішню енергію і ряд інших властивостей. Для їх дослідження застосовують два принципово різних підходи, які взаємодоповнюють один одного: статистичний і термодинамічний. Перший лежить в основі *молекулярної фізики*, другий – *термодинаміки*. Головним об'єктом вивчення цього розділу фізики є гази.

Молекулярна фізика вивчає властивості речовини на основі молекулярно-кінетичної теорії, яка розглядає рух і взаємодію молекул речовини.

Термодинаміка вивчає макроскопічні параметри речовини, які визначають її стан – температуру, тиск і об'єм – та процеси переходу від одного рівноважного стану до іншого.

Ці три параметри (температура T, тиск p і об'єм V) знаходяться у взаємній залежності і мають спільну назву – *термодинамічні параметри* (*параметри стану*). Вони однозначно визначають стан даного газу (термодинамічної системи).

Якщо параметри стану не змінюються з часом, то система перебуває у стані рівноваги. Рівноважний стан можна зобразити точкою в системі координат, у якій відкладені по осях значення будь-яких двох параметрів стану. Коли ж параметри стану змінюються з часом, то в системі відбувається *термодинамічний процес*.

1.2. Ізопроцеси

Якщо зафіксувати один з термодинамічних параметрів газу і змінювати два інших, у газі буде відбуватись так званий *ізопроцес*. В залежності від того, який саме параметр є зафіксованим, існує три ізопроцеси: *ізотермічний* ($T = const$),

ізобарний ($p = const$), *ізохорний* ($V = const$). Для кожного з цих процесів встановлений відповідний закон.

1) *Закон Бойля-Маріотта*:

при ізотермічному процесі добуток тиску газу на його об'єм не змінюється з часом:

$$pV = const \qquad (2.1.1)$$

(якщо $T = const$)

Графік цього процесу в координатах p і V називається *ізотермою*. Це гіпербола, просторове положення якої залежить від температури (Рис. 2.1а)

2) *Закон Гей-Люссака*:

при ізобарному процесі відношення об'єму газу до абсолютної температури не змінюється з часом:

$$\frac{V}{T} = const \qquad (2.1.2)$$

(якщо $p = const$)

Графік цього процесу в координатах V і T називається *ізобарою*. Це пряма лінія, яка проходить через початок координат, нахил якої до осі T залежить від тиску (Рис. 2.1б).

3) *Закон Шарля*:

при ізохорному процесі відношення тиску газу до абсолютної температури не змінюється з часом:

$$\frac{p}{T} = const \qquad (2.1.3)$$

(якщо $V = const$)

Графік цього процесу в координатах p і T називається *ізохорою*. Це пряма лінія, яка проходить через початок координат, нахил якої до осі T залежить від об'єму (Рис. 2.1в).

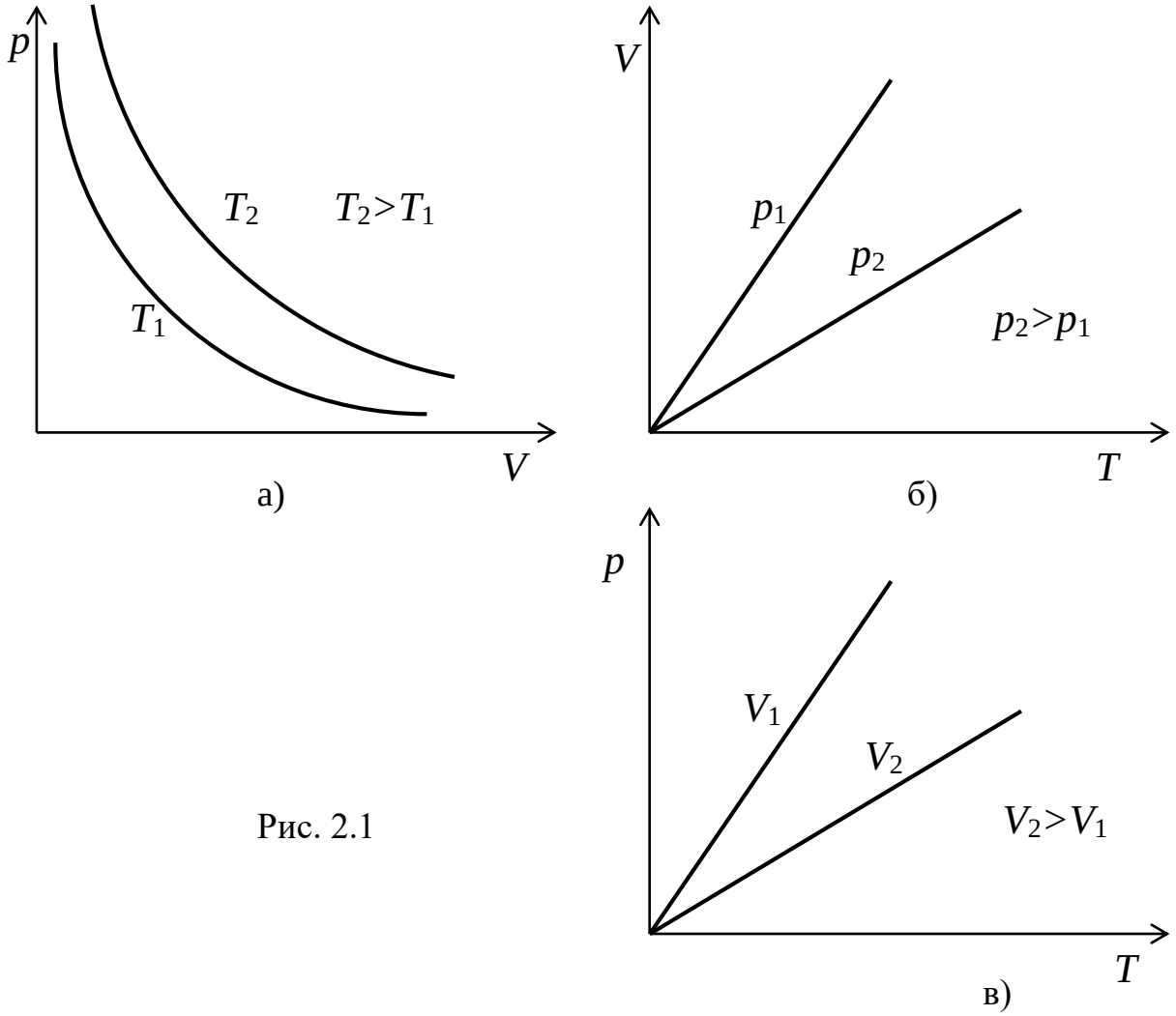


Рис. 2.1

Раніше були розглянуті кількісні характеристики, які дозволяють порівнювати різні тіла, наприклад, за їх масою або об'ємом.

Кількість речовини дозволяє порівнювати різні тіла *за кількістю молекул*, що міститься в кожному тілі.

У системі СІ одиницею кількості речовини є *моль*.

Моль – це кількість речовини, яка містить число молекул, що дорівнює числу атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю ^{12}C.

Число молекул у 1 молі речовини називається *числом Авогадро*, і воно дорівнює $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\text{моль}^{-1}$

В тому випадку, коли речовина не має молекул, а складається з атомів одного типу (наприклад, у випадку деяких твердих тіл), моль визначається за кількістю атомів, а не молекул.

Отже, якщо ми маємо якесь тіло, що містить N молекул (або атомів), то кількість речовини у цьому тілі визначається співвідношенням:

$$\nu = \frac{N}{N_A} \text{ (молів)} \qquad (2.1.4)$$

Маса одного моля речовини називається *молярною масою*. Очевидно, що молярна маса – це маса всіх молекул одного моля, тобто вона дорівнює добутку маси однієї молекули на кількість молекул у одному молі (тобто на число Авогадро):

$$M = m_0 \cdot N_A \qquad (2.1.5)$$

Молярна маса, виражена у грамах, чисельно дорівнює відносній молекулярній масі речовини (масі однієї молекули у атомних одиницях маси (а.о.м.)). Це дозволяє швидко розраховувати молярну масу, якщо відома хімічна формула речовини.

Наприклад, знайдемо молярну масу води (хімічна формула H_2O). Її відносна молекулярна маса – це маса двох атомів водню плюс маса одного атома кисню:

$M_r = 2 \cdot 1 + 16 = 18$ (а.о.м.)

Ця величина чисельно дорівнює молярній масі у грамах на моль. Для переведення до одиниць СІ грами переведемо в кілограми:

$$M = 18 \text{ г/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{кг/моль}$$

Об’єм, який займає моль певного газу, називається *молярним об’ємом*. Згідно з *законом Авогадро*, молярний об’єм V_m не залежить від хімічного складу газу і визначається лише тиском і температурою.

Закон Авогадро:

молі будь-яких газів при однакових температурі і тиску займають однакові об’єми.

Визначимо ***нормальні умови*** для газу, як такі, при яких тиск дорівнює атмосферному, а температура – 0^0С:

$$p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_0 = 273{,}15 \text{ К} \qquad (2.1.6)$$

За нормальних умов молярний об'єм дорівнює $V_{m0} = 22{,}41 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль.

Якщо газ складається з молекул кількох різних типів, тобто є сумішшю кількох газів, то для цієї суміші справедливим є *закон Дальтона*:

тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів суміші: $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n \qquad (2.1.7)$

де p_i – парціальний тиск i-ї компоненти суміші, тобто тиск, який був би створений тільки цією компонентою, якби вона займала той же об'єм і була присутня у тій же кількості (при відсутності інших компонент).

1.3. Рівняння стану ідеального газу

Для теоретичного розгляду основних закономірностей будемо користуватись фізичною моделлю, яка має назву *"модель ідеального газу"*. В її основі лежать три припущення, які значно спрощують теоретичний аналіз фізичних процесів у газі:

1) сумарний об'єм молекул газу настільки малий, що ним можна знехтувати порівняно з загальним об'ємом газу;
2) молекули не взаємодіють між собою на відстані;
3) зіткнення молекул між собою і зі стінками посуду є абсолютно пружними.

Ця модель вірно відображає властивості газів, які перебувають у нормальних умовах, тобто реальні гази близькі за властивостями до ідеальних.

Три закони для ізопроцесів можна об'єднати в один закон, справедливий для будь-яких процесів (коли змінюються всі три термодинамічні параметри). В результаті отримаємо *рівняння Клапейрона*:

$$\frac{pV}{T} = const \qquad (2.1.8)$$

Якщо застосувати це рівняння до одного моля газу ($V = V_m$), отримаємо

$$pV_m = RT \quad , \qquad (2.1.9)$$

де константа R, згідно з законом Авогадро, є однаковою для всіх газів. Вона має назву *універсальна газова стала*. Її чисельне значення можна розрахувати, якщо в (2.1.9) підставити, наприклад, нормальні умови для газів (2.1.6):

$$R = 8{,}31 \text{ Дж/(моль·К)}.$$

Якщо взяти не один моль газу, а довільну кількість молів $\nu = m/M$ (для довільної маси газу m), це означатиме, що об'єм газу дорівнює $V = \nu V_m$. Домноживши обидві частини рівняння (2.1.9) на ν, отримаємо

$$pV = \nu RT, \qquad (2.1.10)$$

або

$$pV = \frac{m}{M} RT \qquad (2.1.11)$$

Це *рівняння стану ідеального газу* (*рівняння Менделєєва-Клапейрона*).

Для дослідження процесів у ідеальних газах на мікроскопічному рівні необхідно ввести ще одну фундаментальну константу – *сталу Больцмана*:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \qquad (2.1.12)$$

Скориставшись цим співвідношенням, рівняння (2.1.9) можна записати у такому вигляді:

$$p = \frac{kN_A T}{V_m} \qquad (2.1.13)$$

Концентрація молекул (число молекул у одиниці об'єму):

$$n = \frac{N_A}{V_m} \qquad (2.1.14)$$

Тому (2.1.13) можна записати, як

$$p = nkT \qquad (2.1.15)$$

Це – ще одна форма рівняння стану ідеального газу.

1.4. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії

Застосовуючи до ідеального газу закони класичної механіки, можна отримати

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2 \qquad (2.1.16)$$

Це співвідношення має назву "*основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії*". Воно дозволяє співставити макроскопічний параметр (тиск) з мікроскопічними (маси і швидкості молекул).

В цьому рівнянні середньо-квадратична швидкість молекул:

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \upsilon_i^{\,2}}\ , \qquad (2.1.17)$$

де υ_i – швидкості окремих молекул, N – загальна кількість молекул.

Якщо домножити це рівняння на загальний об'єм газу V і врахувати,що загальна кількість молекул газу $N = n\,V$,

отримаємо $$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2 \qquad (2.1.18)$$

З врахуванням рівняння Менделєєва-Клапейрона (2.1.11) ліву частину рівняння (2.1.18) можна переписати у іншому вигляді:

$$\frac{m}{M} RT = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2$$

Оскільки маса газу $m = Nm_0$, то на неї можна провести скорочення, і для середньо-квадратичної швидкості знайдемо такий вираз:

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (2.1.19)$$

Цю величину можна знайти також і через мікроскопічні параметри. Для цього підставимо в цю формулу наведені вище співвідношення (2.1.5) і (2.1.12):

$R = k\,N_A$

$M = m_0 N_A$

В результаті отримаємо:

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \qquad (2.1.20)$$

Звідси легко обчислити, що, наприклад, для молекул кисню при кімнатній температурі T = 300 К $\langle \upsilon_{кв} \rangle \approx 500$ м/с.

Якщо підставити (2.1.20) в формулу *середньої кінетичної енергії* поступального руху однієї молекули:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2}{2}, \qquad (2.1.21)$$

отримаємо:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT \qquad (2.1.22)$$

Це співвідношення розкриває фізичний зміст такого фундаментального поняття, як *температура*. Оскільки $\langle \varepsilon_0 \rangle \sim T$, і при $T = 0$ маємо $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$, а від інших фізичних величин $\langle \varepsilon_0 \rangle$ не залежить, то *температура є мірою середньої кінетичної енергії руху молекул*.

1.5. Розподіл молекул по швидкостях (розподіл Максвелла)

Для газу в стані рівноваги встановлюється стаціонарний, незмінний у часі *розподіл молекул по швидкостям*. Кожна окрема молекула безперервно змінює свою швидкість, але в кожний момент часу кількість молекул, які мають певне значення швидкості, залишається незмінним.

Функція розподілу по швидкостям $f(\upsilon)$ *визначає відносну частку кількості молекул dN, які мають швидкості у малому інтервалі від* υ *до* $(\upsilon + d\upsilon)$, *від загальної кількості N*:

$$\frac{dN}{N} = f(\upsilon) \cdot d\upsilon \qquad (2.1.26)$$

Застосовуючи методи теорії ймовірностей та статистичної фізики, Максвелл теоретично знайшов для ідеального газу формулу функції розподілу молекул по швидкостях:

$$f(\upsilon) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \upsilon^2 e^{-\frac{m_0 \upsilon^2}{2kT}} \qquad (2.1.27)$$

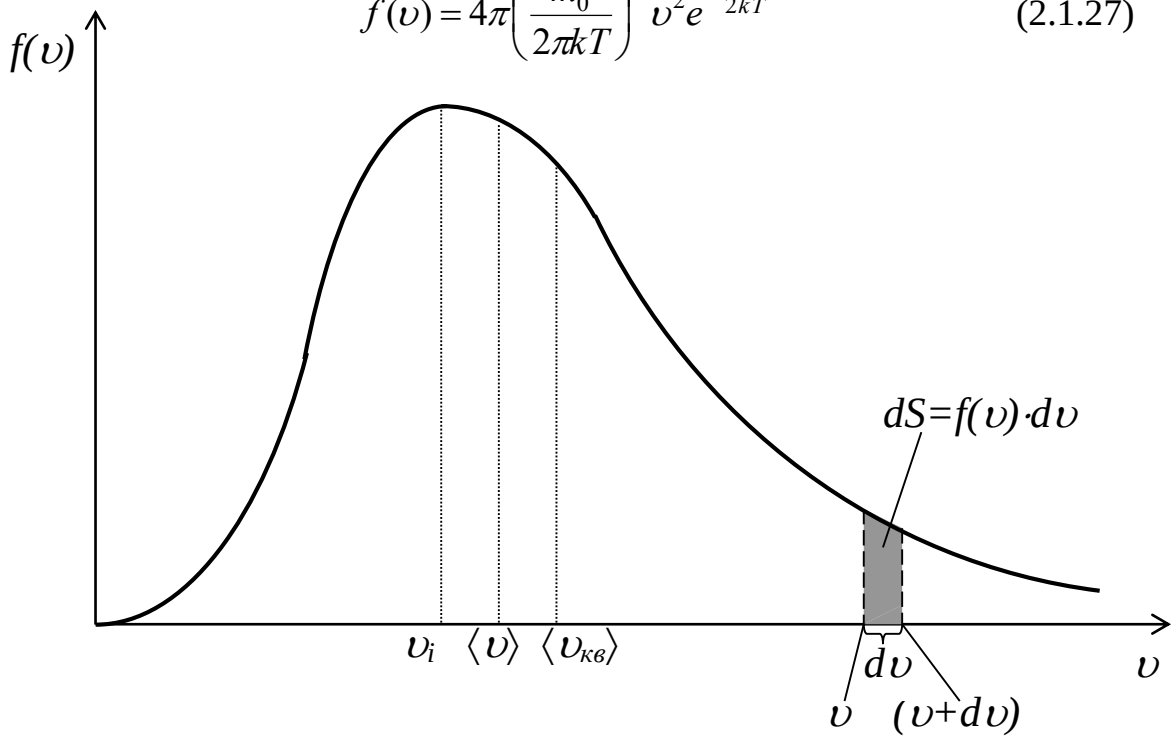


Рис.2.2

Якщо взяти довільне значення υ на осі швидкостей і малий приріст $d\upsilon$ до цієї швидкості (тобто інтервал значень від υ до $\upsilon+d\upsilon$), то площа dS (заштрихована площа) дорівнює добутку значення функції на інтервал $d\upsilon$. В той же час, згідно з визначенням функції розподілу, ця площа дорівнює відносній кількості молекул, які мають швидкості в цьому інтервалі:

$$dS = f(\upsilon)\cdot d\upsilon = \frac{dN}{N} \qquad (2.1.28)$$

Максимум кривої розподілу $f(\upsilon)$ відповідає швидкості, яка називається *найбільш імовірною швидкістю* і позначається υ_i . Цю швидкість можна знайти з умови екстремуму функції $f(\upsilon)$:

$$\frac{df(\upsilon_i)}{d\upsilon} = 0 \qquad (2.1.29)$$

З цього рівняння можна знайти:

$$\upsilon_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \qquad (2.1.30)$$

Характерними параметрами функції розподілу молекул є також:

середня швидкість:

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon\cdot dN(\upsilon) = \int_0^\infty \upsilon\cdot f(\upsilon)\cdot d\upsilon = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \approx 1{,}13\cdot\upsilon_i \qquad (2.1.31)$$

середньо-квадратична швидкість (її квадрат):

$$\langle\upsilon_{кв}\rangle^2 = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon^2\cdot dN = \int_0^\infty \upsilon^2 f(\upsilon)d\upsilon = \frac{3kT}{m_0} \qquad (2.1.32)$$

З останньої формули отримаємо співвідношення (2.1.33):

$$\langle\upsilon_{кв}\rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \approx 1{,}22\cdot\upsilon_i \qquad (2.1.34)$$

Отже, ці швидкості завжди перебувають у співвідношенні $\upsilon_i : \langle\upsilon\rangle : \langle\upsilon_{кв}\rangle = 1 : 1{,}13 : 1{,}22$. Тому на осі швидкостей вони завжди знаходяться в певному порядку, як це зображено на (рис 2.2).

Молекули газу перебувають у стані безперервного хаотичного руху, під час якого між молекулами відбуваються зіткнення. У проміжку між двома

послідовними зіткненнями молекула рухається прямолінійно і рівномірно. Тому траєкторія будь-якої молекули у газі – це ламана лінія, яка складається з прямолінійних відрізків.

Шлях, який проходить молекула між двома послідовними зіткненнями з іншими молекулами газу, називається довжиною вільного пробігу молекули.

Довжина вільного пробігу змінюється в досить широких межах, тобто існує певний статистичний розподіл по довжинам вільного пробігу молекул. В той же час, можна визначити *середню довжину вільного пробігу*, яка є сталою для даного стану газу і є одним з параметрів, який характеризує цей стан.

Згідно теоретичних розрахунків, *середня довжина вільного пробігу* визначається формулою:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\, d^2 n} \qquad (2.1.35)$$

де d – діаметр молекули, n – концентрація молекул.

1. Барометрична формула та розподіл Больцмана

Розглянемо певний газ, який знаходиться в полі сил тяжіння. Позначимо тиск газу на висоті h_0 через p_0. Цей тиск дорівнює вазі всього стовпа газу, який знаходиться вище висоти h_0.

Застосовуючи рівняння МКТ, можна теоретично отримати тиск на довільній висоті h:

$$\boxed{p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}} \qquad (2.1.36)$$

Це – *барометрична формула*, яка визначає залежність тиску газу від висоти над певним рівнем.

Якщо підставити замість тиску його вираз через рівняння стану $p = nkT$ і скоротити на kT, отримаємо залежність концентрації молекул від висоти:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \qquad (2.1.37)$$

Перетворимо останню формулу, скориставшись співвідношеннями

$$M = m_0 N_A$$

$$R = k N_A$$

Отримаємо:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{П}{kT}} \qquad (2.1.38)$$

де $П = m_0 g h$ – потенціальна енергія молекули в полі сил тяжіння.

Больцман теоретично довів, що розподіл

$$n = n_0 e^{-\frac{П}{kT}} \qquad (2.1.39)$$

є справедливим не лише для випадку молекул газу в полі сил тяжіння, але і для сукупності будь-яких частинок у будь-якому потенціальному силовому полі. Тому його називають *розподілом Больцмана*.

1.6. Явища переносу в газах

До сих пір ми розглядали *термодинамічно рівноважні системи*, тобто системи з стаціонарним у часі і рівномірним у просторі розподілом усіх середніх параметрів газу.

Якщо порушити цю рівновагу, то в термодинамічній системі виникнуть *явища переносу* енергії, маси та імпульсу частинок цієї системи. Система намагатиметься повернутись до рівноважного стану, і рух та взаємодія її частинок відбуваються таким чином, щоб зменшити відхилення від рівноваги.

До явищ переносу належать:

1) теплопровідність (перенос енергії),
2) дифузія (перенос маси),
3) внутрішнє тертя (перенос імпульсу).

Теплопровідність відбувається у газі, в якому середня кінетична енергія молекул (тобто температура) в одній частині об’єму більша, ніж в іншій.

Внаслідок взаємних зіткнень молекул більш швидкі молекули з нагрітої частини газу віддають частину своєї кінетичної енергії більш повільним молекулам з сусідніх шарів. Це призводить до поступового вирівнювання розподілу температури у просторі, теплова енергія з зони більш високої її концентрації розповсюджується у більш “холодні” зони. Виникає тепловий потік, кількісною

характеристикою якого є *густина теплового потоку* j_E – кількість теплової енергії, яка розповсюджується за одиницю часу через одиницю площі.

В результаті теоретичного аналізу цього процесу було сформульовано *закон Фур'є*, який визначає густину теплового потоку в певному напрямку вздовж осі x :

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx} \ , \qquad (2.1.40)$$

де dT/dx – градієнт температури в напрямку x, λ - коефіцієнт теплопровідності, який залежить від хімічного складу газу та його стану.

Теоретично показано в рамках молекулярно-кінетичної теорії, що

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \cdot \langle \upsilon \rangle \cdot \langle l \rangle \qquad (2.1.41)$$

де c_V – питома теплоємність при сталому об'ємі даного газу, ρ - його густина, $\langle \upsilon \rangle$ - середня швидкість молекул, $\langle l \rangle$ - середня довжина вільного пробігу.

Дифузія – це взаємопроникнення двох різних газів, концентрація яких в початковий момент часу є різною в різних частинах об'єму.

Дифузія відбувається внаслідок хаотичного руху молекул, який приводить до поступового вирівнювання концентрації всіх газів, які присутні в даному об'ємі. Незважаючи на те, що середні швидкості молекул мають дуже великі значення, дифузія – досить повільний процес, оскільки швидкість впорядкованого руху молекул у певному напрямку при дифузії набагато менша, порівняно з швидкістю їх хаотичного руху.

Швидкість дифузії характеризується таким параметром, як *густина потоку маси* j_m , яка визначається, як маса речовини, що переміщується за одиницю часу через одиницю площі у даній точці простору. Процес дифузії проходить у відповідності з *законом Фіка*, згідно з яким:

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx} \ , \qquad (2.1.42)$$

де $d\rho/dx$ – градієнт густини певного газу в напрямку x, D – коефіцієнт дифузії. Можна довести, що

$$D = \frac{1}{3} \langle \upsilon \rangle \cdot \langle l \rangle \qquad (2.1.43)$$

Внутрішнє тертя – це явище передачі впорядкованого руху молекул від рухомої частини газу до суміжних його шарів внаслідок обміну імпульсами між молекулами.

Внаслідок внутрішнього тертя виникає опір рухові газу відносно нерухомих тіл та опір рухові тіл всередині нерухомого газу. Рухома частина газу намагається "потягти" за собою суміжні нерухомі шари, які чинять певний опір цьому рухові. Наявність внутрішнього тертя свідчить про те, що гази є в'язким середовищем.

Сила внутрішнього тертя визначається *законом Ньютона*:

$$F = \eta \cdot \left| \frac{d\upsilon}{dx} \right| \cdot S \ , \qquad (2.1.44)$$

де $d\upsilon/dx$ – градієнт швидкості впорядкованого руху газу в напрямку x, перпендикулярному до напрямку руху газу, S – площа, на яку діє сила F, η – коефіцієнт в'язкості. Згідно молекулярно-кінетичної теорії:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \cdot \langle l \rangle \qquad (2.1.45)$$

Порівнюючи формули (2.4.19), (2.4.21) і (2.4.23), можна встановити простий зв'язок між коефіцієнтами явищ переносу:

$$\eta = \rho D \qquad (2.1.46)$$

$$\lambda = c_V \eta \qquad (2.1.47)$$

За цими співвідношеннями можна розрахувати невідомі параметри, якщо відомі інші з них.

2. “ Термодинаміки теплових явищ. ”

2.1. Внутрішня енергія

Однією з найважливіших характеристик термодинамічної системи є її *внутрішня енергія.*

Внутрішньою енергією термодинамічної системи називається кінетична енергія теплового руху мікрочастинок (молекул, атомів, іонів, електронів та ін.) та потенціальна енергія взаємодії цих частинок.

До внутрішньої енергії не відносяться кінетична енергія руху всієї системи як цілого і потенціальна енергія системи у зовнішніх силових полях.

Оскільки всередині системи можуть існувати певні обмеження на рух мікрочасток, необхідно враховувати їх *число ступенів свободи*.

Числом ступенів свободи певної механічної системи називається мінімальна кількість координат, за допомогою яких можна однозначно визначити її положення у просторі.

Для матеріальної точки таких координат 3 (наприклад, декартові координати *x, y, z*), отже, вона має 3 ступеня свободи. Прикладом матеріальної точки в складі термодинамічної системи є атом (його внутрішня структура, з точки зору термодинаміки, не має значення) (Рис. 2.3а). Для 2-атомної молекули з жорстким зв’язком (тобто з фіксованою відстанню між атомами) число ступенів свободи 5 (3 поступальних і 2 обертальних) (Рис. 2.3б). Для 3-атомної молекули з жорстким зв’язком число ступенів свободи 6 (3 поступальних і 3 обертальних) (Рис. 2.3в). Те ж саме можна сказати і про будь-яке абсолютно тверде тіло, а також про молекулу з будь-яким числом атомів за умови жорсткого зв'язку між атомами. Число ступенів свободи для них таке ж саме, як і для 3-атомної молекули.

З молекулярно-кінетичної теорії відомо, що для ідеального газу, де кожна частка має 3 ступеня свободи (1-атомні молекули), на кожну частинку в середньому приходиться енергія:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT \qquad (2.2.1)$$

Отже, на кожну ступінь свободи приходиться середня енергія:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT \qquad (2.2.2)$$

Для багатоатомних молекул теоретичний аналіз дозволив зробити такий висновок, який дістав назву *закон рівнорозподілу енергії по ступеніх свободи (закон Больцмана)*: на кожну поступальну і обертальну ступінь свободи приходиться середня кінетична енергія $\frac{1}{2}kT$, а на кожну коливальну ступінь свободи – енергія *kT*.

Зрозуміти, чому коливальна ступінь свободи має вдвічі більшу енергію, порівняно з іншими, можна, якщо згадати, що під час коливань певної частинки їй властиві не одна лише кінетична енергія, але й рівна їй за амплітудою потенціальна.

Отже, з урахуванням закону Больцмана середня енергія молекули:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \ , \qquad (2.2.3)$$

де число ступенів свободи

$$i = i_{пост} + i_{оберт} + 2 \cdot i_{колив} \qquad (2.2.4)$$

Як приклад системи, що має коливальну ступінь свободи, можна навести 2-атомну молекулу з пружним зв'язком між атомами. Підрахунок за формулою (2.2.4) визначає для неї $i = 7$ (Рис. 2.3г). Але коливальні ступені свободи активізуються лише при зіткненнях молекул з великими відносними швидкостями, які відповідають температурам порядку тисяч і десятків тисяч кельвінів. Тому число ступенів свободи молекул для звичайних температур слід розраховувати, вважаючи зв’язки між атомами жорсткими.

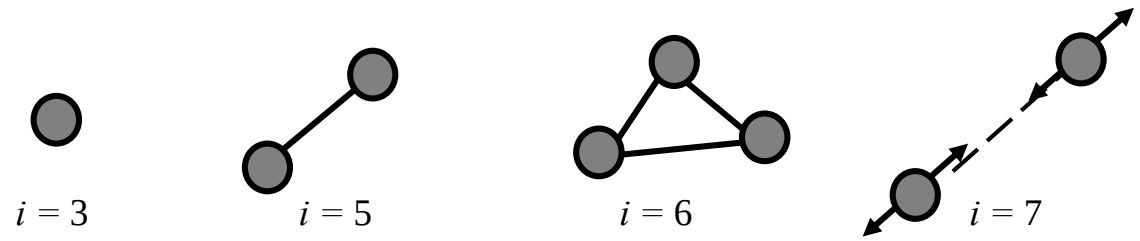


Рис. 2.3

Внутрішня енергія 1 моля ідеального газу дорівнює середній енергії однієї молекули, помноженій на кількість цих молекул (число Авогадро):

$$U_m = \langle \varepsilon \rangle \cdot N_A = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT \qquad (2.2.5)$$

Для довільної маси газу m внутрішня енергія визначатиметься цією величиною, помноженою на кількість молів ν :

$$U = \nu \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT \qquad (2.2.6)$$

2.2. Перший принцип термодинаміки

Визначимо механічну роботу, що виконується певним газом при його розширенні. З цією метою розглянемо газ об'ємом V , що знаходиться в циліндрі під рухомим поршнем під тиском p (Рис. 2.4). При цьому на поршень з боку газу діє сила тиску $F = p \cdot S$, де S – площа поршня. Якщо газ при розширенні зрушить поршень на малу відстань dl , то цією силою буде виконана робота:

$$dA = F \cdot dl = p \cdot S \cdot dl = p \cdot dV , \qquad (2.2.7)$$

де $S \cdot dl = dV$ – малий приріст об'єму газу.

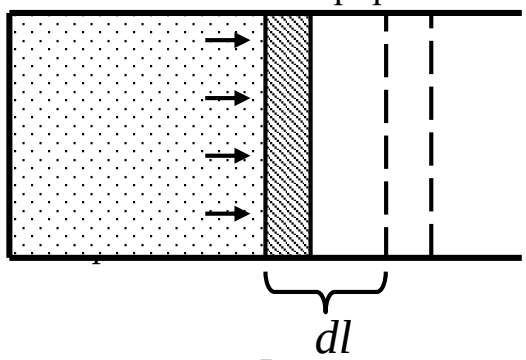


Рис. 2.4

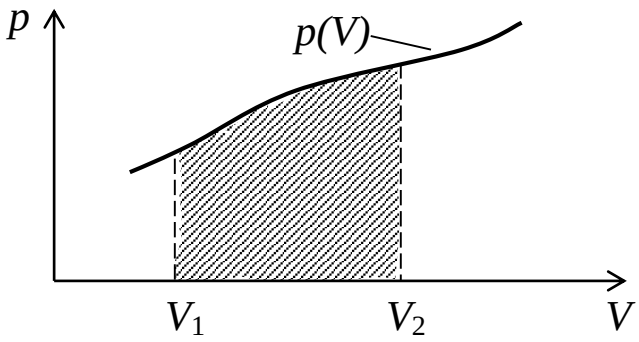


Рис. 2.5

При зміні об'єму газу в значних межах, від початкового значення V_1 до кінцевого V_2 , необхідно враховувати зміну тиску газу. В цьому випадку робота, виконана газом, може бути розрахована за допомогою інтегралу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV \qquad (2.2.8)$$

На графіку цього процесу в координатах “тиск – об'єм” ця робота дорівнює площі під графіком в межах “$V_1 – V_2$” (Рис. 2.5).

Якщо процес розширення газу є ізобарним (при сталому тиску), формула (2.59) спрощується:

$$A = p \cdot (V_2 - V_1) = p \cdot \Delta V \qquad (2.2.9)$$

При виконанні газом механічної роботи (при його розширенні) він охолоджується, оскільки ця робота виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу. Навпаки, якщо над газом виконувати роботу за допомогою зовнішньої сили (при стисненні газу), його температура буде підвищуватись, і внутрішня енергія газу зростатиме.

Інший спосіб змінити температуру (і внутрішню енергію) газу – передача йому теплоти від інших тіл або, навпаки, від нього іншим тілам (зовнішньому середовищу) внаслідок процесу теплообміну.

З досліджень відомо, що існують лише 2 способи зміни внутрішньої енергії термодинамічної системи: виконання роботи і теплообмін.

Будемо вважати, що кількість теплоти Q є позитивною, коли вона підводиться до термодинамічної системи, і негативною – коли вона віддається системою назовні. Будемо також вважати роботу позитивною, якщо її виконує система проти зовнішніх сил, і негативною – в протилежному випадку.

Розглянемо термодинамічну систему, яка отримує від зовнішнього середовища певну кількість теплоти Q і виконує при цьому проти зовнішніх сил роботу A. На основі дослідних даних було зроблено висновок, що зміна внутрішньої енергії системи ΔU при цьому визначається співвідношенням:

$$\Delta U = Q - A ,$$

яке свідчить про те, що в процесах такого типу завжди виконується *закон збереження і перетворення енергії*. По-іншому це співвідношення можна записати в такому вигляді:

$$Q = \Delta U + A , \qquad (2.2.10)$$

Це рівняння виражає один з найважливіших і найбільш загальних законів фізики – *перший принцип термодинаміки*:

теплота, отримана термодинамічною системою, витрачається на зміну її внутрішньої енергії і на виконання нею роботи проти зовнішніх сил.

Для малих приростів величин рівняння (2.2.10) може бути записане в диференціальній формі:

$$dQ = dU + dA \qquad (2.2.10)$$

2.3. Теорія теплоємностей ідеальних газів

З експериментальних досліджень відомо, що кількість теплоти, необхідна для нагрівання речовини, пропорційна масі речовини m і приросту її температури dT:

$$dQ = cmdT\,, \qquad (2.2.11)$$

де c – *питома теплоємність речовини*, яка залежить від її стану та хімічного складу:

$$c = \frac{dQ}{m \cdot dT} \qquad (2.2.12)$$

Питома теплоємність речовини – це кількість теплоти, необхідна для нагрівання одиниці маси речовини на 1К.

Здатність речовини нагріватись можна охарактеризувати також за допомогою її *молярної теплоємності.*

Молярною теплоємністю називається кількість теплоти, необхідна для нагрівання 1 моля речовини на 1К:

$$C_m = \frac{dQ}{\nu \cdot dT}\,, \qquad (2.2.13)$$

де $\nu = m/M$ – кількість речовини.

Порівнюючи (2.2.12) і (2.2.13), можна знайти, що

$$C_m = c \cdot M \qquad (2.2.14)$$

Знаючи питомі та молярні теплоємності речовини, можна знаходити кількість теплоти Q, необхідну для її нагрівання на ΔT:

$$Q = c\, m \cdot \Delta T\,,$$

$$Q = C_m \nu \cdot \Delta T ,$$

де $\Delta T = T_2 - T_1$, тобто різниця кінцевої і початкової температур.

Розглянемо 1 моль ідеального газу. Його внутрішня енергія (див. (2.2.5)):

$$U_m = \frac{i}{2} RT \qquad (2.2.15)$$

Запишемо для нього I принцип термодинаміки в диференціальній формі:

$$dQ = dU_m + dA \qquad (2.2.16)$$

Згідно з (2.2.13), для $\nu = 1$: $dQ = C_m\, dT$ (2.2.17)

Згідно з (2.2.8): $dA = p \cdot dV_m$ (2.2.18)

Після підстановки останніх двох співвідношень в (2.2.16) отримаємо:

$$C_m\, dT = dU_m + p \cdot dV_m \qquad (2.2.19)$$

З цього рівняння можна зробити висновок, що молярна теплоємність ідеального газу C_m суттєво залежить від умов протікання термодинамічного процесу.

Розглянемо 2 специфічні випадки:

а) Ізохорний процес (V_m= const). Для цього випадку введемо позначення:

C_V – молярна теплоємність при сталому об'ємі. Оскільки при цьому dV_m= 0, то з (2.2.19) знайдемо: $$C_V = \frac{dU_m}{dT} \qquad (2.2.20)$$

або з (2.2.15): $$C_V = \frac{i}{2} R \qquad (2.2.21)$$

б) Ізобарний процес (p = const). Для цього випадку введемо позначення:

C_p – молярна теплоємність при сталому тиску. З (2.2.19) знайдемо:

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{p \cdot dV_m}{dT} = C_V + \frac{p \cdot dV_m}{dT} \qquad (2.2.22)$$

Запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для 1 моля (2.1.9)

$$pV_m = RT$$

Продиференціюємо його за умови p = const :

$$p \cdot dV_m = R \cdot dT,$$

звідки $$\frac{p \cdot dV_m}{dT} = R$$

Після підстановки в (2.2.22) отримаємо *рівняння Майєра*:

$$C_p = C_V + R \qquad (2.2.23)$$

З врахування (2.2.22) можна знайти:

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R \qquad (2.2.24)$$

Звідси можна знайти *коефіцієнт Пуассона* (показник адіабати):

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \qquad (2.2.24)$$

З формул (2.2.21) і (2.2.24) можна зробити висновок, що молярні теплоємності при сталому тиску і сталому об'ємі визначаються лише числом ступенів свободи молекули газу і не залежать від температури.

2.4.Адіабатний процес

Адіабатним називається термодинамічний процес, який відбувається при відсутності теплообміну термодинамічної системи з навколишнім середовищем.

При цьому $dQ = 0$, (2.2.25)

і з I закону термодинаміки можна записати:

$$dA = -dU \ , \qquad (2.2.26)$$

тобто робота виконується за рахунок зміни внутрішньої енергії системи.

Використовуючи отримані раніше вирази для роботи і внутрішньої енергії газу, на основі рівнянь МКТ можна отримати:

$$pV^{\gamma} = const \qquad (2.2.27)$$

Це *рівняння Пуассона*, яке визначає взаємозв'язок параметрів під час адіабатного процесу.

Внаслідок того, що число ступенів свободи i може набирати тільки цілочисельних значень 3, 5, 6, 7 і т.д., коефіцієнт Пуассона також може набирати лише певні дискретні значення.

Для 1-атомних газів (наприклад, інертних газів) $i = 3$, $\gamma = 1{,}67$;

для 2-атомних газів (наприклад, гази H_2 , N_2 , O_2 та ін.) $i = 5$, $\gamma = 1{,}4$;

для 3-атомних і багатоатомних газів (CO_2 , H_2O, , NH_3) $i = 6$, $\gamma = 1{,}33$.

Робота газу під час адіабатного процесу:

$$A = -\frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) \qquad (2.2.28)$$

де T_1 і T_2 - початкова і кінцева температури.

2.5. Теплові машини

У теплових машинах відбуваються перетворення теплової енергії на механічну роботу або навпаки.

В залежності від принципу дії та призначення, теплові машини можна розділити на *теплові двигуни* і *холодильні машини.*

Тепловим двигуном називається двигун періодичної дії, що виконує роботу за рахунок теплоти, яку він отримує від зовнішнього джерела.

Будь-який тепловий двигун має в своєму складі систему, що періодично здійснює певний круговий процес (цикл). Під час цього циклу робоча речовина (газ) спочатку розширюється від об'єму V_1 до об'єму V_2 , а потім стискається до початкового об'єму V_1. Для того, щоб робота, виконана системою за цикл, була позитивною (тобто, щоб цикл був прямим), необхідно, щоб тиск (а, отже, і температура) під час розширення газу були вищими, ніж при стисканні. Для цього робочій речовині під час розширення необхідно передавати теплоту, а під час

стискання – віднімати. Тому в складі теплового двигуна повинні бути відповідне джерело теплоти (нагрівач) і резервуар для відведення теплоти (охолоджувач).

Принцип дії теплового двигуна схематично зображено на Рис.2.6а.

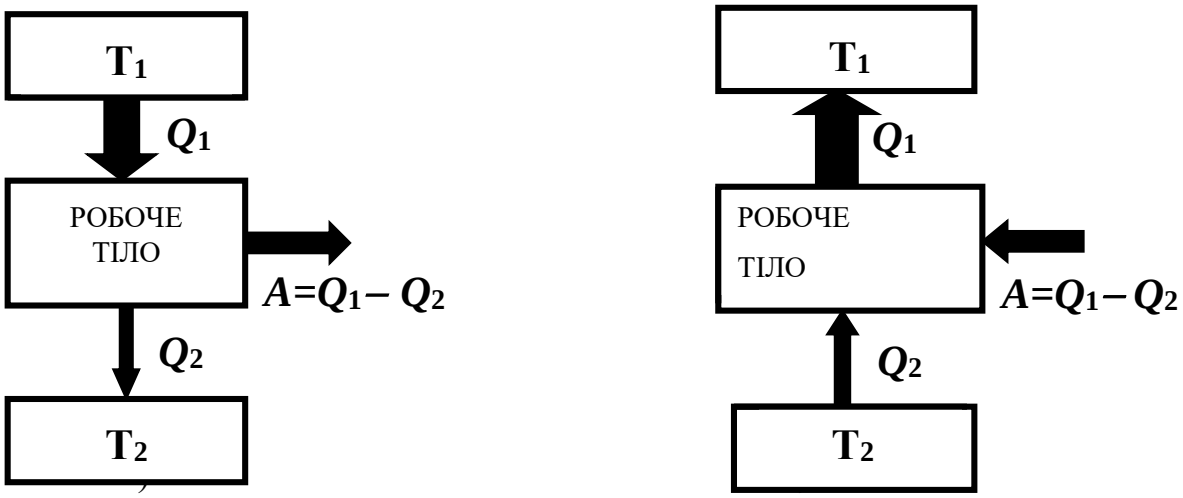


Рис. 2.6

Джерелом для отримання теплоти двигуном є *нагрівач*, який має температуру T_1, а резервуаром для відведення теплоти є *охолоджувач* з температурою T_2 ($T_1 > T_2$). Протягом циклу двигун отримує від нагрівача кількість теплоти Q_1 (під час розширення), а потім віддає охолоджувачу кількість теплоти Q_2 (під час стискання). При цьому двигуном виконується робота:

$$A = Q_1 - Q_2 \qquad (2.2.29)$$

Коєфіцієнт корисної дії цього процесу:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (2.2.30)$$

Згідно з цим співвідношенням, максимальний к.к.д. $\eta = 1$ може бути досягнутий за умови $Q_2 = 0$, але теоретично доведено, що це неможливо навіть для ідеального процесу, а тому завжди $\eta < 1$.

Принципово інший процес здійснюється в холодильній машині.

Теплова машина, в якій під дією зовнішніх сил здійснюється циклічний процес, в результаті якого відбирається теплота від менш нагрітого тіла і передається більш нагрітому, називається холодильною машиною.

Схематично принцип дії холодильної машини показаний на Рис. 2.6б. За рахунок зовнішньої механічної роботи A, яка виконується над робочою речовиною,

відбирається певна кількість теплоти Q_2 від більш холодного тіла з температурою T_2 і передається кількість теплоти Q_1 більш нагрітому тілу з температурою T_1 . Як було зазначено вище, для цього система повинна виконувати зворотний цикл. Різниця

$$Q_1 - Q_2 = A$$

дорівнює виконаній протягом циклу роботі зовнішніх сил над системою.

Теоретично доведено, що найбільш економічним, тобто таким, що має найбільш високий к.к.д., є цикл, що складається з послідовно виконаних двох ізотермічних і двох адіабатних процесів (Рис. 2.7). Такий круговий процес називається *циклом Карно*, а теплова машина, що працює за цим циклом, називається *ідеальною*.

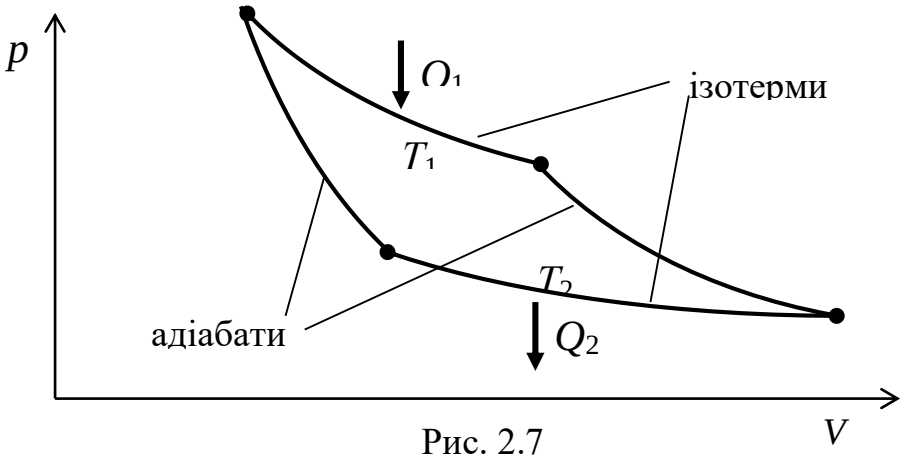


Рис. 2.7

Теоретичний аналіз циклу Карно дозволяє отримати таке співвідношення для к.к.д. цього циклу:

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}} \qquad (2.2.31)$$

Отже, к.к.д. циклу Карно визначається абсолютними температурами нагрівача і охолоджувача і підвищується при зростанні різниці цих температур. Оскільки, як зазначено вище, цикл Карно є найбільш економічним з усіх теоретично можливих, то співвідношення (2.2.31) визначає верхню границю для к.к.д. теплової машини з заданими температурами нагрівача і охолоджувача.

2.6. Фази та фазові перетворення

Кожна речовина має 3 *агрегатні стани*: твердий, рідкий, газоподібний. Агрегатний стан кожної речовини залежить від зовнішніх умов: тиску і температури. Агрегатні стани та процеси агрегатних перетворень можна умовно зобразити за допомогою схеми (Рис. 2.8).

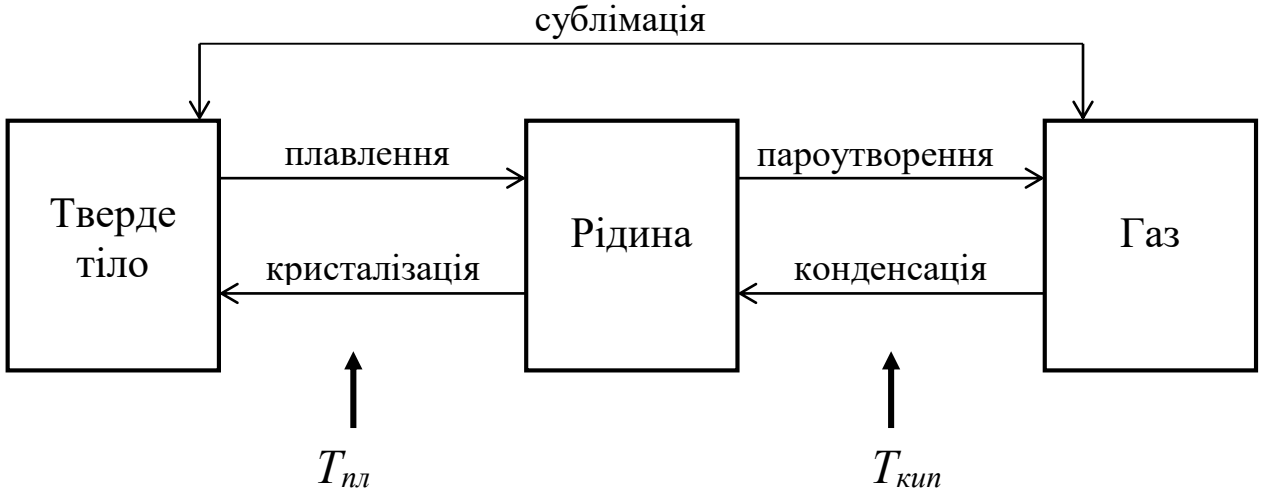


Рис. 2.8

Як видно з цієї схеми, речовина перебуває в рідкому стані у певному температурному інтервалі – від точки плавлення $T_{пл}$ до точки кипіння $T_{кип}$.

Ряд речовин у певному діапазоні тисків не мають рідкого агрегатного стану, тобто при певній граничній температурі вони переходять з твердого стану в газоподібний і навпаки без проміжного рідкого стану. Таке агрегатне перетворення називається *сублімацією*.

В ряді випадків агрегатні стани називають також *фазами* речовини, але це не зовсім еквівалентні поняття. Адже один агрегатний стан певної речовини може включати в себе кілька різних фаз. Наприклад, у твердому стані речовини може існувати кілька фаз, які відрізняються типом кристалічної гратки, механічними, оптичними, електричними та рядом інших властивостей.

Фаза – це певний термодинамічно рівноважний стан речовини.

Фазовий перехід – це перехід речовини з однієї фази в іншу.

Прикладами фазових переходів є зміни агрегатного стану речовини. Фазовий перехід (в залежності від напрямку переходу) супроводжується поглинанням або виділенням певної кількості теплоти, яка називається *теплотою фазового переходу.* Наприклад, для розплавлення певної маси льоду необхідно передати йому певну кількість теплоти без зміни загальної температури суміші “лід – вода”.

Кількість теплоти, яка поглинається або виділяється при зміні фази одиниці маси речовини, називається *питомою теплотою фазового переходу* (наприклад, питома теплота плавлення, питома теплота випаровування та ін.).

Будь-яка фаза речовини існує у строго визначених діапазонах тисків і температур, причому граничні значення тисків і температур перебувають у взаємній залежності. Ця залежність зображується графічно у вигляді *діаграми стану (фазової діаграми)* даної речовини, яка є графіком в координатах “тиск – температура”, що визначає температури і тиски фазових переходів і зони існування окремих фаз.

Для 1-компонентної речовини діаграма стану складається з гілок плавлення (П), випаровування (В) і сублімації (С), які розділяють області існування твердого (Т), рідкого (Г) і газоподібного (Г) станів (Рис. 2.9). Три гілки перетинаються у *потрійній точці* А, координати якої визначаються характерними для даної речовини параметрами $p_{пот}$, $T_{пот}$, що відповідають умовам одночасного рівноважного співіснування 3 фаз речовини.

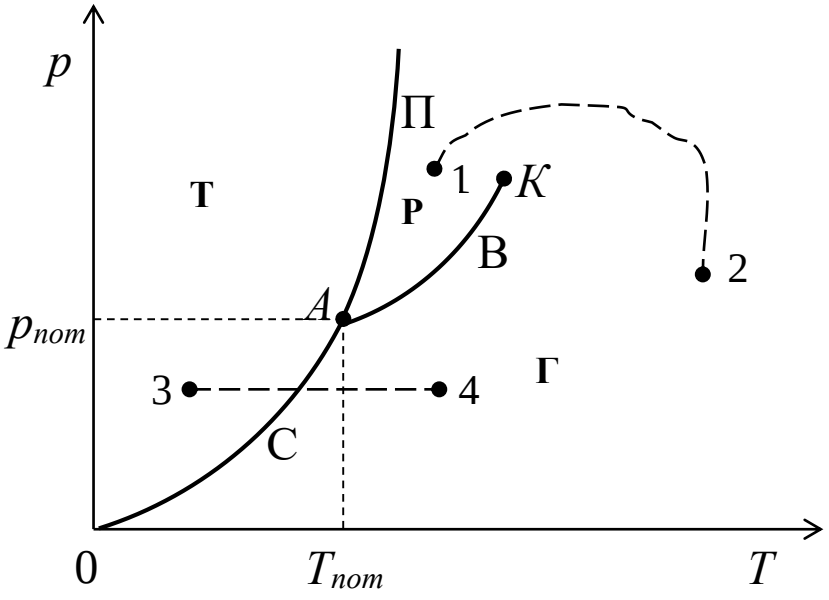


Рис. 2.9

Слід звернути увагу на те, що гілка випаровування В є обмеженою. Вона виходить з потрійної точки A і закінчується у точці критичного стану K , який розглядався у розділі “Рівняння Ван-дер-Ваальса”. Вище і правіше цієї точки не існує поняття “рідина” і “газ”, оскільки стан речовини при таких тисках і температурах втрачає їх характерні ознаки, і набуває характеристик, спільних для цих агрегатних станів. Тому перехід з рідкого стану 1 у газоподібний стан 2 може бути здійснений без чіткого розділу двох фаз, якщо він проходить вздовж траєкторії 1 – 2, показаної пунктиром.

При ізобарному нагріванні речовини при $p < p_{пот}$ (траєкторія 3 – 4) відбувається перехід з твердого стану відразу в газоподібний, без проміжного рідкого стану, тобто сублімація.

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

1. “Електростатика”

1.1. Взаємодія електричних зарядів

Явища електризації деяких тіл під час тертя (янтар – шерсть, скло – шкіра та ін.) були відомі ще у давні часи. Були відомі також і електричні явища в атмосфері під час грози. Дослідження електризації тіл, а згодом більш складних електричних явищ та процесів, виконані в XVII – XIX століттях, виявили, що:

1) існує 2 типи електричних зарядів, які умовно назвали “позитивним” і “негативним”;
2) електричний заряд завжди пов’язаний з матеріальним тілом певної маси;
3) заряд може переходити від одного тіла до іншого. Тіло, яке має однакову кількість позитивного і негативного заряду, є електрично нейтральним;
4) величина заряду кожного тіла визначається алгебраїчною сумою всіх електричних зарядів, що входять до складу цього тіла;
5) однойменні заряди взаємно відштовхуються, а різнойменні – притягуються;
6) електричний заряд є *дискретним*. Існує певний мінімальний заряд (*елементарний заряд*), який неможливо поділити на ще менші частини. Заряд кожного тіла є кратним елементарному заряду.

Елементарний заряд – це одна з фундаментальних фізичних констант. Носіями елементарного заряду з тим або іншим знаком є електрон, протон та деякі інші елементарні частинки. Величина елементарного заряду:

$$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} .$$

Дослідним шляхом встановлено один з фундаментальних законів природи – *закон збереження електричного заряду*:

алгебраїчна сума електричних зарядів замкненої системи залишається незмінною, які б процеси не відбувались всередині цієї системи.

Розглянемо взаємодію двох точкових зарядів Q_1 і Q_2. При цьому на заряд Q_1 з боку заряду Q_2 діє сила F_1, а на заряд Q_2 з боку заряду Q_1 діє сила F_2. У

відповідності до III закону Ньютона, ці сили рівні по модулю і протилежні за напрямком: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Закон Кулона:

сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна добутку величин зарядів, обернено пропорційна квадрату відстані між ними і спрямована вздовж прямої, що з'єднує ці заряди:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2} \quad . \qquad (3.1.1)$$

Діелектрична проникність речовини ε показує, у скільки разів речовина ослаблює силу взаємодії зарядів. Для вакууму $\varepsilon = 1$, а для речовини $\varepsilon > 1$.

В системі СІ коефіцієнт k в законі Кулона визначається співвідношенням:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9 \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2} \ , \qquad (3.1.2)$$

де $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична константа.

Одиницею вимірювання заряду в системі СІ є *кулон* (Кл). Заряд величиною 1 Кл – це дуже великий заряд. Наприклад, при взаємодії двох зарядів по 1 Кл кожний на відстані $r = 1$ м на кожний з них діє сила $F = k = 9\cdot 10^9$ Н.

1.2. Електричне поле. Напруженість поля

Взаємодія заряджених тіл на відстані свідчить про те, що кожне заряджене тіло створює в навколишньому просторі *силове поле*. Поле нерухомого електричного заряду або системи зарядів називається *електростатичним*.

Розглянемо електростатичне поле, створене нерухомим зарядом Q. Якщо в це поле внести інший заряд Q_0, то на нього, згідно з (3.1.1), буде діяти сила

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{QQ_0}{r^2} \ , \qquad (3.1.3)$$

яка є пропорційною заряду Q_0 (Рис.3.1).

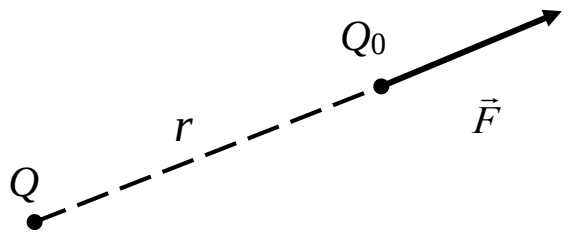


Рис. 3.1

Відношення F/Q_0 не залежить від Q_0 і характеризує електричне поле в тій точці, де знаходиться заряд Q_0. Ця величина називається *напруженістю електричного поля*:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0} . \qquad (3.1.4)$$

Напруженістю електричного поля в даній точці простору називається векторна величина, яка дорівнює силі, що діє на нерухомий одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку простору.

Напруженість поля точкового заряду Q у вакуумі:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} . \qquad (3.1.5)$$

Згідно з визначенням, напрямок вектора $\vec{E}$ співпадає з напрямком сили, що діє на *позитивний* заряд, поміщений в дану точку поля.

Графічно електростатичне поле зображують за допомогою *ліній напруженості (силових ліній)*, тобто таких ліній, дотична до кожної з яких у кожній точці поля співпадає з напрямком вектора $\vec{E}$, а густина ліній пропорційна модулю цього вектора (Рис.3.2).

Однорідним називається електричне поле, для якого у кожній точці простору вектор напруженості є сталим за величиною і напрямком.

Силові лінії однорідного поля взаємно паралельні та мають однакову густину в усіх точках простору (Рис. 3.3).

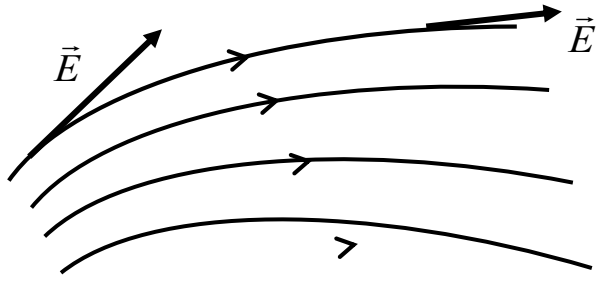


Рис. 3.2

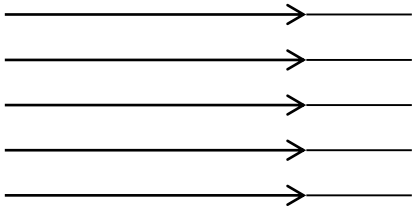


Рис. 3.3

Силові лінії електричного поля мають початок і кінець: вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах.

Можна теоретично довести *принцип суперпозиції* (накладення) електростатичних полів:

напруженість поля, створеного системою електричних зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей, створених в даній точці кожним окремим зарядом:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \ . \qquad (3.1.6)$$

Більш складним є випадок, коли загальний заряд системи не складається з окремих точкових зарядів, а безперервно розподілений на якомусь тілі великих розмірів. В цьому випадку зовнішнє електричне поле розраховується за допомогою інтегрування.

Для заряджених тіл простої геометричної форми можна використати вже відомі співвідношення для просторового розподілу напруженості електричного поля, які наведені нижче.

1. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною заряду σ (Рис. 3.4):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \ . \qquad (3.1.7)$$

З цього виразу можна зробити висновок, що поле однорідне і не залежить від відстані. Силові лінії спрямовані перпендикулярно до площини, а їх напрямок залежить від знаку заряду.

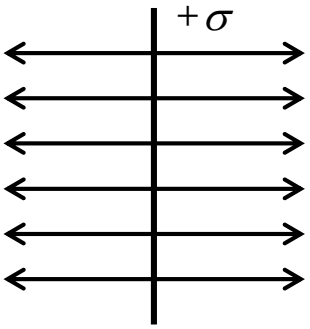


Рис. 3.4

2. Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з поверхневою густиною заряду σ (Рис. 3.5):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (3.1.8)$$

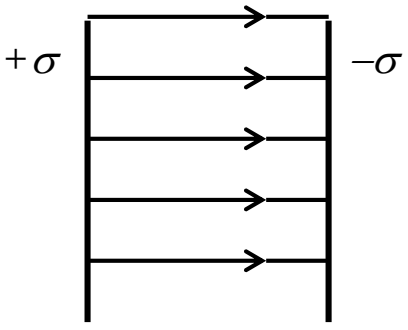


рис.3.5

Поле однорідне і зосереджене між площинами. Ззовні напруженість поля дорівнює нулю.

3. Поле об’ємно зарядженої кулі (заряд рівномірно розподілений по об'єму кулі):

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} \cdot r, \quad (r \le R), \tag{3.1.9}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}, \qquad (r \ge R), \tag{3.1.10}$$

де Q – заряд кулі, R – радіус кулі , r – відстань точки від центру кулі. На Рис.3.6 зображений графік залежності модуля напруженості поля від відстані r. Отже, для всього простору за межами кулі, починаючи від її поверхні, поле в цьому випадку нічим не відрізняється від поля точкового заряду, що містить у собі весь заряд кулі і знаходиться в її центрі.

4. Поле рівномірно зарядженого нескінченного циліндра з лінійною густиною заряду (заряд одиниці довжини) τ (Рис. 3.8):

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r} \tag{3.1.11}$$

де r – відстань точки від центру циліндра (більша, ніж радіус циліндра). Таке саме поле буде і в проміжку між двома коаксіальними циліндрами, що мають однакову за величиною і протилежну за знаком лінійну густину заряду τ (циліндричний конденсатор).

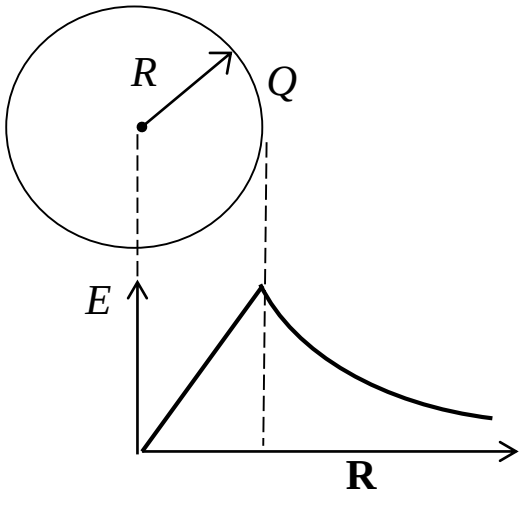


Рис. 3.6

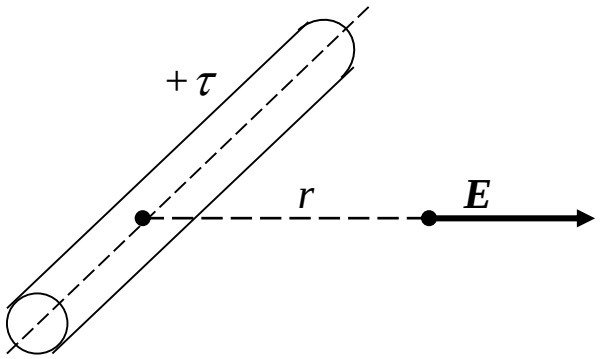


Рис. 3.7

1.3. Робота сили електростатичного поля. Потенціал

Оскільки на заряд в електростатичному полі діє сила, то при переміщенні заряду на відстань dl виконується елементарна робота (див. (1.2.25)):

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos\alpha, \qquad (3.1.12)$$

де α – кут між напрямками елементарного переміщення $d\vec{l}$ і сили $\vec{F}$.

Неважко довести, що електростатичне поле є *потенціальним*, а електростатичні сили – *консервативними*. Це значить, що робота цих сил не залежить від *форми* траєкторії руху тіла, а лише від координат початкової і кінцевої точок (див. (1.2.26)):

$$A_{12} = П_1 - П_2, \qquad (3.1.13)$$

де $П_1$ і $П_2$ – потенціальні енергії заряду, що рухається, в початковій і кінцевій точках траєкторії.

Потенціальна енергія заряду в електростатичному полі пропорційна величині цього заряду Q:

$$П = \varphi \cdot Q, \qquad (3.114)$$

де φ – енергетична характеристика поля, яка називається *потенціалом*.

<u>Потенціал</u> деякої точки поля - це скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду, поміщеного в цю точку:

$$\varphi = \frac{П}{Q}. \qquad (3.1.15)$$

Потенціал – це алгебраїчна величина, знак якої залежить від знаку заряду, який створив дане електростатичне поле.

Робота при переміщенні заряду з точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = П_1 - П_2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (3.1.16)$$

Одиниця потенціалу в системі СІ – *вольт* (В). Одиниця напруженості електричного поля – *вольт на метр* (В/м).

Із (3.1.16) можна отримати $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \overline{E}\,\overline{dl}$ (3.1.17)

На основі співвідношення (3.1.16) можна знайти, що одиниця енергії (джоуль) дорівнює добутку одиниць заряду і потенціалу: 1 Дж = 1 Кл ·В.

1. Поле точкового заряду. Підставляючи в співвідношення (3.1.17) вираз для напруженості поля точкового заряду (3.1.5), після інтегрування (вважаючи, що потенціал поля на нескінченності дорівнює нулю) знайдемо потенціал поля на відстані r від точкового заряду Q:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad . \tag{3.1.18}$$

Таку саму залежність має і потенціал поля зарядженої сфери або кулі поза межами самої сфери або кулі (r – відстань від центра).

2. Однорідне поле. Для *однорідного* поля напруженість $\vec{E}$ є константою, яка виноситься за знак інтегралу (3.1.17), а тому різниця потенціалів між будь-якими двома точками 1 і 2 у однорідному полі (рис. 3.11):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = \vec{E}\int_1^2 d\vec{l} = \vec{E}\cdot\vec{l} = E \cdot l \cdot \cos\alpha = E \cdot d\,, \tag{3.1.19}$$

де l – відстань між точками 1 і 2, α – кут між відрізком l і вектором $\vec{E}$, d – проекція відрізка l на напрямок поля (відстань між точками 1 і 2 *вздовж поля*).

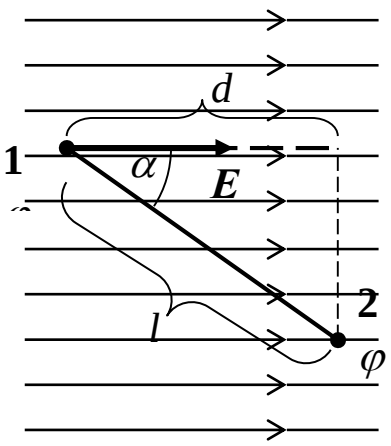


Рис. 3.8

Для двох паралельних різнойменно заряджених площин, розташованих на відстані d (див.(3.8)), їх різниця потенціалів:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d\,. \tag{3.1.20}$$

На основі співвідношення (3.1.17) можна отримати зв'язок між напруженістю поля і потенціалом у іншій формі:

$$\boxed{\vec{E} = -qrad\ \varphi} \quad , \tag{3.1.21}$$

де у правій частині – градієнт потенціалу.

1.4. Електричне поле в діелектриках

Розглянемо електричні властивості *твердих тіл.* Всі тіла складаються з атомів, які, в свою чергу, мають у своєму складі електрично заряджені частки – електрони та протони. В цілому, кожне тіло в нормальному стані електрично нейтральне, оскільки сума негативних зарядів дорівнює сумі позитивних. Ця рівновага порушується при заряджанні тіла.

Заряди всередині тіла поділяються на *вільні і зв'язані*. *Вільні заряди* можуть пересуватись вздовж тіла, *зв'язані* – фіксовані в певній ділянці простору.

В залежності від концентрації вільних зарядів тверді тіла поділяються на *провідники, діелектрики* та *напівпровідники*.

Провідники – це матеріали з високою концентрацією вільних зарядів.

Діелектрики – це матеріали, в яких вільні заряди практично відсутні.

Напівпровідники – займають проміжне положення між провідниками та діелектриками.

Слід сказати, що існує не лише кількісна, але й принципова різниця між провідниками та напівпровідниками, яка буде розглянута у відповідному розділі даного курсу фізики.

Типовими прикладами провідників є метали; діелектриків – скло, пластмаси; напівпровідників – кремній, германій.

Розглянемо більш детально *електричне поле в діелектриках*. Діелектрики складаються з молекул, і кожна молекула має в своєму складі рівні за величиною позитивний та негативний заряди. В цілому, молекула електрично нейтральна. Але якщо її позитивний та негативний заряди просторово зміщені один відносно одного, то молекула утворює *електричний диполь* (Рис. 3.9).

Електричний диполь – це два точкові заряди, однакові за величиною та протилежні за знаком, розміщені на певній відстані, яка називається плечем диполя.

Електричний диполь створює в навколишньому просторі електричне поле складної конфігурації, яке, згідно з принципом суперпозиції, є взаємонакладенням електричних полів позитивного та негативного зарядів.

Електричні властивості диполя визначаються його *дипольним моментом*:

$$\vec{p} = |Q| \cdot \vec{l}\,, \qquad (3.1.22)$$

де Q – величина заряду (позитивного або негативного), $\vec{l}$ – плече диполя (вектор, проведений від негативного до позитивного заряду).

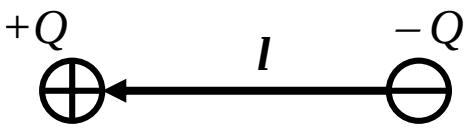


Рис. 3.9

Якщо заряди, що утворюють диполь, не можна вважати точковими, ефективний дипольний момент визначається інтегруванням з врахуванням просторового розподілу заряду даного диполя. Це стосується також і молекул.

Електричні поля молекулярних диполів у речовині взаємно накладаються і утворюють загальне електричне поле, властивості якого залежать від величини, концентрації та взаємної орієнтації дипольних моментів.

Векторна сума дипольних моментів молекул одиниці об'єму діелектрика називається його поляризованістю :

$$\vec{P} = \frac{\sum\limits_{(i)} \vec{p}_i}{V}\,. \qquad (3.1.23)$$

Зовнішнє електричне поле впливає на величину та орієнтацію дипольних моментів молекул. Внаслідок цього поляризованість *лінійно* залежить від напруженості зовнішнього електричного поля $\vec{E}_0$:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}_0\,, \qquad (3.1.24)$$

де χ – *діелектрична сприйнятливість* речовини (безрозмірна величина). Це параметр діелектрика, який визначає його здатність поляризуватись у зовнішньому електричному полі.

Поляризовані молекули всередині діелектрика створюють власне поле, яке накладається на зовнішнє поле і спрямоване протилежно. За рахунок цього сумарне поле всередині діелектрика $\vec{E}$ менше порівняно з зовнішнім полем $\vec{E}_0$:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}\,, \qquad (3.1.25)$$

де ε – *діелектрична проникність* речовини (безрозмірна величина), яка показує, у скільки разів зовнішнє електричне поле ослаблене всередині діелектрика. Можна теоретично довести, що

$$\varepsilon = 1 + \chi, \qquad (3.1.26)$$

при цьому $\chi \geq 0,\ \varepsilon \geq 1$.

Зв'язані заряди діелектрика можуть досить сильно впливати на розподіл силових ліній поля у просторі. Густина силових ліній залежить від діелектричної проникності діелектрика, тому всередині діелектрика вона менша, порівняно з вакуумом. Частина зовнішніх силових ліній закінчуються на границі діелектрика, не проникаючи всередину. Тому в деяких випадках електричне поле в діелектрику і суміжних ділянках простору зручніше описувати за допомогою вектора *електричного зміщення*, який визначається за допомогою такого співвідношення: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}_0$. (3.1.27)

Одиниця електричного зміщення в системі СІ – кулон на метр квадратний (Кл/м^2).

1.5. Електрична ємність провідників. Конденсатори

Розглянемо здатність провідника накопичувати електричний заряд. Нехай деякому провіднику, віддаленому від інших тіл, передано певний заряд Q. На основі співвідношенням (3.1.18) можна довести, що потенціал провідника буде змінюватись пропорційно його заряду:

$$Q = C\varphi \qquad (3.1.28)$$

Коефіцієнт пропорційності C залежить від форми та розмірів провідника і називається *електроємністю* провідника:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \qquad (3.1.29)$$

Електроємність залежить від розмірів та форми провідника і характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд.

Одиницею електроємності в системі СІ є *фарад* (Ф).

Для кулі радіуса R, що знаходиться в деякому середовищі з діелектричною проникністю ε:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{Q}{R} \qquad (3.1.30)$$

Звідси

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (3.1.31)$$

Наприклад, якщо візьмемо R=6400 км (радіус Землі), отримаємо електроємність $C \approx$ 0,7 мФ. Для C = 1 Ф необхідно мати кулю з $R = 9\cdot10^6$ км, що в 1400 разів більше радіуса Землі. Таким чином, фарад – це дуже велика електроємність, а тому на практиці користуються дольними одиницями (мкФ, нФ, пФ). Разом з тим, наведений приклад свідчить про те, що ізольований провідник є малоефективним пристроєм для накопичення заряду, оскільки для отримання великої електроємності необхідно застосовувати провідники надто великих розмірів.

Досить велику електроємність при значно менших розмірах дозволяють отримати пристрої, які називаються *конденсаторами.*

Конденсатор складається з двох провідників, розділених шаром діелектрика з діелектричною проникністю ε (рис.3.10*)*. Провідники називаються *обкладками* конденсатора. Вони заряджаються до однакових зарядів величиною Q, але протилежних знаків. Існують різні конструкції конденсаторів, які відрізняються формою обкладок і називаються *плоскими, циліндричними, сферичними*.

Розглянемо найбільш простий за конструкцією *плоский конденсатор*

Ємністю конденсатора називається величина

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{\Delta\varphi}\ , \qquad (3.1.32)$$

де φ_1, φ_2 – потенціали обкладок.

Для паралельних площин з врахуванням діелектрика

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0\varepsilon}, \qquad (3.1.33)$$

де d – відстань між обкладками, σ – поверхнева густина заряду на обкладках:

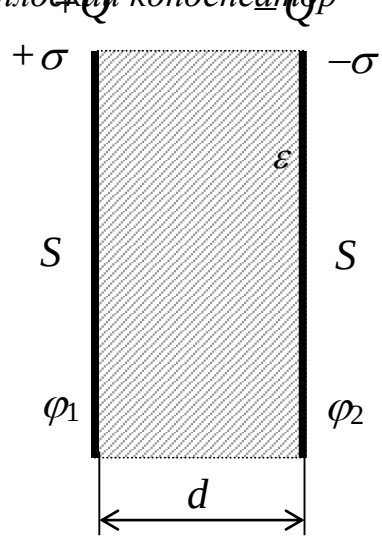


Рис. 3.10

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \qquad (3.1.34)$$

де S – площа обкладки. Тоді з останніх трьох формул отримаємо для плоского конденсатора: $$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \qquad (3.1.35)$$

В електричних схемах конденсатор має таке умовне позначення: —||—

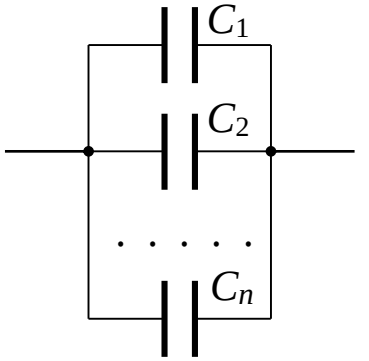
При з'єднанні кількох конденсаторів отримують *батарею конденсаторів*. Основними схемами з'єднання є такі:

1) паралельне з'єднання (Рис. 3.11а). Загальна ємність батареї при цьому розраховується за формулою:

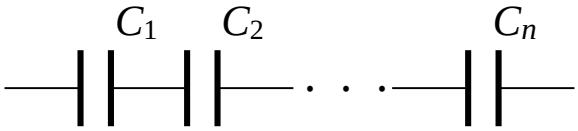
$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (3.1.36)$$

2) послідовне з'єднання (Рис. 3.11б). Загальна ємність батареї C визначається з співвідношення:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (3.1.37)$$



а)



б)

Рис. 3.11

Наприклад, для послідовного з'єднання двох конденсаторів з формули (3.44) можна отримати:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \ . \qquad (3.1.38)$$

Енергія зарядженого конденсатора обчислюється за формулою:

$$W = \frac{C \cdot (\Delta\varphi)^2}{2}, \qquad (3.1.39)$$

об'ємна густина енергії електростатичного поля (енергія одиниці об'єму поля):

$$w_{ел} = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{E D}{2} \ . \qquad (3.1.40)$$

2. “Постійний електричний струм ”

2.1. Електричний струм. Сила струму

В загальному випадку вільні заряди всередині провідника рухаються хаотично (тепловий рух). Проте в деяких випадках можуть бути створені умови, при яких рух вільних зарядів набуває впорядкованого характеру, тобто на загальний хаотичний рух зарядів накладається рух у певному напрямі.

Електричним струмом називається спрямований рух електричних зарядів.

Як правило, електричний струм створюється під дією електричного поля, у якому вільні заряди рухаються: позитивні – по полю, негативні – проти поля. При цьому *за напрямок струму умовно приймають напрямок руху позитивних зарядів.* Кількісною мірою електричного струму служить *сила струму.*

Сила струму – це величина заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dQ}{dt} \ . \qquad (3.2.1)$$

Струм, сила і напрямок якого не змінюються з часом, називається *постійним*. Для постійного струму формулу (3.2.1) можна написати так:

$$I = \frac{Q}{t} \ , \qquad (3.2.2)$$

де Q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t .

Одиниця сили струму в системі СІ – *ампер* (А). Це одна з основних одиниць системи СІ.

Сила струму через одиницю площі поперечного перерізу провідника називається густиною струму:

$$j = \frac{I}{S} \ , \qquad (3.2.3)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Якщо вздовж провідника рухаються зі швидкістю υ однакові частинки, кожна з яких має заряд e (Рис. 3.12), то за час dt через певний поперечний переріз провідника (на Рис. 3.15 заштрихований) пройде кількість частинок:

$$dN = n \cdot dV ,$$

де n – концентрація носіїв струму, $dV = \upsilon \cdot dt \cdot S$ – об'єм, частки з якого перетнуть заштрихований переріз за час dt, S – площа перерізу провідника.

Загальний заряд цих часток:

$$dQ = e \cdot dN = n e \upsilon S \cdot dt .$$

Звідси сила струму:

$$I = \frac{dQ}{dt} = n e \upsilon S ,$$

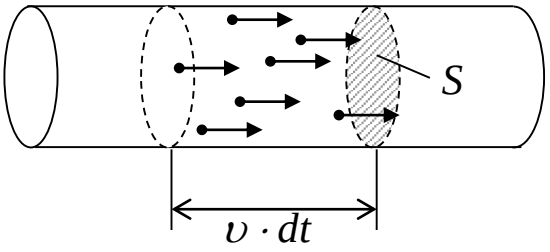


Рис. 3.12

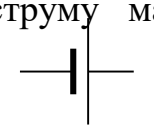
а густина струму:

$$j = n e \upsilon . \qquad (3.2.4)$$

2.2. Джерела струму. Електрорушійна сила

Для існування постійного струму необхідно мати *джерело струму* – пристрій, здатний підтримувати різницю потенціалів між певними точками провідника при наявності електричного струму. Якщо до полюсів джерела струму приєднати провідник електричного струму, утворивши тим самим замкнене *електричне коло*, то дія джерела струму приведе до появи електричного струму в цьому колі (Рис. 3.13). Дія цього пристрою базується на виконанні роботи над вільними зарядами *сторонніми силами*. Природа сторонніх сил може бути різною: хімічні процеси, електромагнітні поля та ін.

В електричних схемах джерело постійного струму має таке умовне позначення:



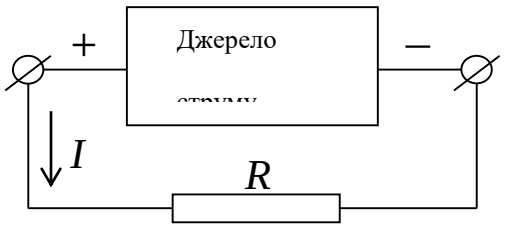


Рис. 3.13

Джерело струму виконує роботу над вільними зарядами.

Електрорушійна сила – це робота джерела струму по переміщенню одиничного позитивного заряду між полюсами джерела струму:

$$\xi = \frac{A}{Q_0} \ . \qquad (3.2.5)$$

Одиницею е.р.с. в системі СІ є *вольт* (В).

Отже, всередині джерел струму на вільні заряди діють *сторонні сили*, а за межами джерел струму – *електростатичні сили*, зумовлені різницею потенціалів між різними точками провідника. Таким чином, при переміщенні заряду Q_0 вздовж ділянки кола 1 – 2 з різницею потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ при наявності на цій ділянці кількох джерел струму (Рис. 3.14) над цим зарядом буде виконуватись робота, що дорівнює сумі робіт сторонніх та електростатичних сил:

$$A_{12} = Q_0 \xi_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) \ , \qquad (3.2.6)$$

де ξ_{12} – алгебраїчна сума е.р.с. на ділянці кола, $\varphi_1 - \varphi_2$ – сума різниць потенціалів на частинах цієї ділянки кола поза меж

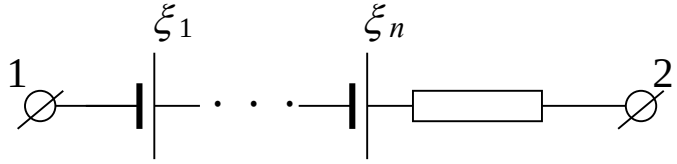


Рис. 3.14

Поділивши це співвідношення на Q_0 , отримаємо *роботу переміщення одиничного заряду*. Ця величина називається *електричною напругою* на ділянці кола 1 – 2:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{Q_0} = \xi_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2) \ . \qquad (3.2.7)$$

При відсутності е.р.с. напруга співпадає з різницею потенціалів.

2.3. Закон Ома

У 1826 р. німецький фізик Г. Ом дослідним шляхом встановив, що сила струму в провіднику прямо пропорційна електричній напрузі на кінцях провідника. Величину, обернену до коефіцієнта пропорційності, було названо *електричним опором* провідника R :

$$I = \frac{U}{R} \ . \qquad (3.2.8)$$

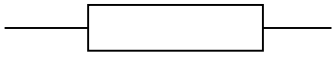
Це співвідношення називається *законом Ома для ділянки кола*:

сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі і обернено пропорційна опору провідника.

Величина, обернена до електричного опору, називається *електропровідністю*:

$$G = \frac{1}{R} \ . \qquad (3.2.9)$$

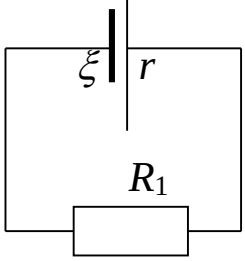
Одиницею опору в системі СІ є *ом* (Ом). Одиниця електропровідності – *сіменс* (См).

В електричних схемах провідник з певним електричним опором має таке умовне позначення: 

Будь-яке джерело струму при проходженні через нього електричного струму також має певний електричний опір, який називається *внутрішнім опором* джерела струму. Внутрішній опір необхідно враховувати при розрахунках електричних кіл.

Для *замкненого електричного кола*

$$I = \frac{\xi}{r + R_1}$$



де $R = r + R_1$, r – внутрішній опір джерела струму, R_1 – опір зовнішньої частини кола.

Електричний опір провідника залежить від його розмірів та від матеріалу, з якого він виготовлений:

$$R = \rho \frac{l}{S} \ , \qquad (3.2.10)$$

де l – довжина провідника, S – площа перерізу, ρ – питомий електричний опір (одиниця вимірювання – Ом · м).

Питомий опір характеризує здатність матеріалу проводити електричний струм. Найкращі електропровідні властивості (найменший питомий опір) мають такі метали:

срібло – $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом · м ,

мідь – $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м ,

алюміній – $\rho = 2{,}6 \cdot 10^{-8}$ Ом · м .

Закон Ома для ділянки кола можна перетворити таким чином:

$$j = \gamma \cdot E \ , \qquad (3.2.11)$$

де γ – питома електропровідність:

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \ , \qquad (3.2.12)$$

E – напруженість електричного поля в провіднику:

$$E = \frac{U}{l} \ . \qquad (3.2.13)$$

Співвідношення (3.2.11) – *закон Ома в диференціальній формі*.

Якщо закон Ома для ділянки кола у вигляді (3.2.8) визначає загальну силу струму *через весь переріз провідника*, то закон Ома в диференціальній формі (3.2.11) визначає густину сили струму *в певній точці перерізу провідника*.

При з'єднанні кількох провідників за допомогою закону Ома можна отримати такі співвідношення:

а) при послідовному з'єднанні (Рис. 3.15):

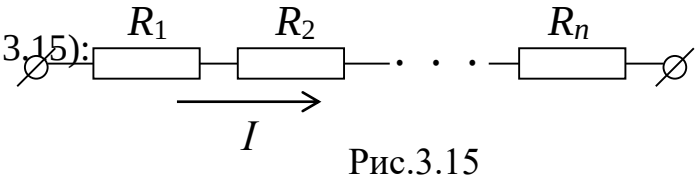


Рис.3.15

$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$, (3.2.14)

$I = I_1 = I_2 = \ldots = I_n$,

$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$,

б) при паралельному з'єднанні (Рис. 3.16):

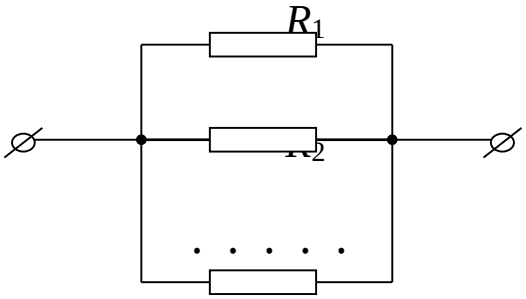


Рис.3.16

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} , \qquad (3.2.15)$$

$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$,

$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$.

Для паралельного з'єднання двох провідників:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \ .$$

2.4. Закон Джоуля-Ленца

При протіканні постійного електричного струму силою I через поперечний переріз провідника за час t проходить заряд (див. (3.2.2)):

$$Q = I \cdot t$$

Згідно з (3.1.16), при цьому виконується робота:

$$A = Q \cdot U ,$$

де U – напруга на кінцях провідника.

Звідси: $$A = I U t \quad . \qquad (3.2.16)$$

Застосовуючи закон Ома (3.2.8), можна отримати ще дві формули для визначення цієї роботи:

$$A = I^2 R\, t = \frac{U^2}{R} t \quad . \qquad (3.2.17)$$

Якщо провідник не взаємодіє з зовнішніми полями, то вся робота струму йде на нагрівання провідника:

$$W_{тепл} = A = I U t = I^2 R\, t = \frac{U^2}{R} t \quad . \qquad (3.2.18)$$

Ці співвідношення визначають *закон Джоуля-Ленца*:

кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні електричного струму, прямо пропорційна силі струму, напрузі на кінцях провідника і часу проходження струму.

Потужність струму визначається співвідношенням:

$$P = \frac{dA}{dt} = I U = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad . \qquad (3.2.19)$$

3. “Електромагнетизм ”

1. Магнітне поле струму

Нерухомі електричні заряди створюють навколо себе *електростатичне поле.* Якщо ж заряди починають рухатись, тобто при виникненні струму, то створюється ще один тип силового поля, яке називається *магнітним.* Це було встановлено експериментально в 1820 р. у дослідах Х. Ерстеда.

Електричне поле діє як на рухомі, так і на нерухомі електричні заряди. На відміну від нього, *магнітне поле діє тільки на рухомі електричні заряди.*

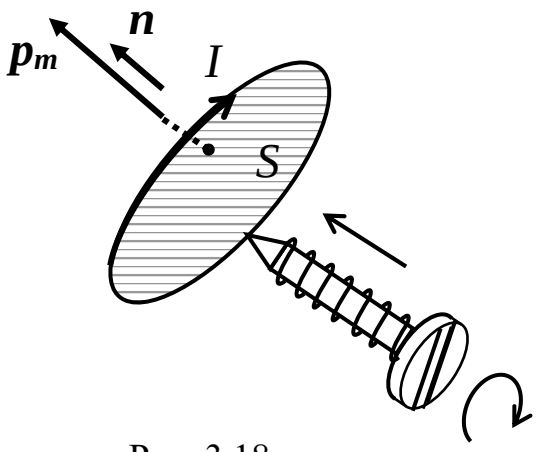


Рис. 3.18

Для дослідження магнітного поля застосовується замкнений плоский *контур зі струмом*, розміри якого досить малі, щоб ними можна було знехтувати.

Головним параметром такого контуру є його *магнітний момент* :

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n} \ , \qquad (3.90)$$

де I – сила струму в контурі, S – площа контуру, $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі до контуру, напрямок якого визначається за *правилом правого гвинта:*

за позитивний напрямок нормалі приймається напрямок поступального руху гвинта при його обертанні в напрямку протікання струму (Рис. 3.18).

У магнітному полі на контур зі струмом діє обертальний момент сил $\vec{M}$, величина якого залежить від орієнтації контуру відносно поля і від модуля магнітного моменту. Якщо вибрати таку орієнтацію контуру, що момент сил максимальний, то можна визначити деяку кількісну характеристику магнітного поля, яка називається *магнітною індукцією*. Отже,

*магнітна індукція – це вектор, **модуль** якого дорівнює максимальному моменту сил, що діє на поміщений у дану точку поля контур зі струмом, який має магнітний момент одиничної величини. **Напрямок** вектора магнітної індукції співпадає з напрямком магнітного моменту після того, як контур під дією моменту сил зорієнтується в магнітному полі.*

Інакше кажучи, величина магнітної індукції дорівнює відношенню:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m} \quad , \qquad (3.3.1)$$

де $M_{\max}$ – момент сил, що діє на контур при такій його орієнтації відносно поля, коли вектори $\vec{B}$ і $\vec{p}_m$ взаємно перпендикулярні.

Якщо напрямки векторів $\vec{B}$ і $\vec{p}_m$ співпадають, то момент сил, що діє на контур з боку поля, дорівнює нулю. При довільній орієнтації контуру момент сил, що діє на нього, визначається співвідношенням:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right] \quad . \qquad (3.3.2)$$

Магнітне поле, як і електричне, в деяких випадках потребує графічного зображення за допомогою відповідних ліній.

Лінії магнітної індукції (силові лінії магнітного поля) – це лінії, дотичні до яких у кожній точці поля співпадають з напрямком вектора магнітної індукції.

Густина силових ліній пропорційна величині магнітної індукції в даній точці простору.

Магнітне поле, створене постійним електричним струмом, експериментально досліджувалось французькими фізиками Біо і Саваром, а потім ці досліди були теоретично узагальнені Лапласом.

Закон Біо-Савара-Лапласа формулюється таким чином:

елемент провідника зі струмом I довжиною dl створює в точці поля з радіус-вектором r магнітне поле, індукція якого визначається формулою:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \quad . \qquad (3.3.3)$$

Модуль цього вектора

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}, \qquad (3.95)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки *A*, в якій необхідно визначити магнітну індукцію, відносно елемента провідника $d\vec{l}$, α – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{r}$, μ – магнітна проникність речовини, всередині якої створене поле.

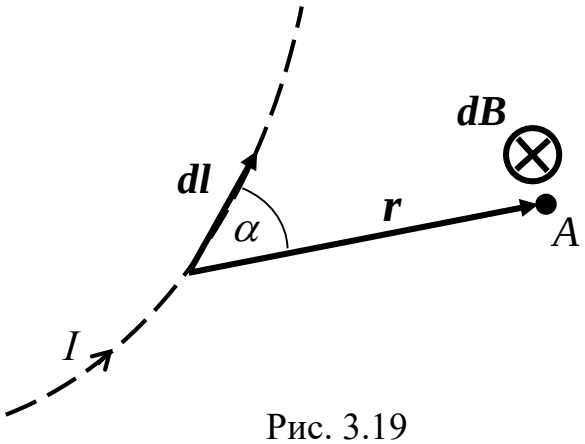


Рис. 3.19

За цією формулою визначається лише частина магнітної індукції, яка створюється елементом *dl* провідника. Для визначення всього вектора $\vec{B}$ у даній точці поля необхідно взяти інтеграл від $d\vec{B}$ по всій довжині провідника:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} \quad . \qquad (3.3.4)$$

Розглянемо найпростіші випадки.

1.1.Магнітне поле прямого струму. (Рис. 3.20)

Розглянемо струм силою *I* , який тече по тонкому прямому провіднику нескінченної довжини. Тоді для довільної точки поля, віддаленої від осі провідника на відстань *R* , після інтегрування виразу (3.3.3) у відповідності з (3.96) отримаємо

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R} \quad . \qquad (3.3.5)$$

Напрямок вектора $\vec{B}$ в даному випадку визначається правилом правого гвинта.

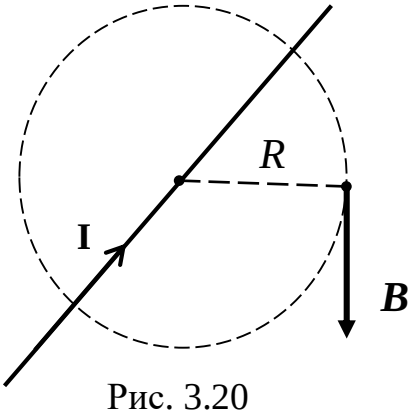


Рис. 3.20

Пунктиром на Рис. 3.20 зображена одна з силових ліній магнітного поля.

1.*2. Магнітне поле кругового струму* (Рис. 3.21).

Якщо струм силою I тече по круговому провіднику радіуса R, то магнітна індукція в центрі цього кола визначається формулою, яка також отримана за допомогою інтегрування виразу (3.3.3):

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}. \qquad (3.3.6)$$

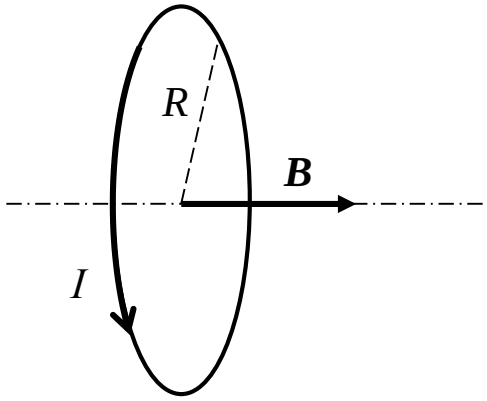


Рис. 3.21

1.3. Магнітне поле соленоїда (Рис. 3.22).

Соленоїдом називається циліндрична котушка, що містить велику кількість витків одного діаметру, розміщених послідовно.

Силові лінії поля паралельні осі соленоїда, а величина магнітної індукції:

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l} = \mu_0 \mu n I \ , \qquad (3.3.7)$$

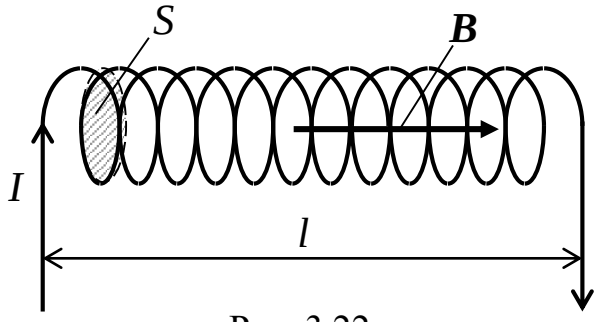


Рис. 3.22

де I – сила струму, N – кількість витків, l – довжина соленоїда, $n = N/l$ – густина витків (кількість витків на одиницю довжини).

Еквівалентна формула для напруженості поля всередині соленоїда:

$$H = nI \quad . \qquad (3.3.8)$$

3.2. Магнітне поле в речовині

Кожний атом речовини містить електрони, які рухаються по певних орбітах навколо ядра, утворюючи своєрідний контур зі струмом. Тобто в кожному атомі існують мікроструми, які створюють навколо себе власне магнітне поле. Тому кожна речовина має певні магнітні властивості, внаслідок яких магнітне поле в речовині відрізняється від магнітного поля у вакуумі в μ разів, де μ – *магнітна проникність речовини*. З метою врахування впливу речовини на магнітне поле вводять ще одну силову характеристику поля – *напруженість магнітного поля* $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu} \ , \qquad (3.3.9)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

Одиницею магнітної індукції в системі СІ є *тесла* (Тл). Одиниця напруженості магнітного поля – *ампер на метр* (А/м).

В залежності від магнітних властивостей речовини поділяються на такі типи магнетиків:

1) діамагнетики ($\mu \approx 1$, $\mu < 1$);
2) парамагнетики ($\mu \approx 1$, $\mu > 1$);
3) феромагнетики ($\mu \gg 1$).

В діа- і парамагнетиках магнітні властивості проявляються дуже слабо. Магнітна індукція ззовні і всередині цих речовин майже однакова ($\mu \approx 1$), тобто зовнішнє магнітне поле проходить через ці речовини, майже не змінюючись за величиною.

Більшість речовин за магнітними властивостями є діа- або парамагнетиками. Це – більшість металів та неметалів, органічні речовини, гази, рідини тощо.

Феромагнетики – це сильномагнітні речовини, які можуть бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля. До них відносяться залізо, нікель, кобальт, деякі рідкоземельні елементи, а також їх сплави і хімічні сполуки.

Для чистого заліза максимальне значення магнітної проникності $\mu_{max} \approx 5000$. Створені спеціальні сплави, для яких магнітна проникність в певному діапазоні напруженостей магнітного поля досягає сотень тисяч.

3.3. Дія магнітного поля на струм. Закон Ампера

На основі експериментальних досліджень французький фізик Ампер встановив, що на провідник зі струмом у магнітному полі діє сила, і сформулював відповідний закон – *закон Ампера* :

на елемент провідника довжиною *dl* у магнітному полі діє сила, пропорційна силі струму у провіднику *I* і векторному добутку елемента довжини *dl* на магнітну індукцію *B* :

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right] . \qquad (3.3.10)$$

Модуль сили Ампера визначається формулою:

$$dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin\alpha , \qquad (3.3.11)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$.

У випадку, коли кут α близький до 90^0, напрямок вектора сили, у відповідності з загальним правилом векторного добутку, можна визначити за *правилом лівої руки* (Рис. 3.23):

якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб у неї входили лінії магнітної індукції, а чотири витягнутих пальці розмістити вздовж напрямку струму в провіднику, то відставлений великий палець вкаже напрямок сили, що діє на струм.

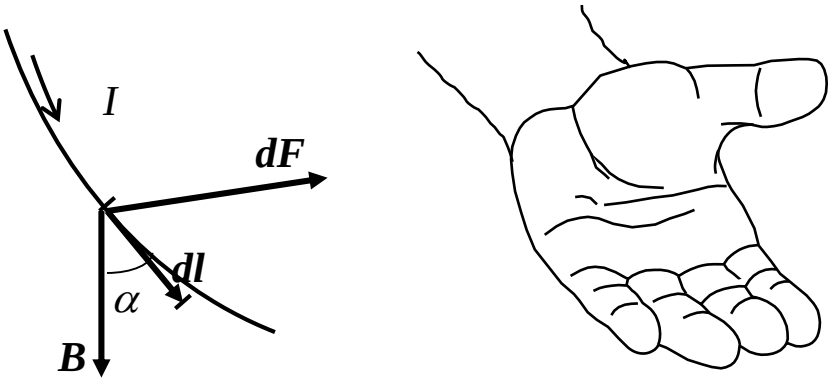


Рис. 3.23

Щоб визначити силу, яка діє з боку поля на весь провідник зі струмом, необхідно проінтегрувати вираз (3.3.10) по всій довжині ділянки провідника, яка знаходиться в магнітному полі:

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} \,. \qquad (3.3.12)$$

Наприклад, для прямолінійного провідника, ділянка якого довжиною l знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B, сила, що діє на провідник:

$$F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin\alpha \qquad (3.3.13)$$

3.1. Рух заряджених частинок у магнітному полі. Сила Лоренца

Сила з боку магнітного поля діє не на сам провідник, а на рухомі заряди всередині провідника. Знаючи величину сили, що діє на ділянку провідника, досить легко можна визначити силу, що діє на кожний окремий заряд.

Сила, що діє на електричний заряд Q, який рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}$ у магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, називається *силою Лоренца* і визначається за допомогою формули:

$$\vec{F} = Q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] \,. \qquad (3.3.14)$$

Напрямок сили Лоренца також визначають за допомогою правила лівої руки з врахуванням тієї обставини, що напрямок струму – це напрямок руху *позитивних* зарядів. Тобто при $Q > 0$ чотири пальці лівої руки необхідно спрямовувати вздовж вектора швидкості частинки, а при $Q < 0$ – в протилежному напрямку.

Модуль сили Лоренца дорівнює

$$F = Q\upsilon B \cdot \sin\alpha \,, \qquad (3.3.15)$$

де α – кут між векторами $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює лише напрямок цієї швидкості, не змінюючи її модуля. Таким чином, *сила Лоренца роботи не виконує* (сила завжди перпендикулярна до елементарного переміщення). Тому кінетична енергія частинки під час її руху в магнітному полі залишається сталою.

Якщо заряджена частинка рухається *вздовж* ліній магнітної індукції, то кут α у формулі (3.3.14) дорівнює 0 або π, і сила Лоренца дорівнює нулю. Тобто частинка в цьому випадку рухається прямолінійно і рівномірно.

Якщо частинка рухається *перпендикулярно* до вектора $\vec{B}$, то сила Лоренца є сталою по модулю:

$$F = Q\upsilon B \qquad (3.3.16)$$

і перпендикулярна до траєкторії частки, що приводить до викривлення траєкторії із сталим радіусом кривизни r. В цьому випадку частка рухається по колу радіуса r, а сила Лоренца грає роль доцентрової сили:

$$Q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{r}\ , \qquad (3.3.17)$$

звідки

$$r = \frac{m\upsilon}{QB} \qquad (3.3.18)$$

Період обертання частинки по колу (час повного оберту):

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon}\ , \qquad (3.3.19)$$

або

$$T = \frac{2\pi m}{BQ}\ , \qquad (3.3.20)$$

Звідси можна визначити так звану *циклотронну частоту* (циклічну частоту обертання заряджених частинок у магнітному полі):

$$\omega_{цикл} = 2\pi \nu_{цикл} = \frac{Q}{m}\cdot B\ . \qquad (3.3.21)$$

Таким чином, циклотронна частота (як і період обертання) залежить лише від питомого заряду частинки та від індукції магнітного поля і *не залежить від швидкості частки*. Цей висновок справедливий для нерелятивістських частинок (тобто за умови $\upsilon \ll c$).

Якщо швидкість зарядженої частинки спрямована під кутом α до вектора $\vec{B}$, то вона буде рухатись по гвинтовій лінії (спіралі) (Рис.3.24). При цьому радіус спіралі визначається формулою:

$$r = \frac{m\upsilon \cdot \sin\alpha}{QB}\ , \qquad (3.3.22)$$

а крок спіралі

$$h = \frac{2\pi m\upsilon \cdot \cos\alpha}{QB}. \qquad (3.3.23)$$

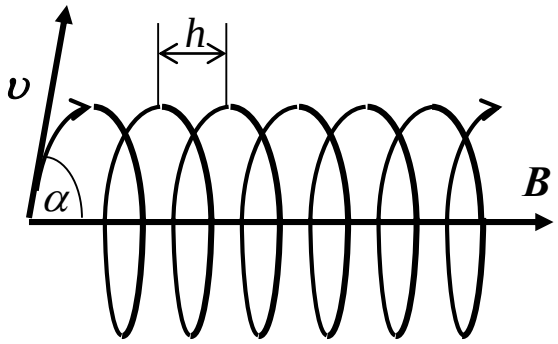


Рис. 3.24

Однією з характерних ознак руху зарядженої частинки в магнітному полі є те, що віссю її спіральної траєкторії є одна й та сама силова лінія поля. Тому заряджена частинка вимушена рухатись вздовж його силових ліній по спіральній траєкторії, навіть в тому випадку, якщо напрямок силових ліній змінюється у просторі. На цьому принципі базується дія *магнітних уловлювачів* заряджених частинок, які застосовуються в наукових дослідженнях. Магнітосфера захищає Землю від бомбардування зарядженими частинками, які летять від Сонця і зірок. Ці частинки під дією магнітного поля Землі змінюють напрямок свого руху і рухаються по спіральних траєкторіях до магнітних полюсів Землі. У випадку, коли інтенсивність потоку частинок досягає великих значень (періоди магнітних бур), в атмосфері полярних областей можна спостерігати *полярні сяйва* – оптичні явища, зумовлені взаємодією частинок великої кінетичної енергії з атмосферою.

3.4. Магнітний потік

Магнітним потоком через малий замкнений контур називається скалярний добуток магнітної індукції на вектор, що чисельно дорівнює площі контуру і спрямований перпендикулярно до нього:

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos\alpha, \qquad (3.3.24)$$

де $d\vec{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює площі контуру, а напрямок співпадає з нормаллю до площини контуру; α – кут між векторами $\vec{B}$ і $d\vec{S}$ (Рис.3.25). Це співвідношення справедливе в тому випадку, коли контур за розмірами є досить малим для того, щоб магнітне поле в межах цього контуру вважати однорідним.

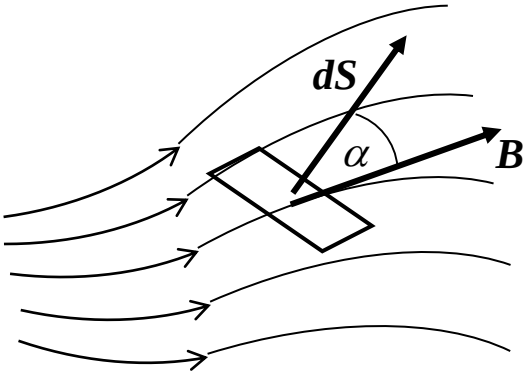


Рис. 3.25

Магнітний потік може бути як позитивним, так і негативним, в залежності від знаку $\cos\alpha$, і визначається напрямком нормалі до контуру. Можна сказати, що магнітний потік – це величина, пропорційна кількості силових ліній магнітного поля, що пронизують даний контур.

Одиниця магнітного потоку в системі СІ

– *вебер* (Вб): 1 Вб = 1 Тл · м^2.

Для визначення магнітного потоку через довільну поверхню *S* (в тому числі криволінійну) необхідно обчислити інтеграл:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} = \int_S B \cdot \cos\alpha\, dS\ . \qquad (3.3.25)$$

4.1. Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі

Розглянемо прямолінійний провідник довжиною l зі струмом I, який знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, вектор якої перпендикулярний до провідника. В цьому випадку, згідно з законом Ампера (3.104), на провідник діє сила $\vec{F}$, модуль якої:

$$F = I \cdot B \cdot l$$

Якщо провідник рухається під дією цієї сили (Рис.3.26), то при його переміщенні на відстань *dx* виконується робота:

$$dA = F \cdot dx = I\,B l \cdot dx$$

Під час руху провідника він перетинає у просторі площу:

$$dS = l \cdot dx$$

Звідси

$$dA = I\,B \cdot dS = I \cdot d\Phi_B \ , \quad (3.3.26)$$

де $d\Phi_B = B \cdot dS$ – магнітний потік через площу dS.

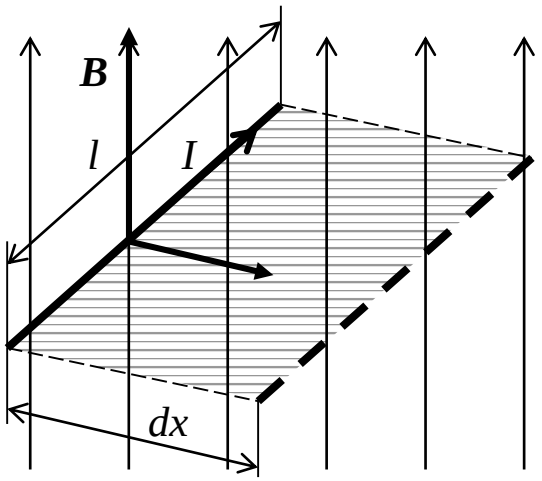


Рис. 3.26

Отже, робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму на магнітний потік, що перетинається провідником під час його руху:

$$dA = I \cdot d\Phi_B \quad (3.3.27)$$

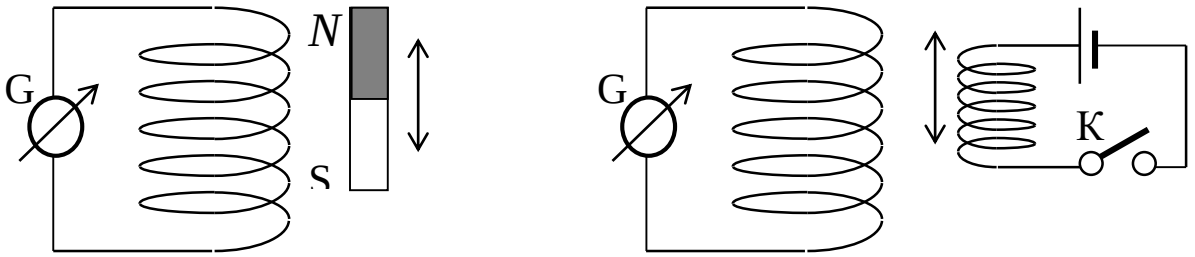
3.5. Електромагнітна індукція

Дослідним шляхом було доведено (Ерстед), що електричний струм створює навкруг себе магнітне поле. Але чи можна вирішити зворотну задачу, тобто створити струм у провіднику за допомогою зовнішнього магнітного поля?

Відповідь на це питання була знайдена англійським фізиком М.Фарадеєм у 1831 р. Схематично зміст деяких його дослідів показано на Рис. 3.27.

Електричний струм створювався зовнішнім магнітним полем у котушці, до кінців якої для реєстрації цього струму був приєднаний гальванометр G. В одному з дослідів Фарадея джерелом зовнішнього поля був постійний магніт (Рис. 3.27а). В результаті досліджень було встановлено, що струм у колі відсутній, якщо магніт нерухомий. Якщо ж магніт рухався відносно котушки – стрілка гальванометра відхилялась, реєструючи наявність струму.

В іншому досліді (Рис. 3.27б) поряд з даною котушкою розміщувалась інша котушка меншого розміру, в якій за допомогою гальванічної батареї створювався електричний струм. Цей струм і був джерелом зовнішнього магнітного поля. Якщо обидві котушки були нерухомі – стрілка гальванометра була в нульовому положенні, незважаючи на наявність зовнішнього магнітного поля. Але якщо одна з котушок рухалась відносно іншої – стрілка гальванометра відхилялась. Стрілка відхилялась також у ті моменти, коли ключ К замикався або розмикався (коли поле з'являлось або зникало).



а) б)

Рис. 3.27

В результаті дослідів Фарадей дійшов висновку, що е.р.с. у контурі з'являється завжди, коли змінюється магнітний потік через цей контур.

Закон Фарадея:

е.р.с. електромагнітної індукції в контурі чисельно рівна і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку через цей контур.

$$\xi_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} \ . \qquad (3.3.28)$$

Фізичний зміст знаку "–" у співвідношенні (3.123) пояснюється за допомогою правила Ленца:

індукційний струм у контурі завжди має такий напрямок, що створене ним магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, яка викликала цей індукційний струм.

За допомогою правила Ленца можна встановити, який з двох можливих напрямків індукційного струму в контурі виникає в кожному конкретному випадку. Наприклад, збільшення магнітного потоку ($d\Phi_B/dt > 0$) викликає е.р.с. $\xi_i < 0$, тобто власне магнітне поле індукційного струму спрямоване назустріч зовнішньому полю, яке створює цей магнітний потік, і, таким чином, протидіє зростанню його потоку. І навпаки, зменшення зовнішнього магнітного потоку ($d\Phi_B/dt < 0$) викликає е.р.с. $\xi_i > 0$, тобто напрямки зовнішнього магнітного поля і поля, створеного індукційним струмом, співпадають. Власне магнітне поле струму додається до зовнішнього і протидіє зменшенню його потоку.

3.6.Самоіндукція

Електричний струм, що тече по замкненому контуру, створює навкруг себе магнітне поле, індукція якого, згідно з законом Біо – Савара – Лапласа (3.94), пропорційна силі струму. Магнітний потік цього поля через даний контур, таким чином, пропорційний струму в контурі:

$$\Phi_B = L\,I\ , \qquad (3.3.28)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який називається індуктивністю контуру. Індуктивність залежить від геометричних розмірів і форми контуру.

Одиницею індуктивності в системі СІ є *генрі* (Гн).

При зміні сили струму буде змінюватись і магнітний потік, а тому, згідно з законом Фарадея, в контурі буде виникати електрорушійна сила, яка називається е.р.с. самоіндукції:

$$\xi_S = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(L\,I\right) = -L\frac{dI}{dt} \qquad (3.3.29)$$

Знак “–“, зумовлений правилом Ленца, свідчить про те, що наявність індуктивності в електричному колі приводить до сповільнення швидкості зміни струму в цьому колі.

При $dI / dt > 0$ (струм зростає) маємо $\xi_S < 0$, тобто струм самоіндукції спрямований назустріч струму від зовнішнього джерела і гальмує його зростання. При $dI / dt < 0$ (струм зменшується) – $\xi_S > 0$, тобто струм самоіндукції додається до зовнішнього струму і сповільнює його зменшення. Таким чином, індуктивність зумовлює електричну інертність електричного кола, завдяки якій будь-яка зміна струму гальмується. Тому для змінного струму індуктивність
створює додатковий, індуктивний опір, який залежить від величини індуктивності і від швидкості зміни струму, тобто від його частоти.

4. “Електричні коливання”

4.1. Генератори змінного струму

Явище електромагнітної індукції застосовується для перетворення механічної енергії на електричну. Для цього застосовуються генератори змінного струму, принцип дії яких розглянемо на прикладі замкненого контуру, що рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі (Рис.3.28).

Кут повороту контуру α і кутова швидкість ω при рівномірному обертанні зв’язані співвідношенням:

$$\alpha = \omega t \ ,$$

де t – час. Магнітний потік через контур визначається співвідношенням:

$$\Phi_B = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t\,, \qquad (3.4.1)$$

Е.р.с. електромагнітної індукції у контурі (закон Фарадея):

$$\xi_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BS\omega\cdot\sin\omega t = \xi_m \sin\omega t\,, \qquad (3.4.2)$$

де $\xi_m = BS\omega$ – амплітуда коливань е.р.с.

Як видно з (3.4.2), у контурі при його обертанні в магнітному полі збуджується змінна е.р.с., яка з часом змінюється за величиною і напрямком за синусоїдальним законом, а контур у цьому випадку є джерелом змінного електричного струму, частота якого дорівнює частоті обертання контуру. Цей струм можна спрямувати через деякий споживач – навантаження $R_н$. У цьому полягає принцип роботи

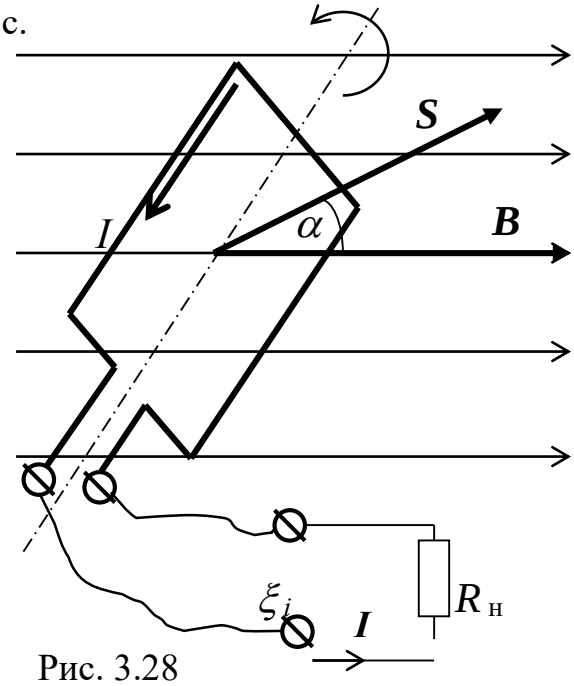


Рис. 3.28

генератора змінного електричного струму.

В реальних генераторах навколо осі обертається ротор, на якому закріплена обмотка з багатьох витків дроту, в кожному з яких індукується е.р.с. за описаним вище принципом. Магнітне поле створюється системою постійних або електричних магнітів. Для обертання ротора необхідно мати зовнішнє джерело механічної енергії (наприклад, гідротурбіну або парову турбіну). Таким чином, електрогенератор здійснює перетворення механічної енергії на електричну.

Залежність е.р.с. індукції від часу має такий вигляд (див. (3.4.2)):

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (3.4.3)$$

де $\omega -$ кутова швидкість обертання контуру (циклічна частота змінного струму).

Напруга на вихідних клемах генератора визначається електрорушійною силою і має таку ж залежність від часу:

$$U = U_m \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (3.4.4)$$

де U_m – амплітудне значення напруги, φ_0 – початкова фаза напруги. Фактично в нормальному режимі роботи (коли генератор не перевантажений) $U_m \approx \xi_m$.

Якщо до клем генератора приєднати електричне навантаження $R_н$, утвориться замкнене електричне коло, в якому під дією змінної е.р.с. потече змінний електричний струм. Сила струму залежить від часу за законом:

$$I = I_m \cos \omega t, \qquad (3.4.5)$$

де I_m – амплітуда сили струму.

4.2. Закон Ома для змінного струму

Для аналізу кіл змінного електричного струму застосовують *метод векторних діаграм*, який полягає в тому, що електричні величини (сила струму, напруга, е.р.с.) зображуються векторами відповідної величини і орієнтації, які

виходять із початку координат і обертаються навколо початку координат O проти стрілки годинника із частотою, рівною частоті змінного струму (рис. 3.29). При цьому модуль вектора дорівнює амплітудному значенню відповідної величини, а його кут відносно осі x у початковий момент часу дорівнює початковій фазі φ_0 цієї величини. У наступні моменти часу цей кут завдяки обертанню вектора змінюється. Поточне значення цього кута φ_t для моменту часу t називається *фазою* коливань:

$$\varphi_t = \omega t + \varphi_0 . \qquad (3.4.6)$$

Порівнюючи співвідношення (3.138) і (3.139), можна побачити, що різниця фаз напруги і струму φ_0 (*зсув фази* напруги відносно струму) залишається сталою у часі, оскільки циклічна частота ω є однаковою для цих величин.

Поточне значення електричної величини у кожний момент часу при цьому дорівнює, наприклад, для електричного струму:

$$I = I_m \cos \varphi_t ,$$

тобто проекції вектора $\vec{I}$ на вісь x.

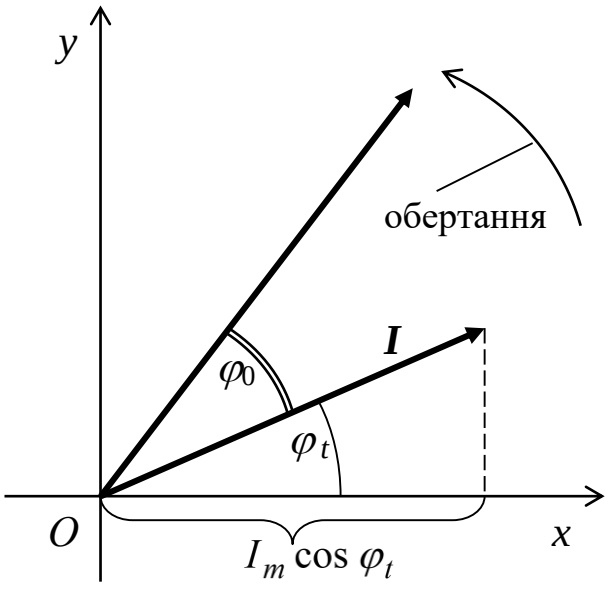
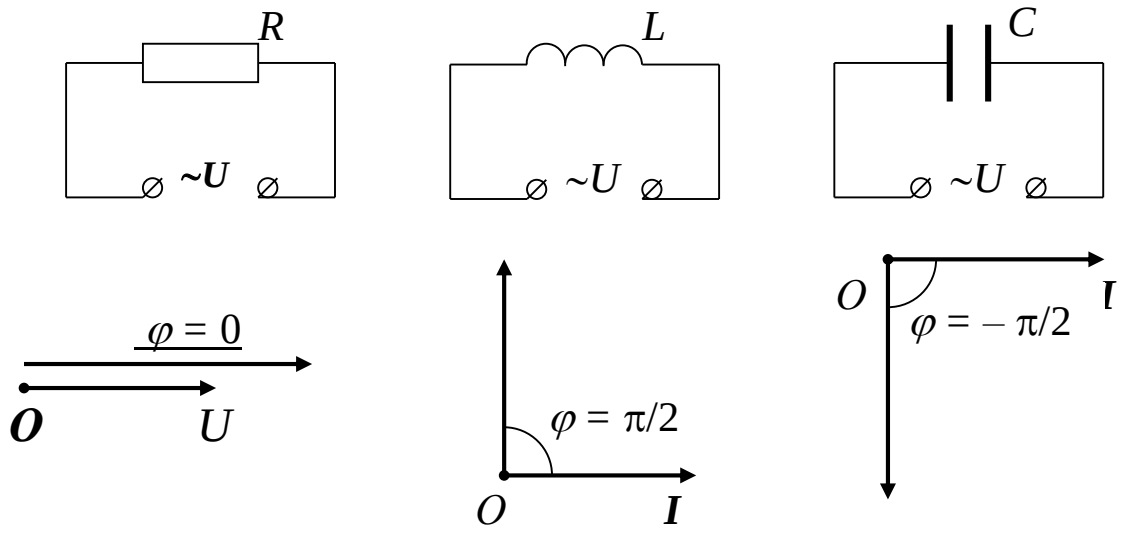


Рис. 3.29

Необхідності у зображенні осей координат на векторній діаграмі немає, оскільки орієнтація векторів відносно осей весь час змінюється. Важливою є лише взаємна орієнтація векторів та їх відносна довжина, які залишаються сталими. Тому на векторних діаграмах зображують горизонтальний вектор сили струму (або паралельний йому вектор спаду напруги на активному навантаженні). Інші вектори зорієнтовані відносно цього вектора у відповідності до їх зсувів фаз.

Існує 3 види навантажень: активне, індуктивне і ємнісне. Відповідні векторні діаграми зображена на рис. 3.30.



а) б) в)

Рис. 3.30

Фази струму і напруги на активному навантаженні в будь-який момент часу співпадають, тобто зсув фази у цьому випадку дорівнює нулю (вектори напруги і струму є паралельними). Відповідна векторна діаграма зображена в нижній частині рис. 3.30*а.*

Величина $\boxed{X_L = \omega L}$ (3.4.7)

називається *індуктивним опором*.

Н*апруга на індуктивності випереджає по фазі силу струму на* $\pi/2$.

Відповідна векторна діаграма зображена в нижній частині (рис. 3.30*б*).

Величина $\boxed{X_C = \dfrac{1}{\omega C}}$ (3.4.8)

називається *ємнісним опором*.

Н*апруга на електричній ємності відстає по фазі від сили струму на* $\pi/2$.

Відповідна векторна діаграма зображена в нижній частині рис. 3.30в.

Якщо електричне коло має послідовно з'єднані резистор *R*, індуктивність *L* і ємність *C* (рис. 3.31а), то при його підключенні до мережі змінної напруги із циклічною частотою ω:

$$U = U_m \cos(\omega t + \varphi) \qquad (3.4.9)$$

через коло потече змінний електричний струм тієї самої частоти:

$$I = I_m \cos \omega t \ . \qquad (3.4.10)$$

Відповідна векторна діаграма побудована на рис. 3.31б. При побудові таких діаграм завжди виконуються певні правила, які були встановлені вище:

а) напруга на активному опорі є синфазною зі струмом,

б) напруга на індуктивності випереджає по фазі струм на кут $\pi/2$,

в) напруга на ємності відстає по фазі від струму на кут $\pi/2$.

Отже, *напруги на індуктивності і ємності завжди змінюються у протифазі*.

Амплітудне значення струму:

$$\boxed{I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}} \ . \qquad (3.4.11)$$

Це співвідношення називається *законом Ома для змінного струму*.

Зсув фаз φ між напругою і струмом:

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}, \quad \text{або:} \qquad \text{tg}\ \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \ . \qquad (3.4.12)$$

Величина

$$\boxed{X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}} \qquad (3.4.13)$$

називається *реактивним опором кола*, величина R *– активним опором*, а величина, яка стоїть у знаменнику співвідношення (3.4.11):

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X^2}} \qquad (3.4.14)$$

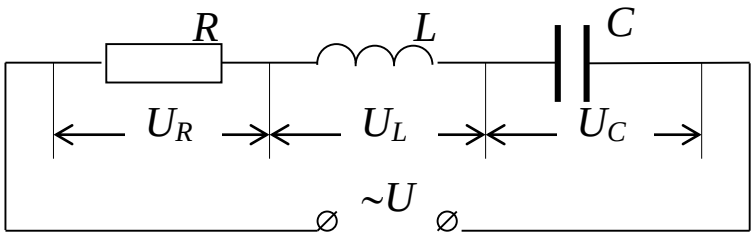
називається *повним опором кола*. У відповідності до цих позначень, закон Ома для змінного струму (3.4.11) можна написати у такому вигляді:

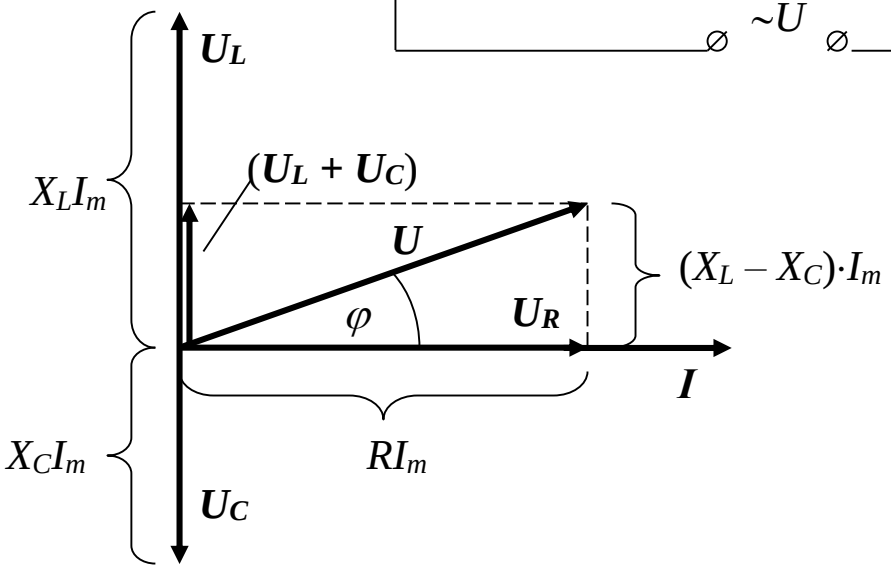
$$\boxed{I_m = \frac{U_m}{Z}} \ , \qquad (3.4.15)$$

а співвідношення для зсуву фаз (3.4.12):

$$\boxed{\text{tg}\ \varphi = \frac{X}{R}} \ . \qquad (3.4.16)$$

а)





б)

Рис. 3.31

Потужність струму в кожний момент часу (миттєва потужність) визначається законом Джоуля – Ленца (3.2.18):

$$P = I\,U = I^2 R\,. \qquad (3.4.17)$$

З урахуванням залежності струму і напруги від часу (3.151) і (3.152) та зсуву фаз φ між ними:

$$P = I_m \cos\omega t \cdot U_m \cos(\omega t + \varphi)\,.$$

Середня за період коливань потужність струму $\langle P\rangle$ визначається за допомогою тригонометричних перетворень останнього співвідношення та знаходження середньої величини. В результаті отримаємо:

$$\langle P\rangle = \frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi\,. \qquad (3.4.18)$$

Ефективним (діючим) значенням сили змінного струму називається сила такого постійного струму, який чинить таку саму теплову дію, як і даний змінний струм.

Аналогічно визначається *ефективне значення напруги*:

$$\boxed{\begin{aligned} I_{еф} &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\ U_{еф} &= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}} \qquad (3.4.19)$$

Згідно з (3.4.18), якщо використати ефективні значення, отримаємо:

$$\langle P \rangle = I_{еф} U_{еф} \cos\varphi \ . \qquad (3.4.20)$$

Звідси видно, що середня потужність пропорційна множнику $\cos\varphi$, який називається *коефіцієнтом потужності*.

4.3. Коливальний контур

Коливальним контуром називається замкнене електричне коло, що складається з послідовно з'єднаних індуктивності, ємності і резистора (Рис. 3.32).

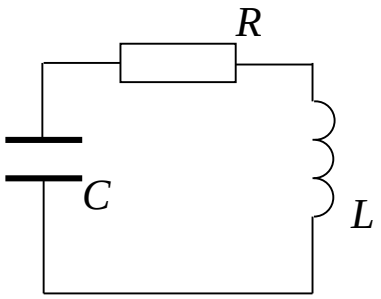


Рис.3.32

Згідно з 2-м правилом Кірхгофа, для коливального контуру можна записати, що е.р.с. самоіндукції на індуктивності дорівнює сумі напруг на резисторі та конденсаторі, тобто:

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0 \ , \qquad (3.4.21)$$

або, оскільки

$$I = \frac{dQ}{dt} \ , \qquad (3.4.22)$$

то

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\cdot\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{LC}\cdot Q = 0 \qquad (3.4.23)$$

Якщо $R = 0$, то

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot Q = 0 \qquad (3.4.24)$$

Порівнюючи це рівняння з загальним виглядом рівняння гармонічних коливань, можна зробити висновок, що у коливальному контурі за умови $R = 0$ відбуваються гармонічні коливання заряду на пластинах конденсатора з циклічною частотою

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (3.4.25)$$

Звідси період коливань:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \qquad (3.4.26)$$

Це співвідношення називається *формулою Томсона*

Розв'язком рівняння (3.4.25) є вираз

$$Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (3.4.27)$$

де φ_0 – початкова фаза коливань..

У більш загальному випадку, при $R \neq 0$, диференціальне рівняння коливань у контурі має вигляд (3.4.24). Рівняння такого типу має розв'язок:

$$Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \ , \qquad (3.4.28)$$

де циклічна частота коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \ , \qquad (3.4.29)$$

а коефіцієнт затухання

$$\delta = \frac{R}{2L} \qquad (3.4.30)$$

Отже, при збільшенні активного опору коефіцієнт затухання підвищується. Затухання коливань у контурі відбувається внаслідок дисипації електромагнітної енергії (перетворення її на теплову енергію) на активному опорі.

Загалом, графік затухаючих коливань у контурі цілком подібний до відповідного графіку механічних коливань і має вигляд, наведений на Рис. 3.33.

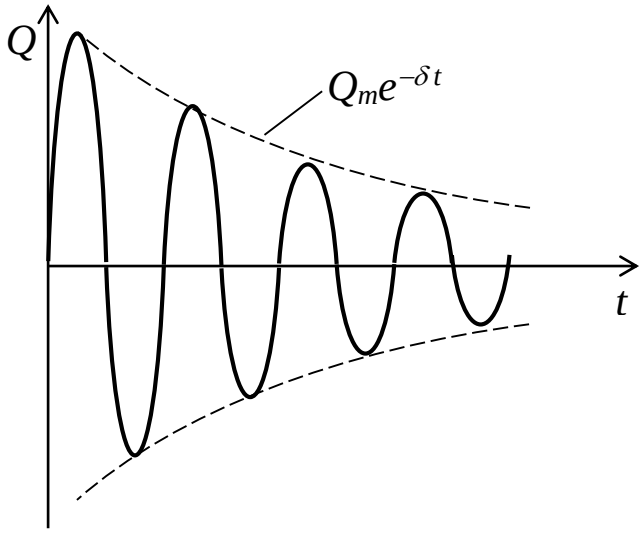


Рис.3.33

Електромагнітні процеси в коливальному контурі багато в чому подібні до коливальних рухів у механічних коливальних системах (маятниках). Вільні, затухаючі та вимушені коливання заряду, сили струму, напруги, магнітної індукції у контурі відбуваються за тими ж законами, як і коливання координати, швидкості, прискорення у маятнику.

РОЗДІЛ 4.ОПТИКА

1. “Оптика”

1.1. Геометрична оптика.

Геометрична оптика базується на основних законах, які були встановлені дослідним шляхом ще до відкриття фізичної природи світла:

1) *Закон прямолінійного розповсюдження світла* :

Світло в оптично однорідному середовищі розповсюджується прямолінійно.

2) *Закон незалежності світлових пучків* :

Кожний світловий пучок розповсюджується і діє на речовину незалежно від дії інших світлових пучків.

На границі розділу двох прозорих середовищ падаючий промінь розділяється на два – відбитий і заломлений (Рис. 4.1). Напрямки променів визначаються законами відбивання та заломлення.

3) *Закон відбивання* :

Відбитий промінь лежить в одній площині з падаючим променем і перпендикуляром, проведеним до границі розділу двох середовищ у точці падіння; кут падіння i_1 дорівнює куту відбивання i_1' :

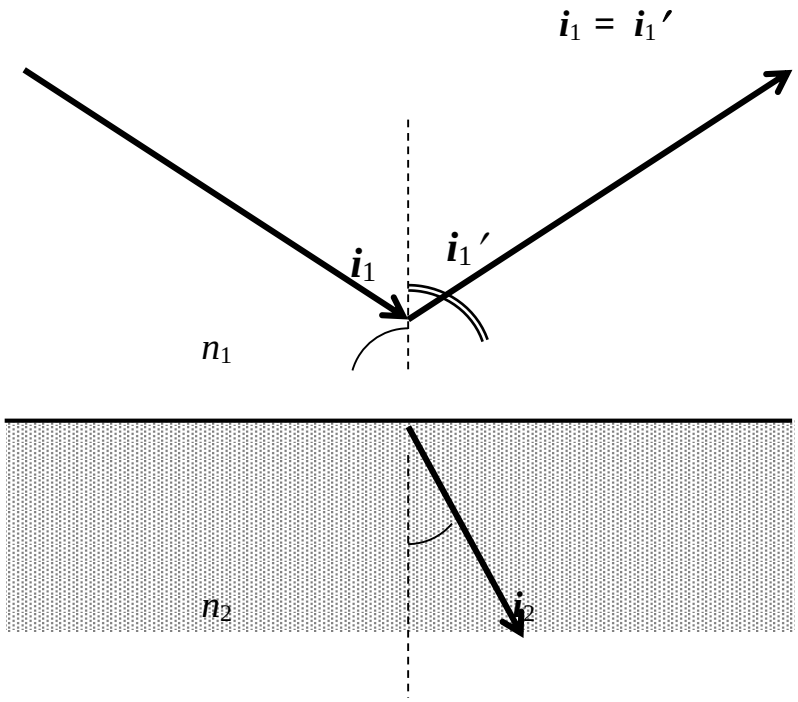


Рис. 4.1

4) *Закон заломлення* :

Падаючий та заломлений промені і перпендикуляр до границі розділу середовищ лежать в одній площині; відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина стала для даних двох середовищ:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}\ , \qquad (4.1.1)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}\ , \qquad (4.1.2)$$

де n_1 і n_2 – показники заломлення першого та другого середовищ відносно вакууму:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}\ , \qquad (4.1.3)$$

або $$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \qquad (4.1.4)$$

При проходженні променя у напрямку, протилежному до зображеного на Рис. 4.1.1, тобто з середовища 2 у середовище 1, за умови $n_2 > n_1$, кут заломлення i_1 буде більшим за кут падіння i_2 : $i_1 > i_2$. Тоді при поступовому збільшенні кута i_2 кут i_1 у певний момент стане рівним 90^0. За цієї умови кут $i_2 = i_{гр}$ називається *граничним кутом*. При $i_2 > i_{гр}$ все світло, що падає, повністю відбивається. Умовою для визначення $i_{гр}$ є $i_1 = 90^0$. Звідси

$$n_2 \sin i_{гр} = n_1 \sin 90^0 = n_1\ ,$$

$$\sin i_{гр} = \frac{n_1}{n_2} \qquad (4.1.5)$$

Явище *повного внутрішнього відбивання світла* використовується в оптичних приладах (поворотна та оборотна призми), в світловодах (волоконна оптика) та ін.

1.2. Фотометрія

Фотометрія – це розділ оптики, що розглядає методи вимірювання інтенсивності світла та його джерел.

Історично склалося так, що у фотометрії паралельно діють дві системи фізичних величин, кожна з яких має свою сферу застосування. Це *система енергетичних величин* і *система світлових величин*.

Розглянемо спочатку систему енергетичних величин.

Енергетичний потік випромінювання Φ_e *– це потужність випромінювання, що розповсюджується в певних просторових межах*.

Одиницею вимірювання енергетичного потоку, як і потужності, є *ват* (Вт).

Енергетична сила світла I_e *– це відношення потоку випромінювання* Φ_e *до тілесного кута* ω*, в межах якого це випромінювання розповсюджується*:

$$\boxed{I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}} \quad . \qquad (4.1.6)$$

Енергетична світність R_e *– це потужність випромінювання W з одиниці площі поверхні деякого джерела випромінювання*:

$$\boxed{R_e = \frac{W}{S}} \quad . \qquad (4.1.7)$$

Одиниці вимірювання енергетичної сили світла – *ват на стерадіан* (Вт/ср), енергетичної світності – *ват на кв. метр* (Вт/м^2).

Для пояснення викладеного вище необхідно з’ясувати таке поняття, як *тілесний кут*. Перетинання світлового пучка сферичною поверхнею, центр якої збігається із джерелом світла, утворює фігуру (частину сфери), площа якої є пропорційною квадрату її відстані від джерела світла (квадрату радіуса сфери) (рис. 4.2). Відношення площі цієї фігури до квадрату її відстані від джерела є величина стала для даного світлового пучка, і вона називається *тілесним кутом*, в якому розповсюджується даний світловий пучок:

$$\omega = \frac{S}{r^2} \ . \qquad (4.1.8)$$

Одиницею вимірювання тілесного кута в системі СІ є *стерадіан* (ср).

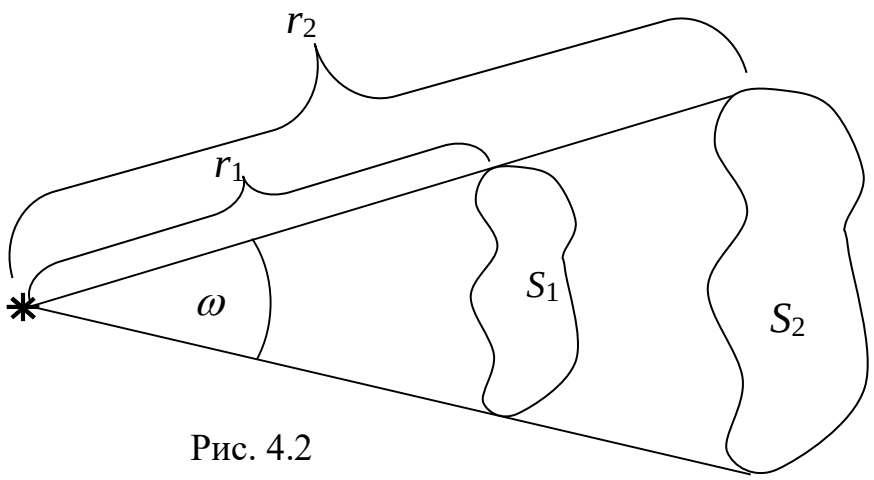


Рис. 4.2

Неважко визначити за формулою (4.1.8), що *повний тілесний кут*, дорівнює 4π ср. Справді, для повного тілесного кута $S = 4\pi r^2$.

Для діапазону *видимого* світла історично склалася своя особлива система *світлових* фотометричних величин, яка і до сьогодні знаходить широке застосування.

Основною світловою одиницею в системі СІ є одиниця *сили світла* – *кандела* (кд):

Кандела – це сила світла I_c у заданому напрямку від джерела, що випромінює монохроматичне світло частотою $540 \cdot 10^{12}$ *Гц , енергетична сила світла I_e якого в цьому напрямку складає* 1/683 *Вт/ср.*

Світловий потік Φ_c визначається через силу світла із співвідношення, подібного до (4.1.6):

$$\boxed{\Phi_c = I_c \cdot \omega} \ . \qquad (4.1.9)$$

Із цієї формули визначають одиницю світлового потоку – *люмен* (лм).

Люмен – це світловий потік від точкового джерела світла з силою світла 1 *кд всередині тілесного кута* 1 *ср.*

При освітленні поверхонь важливою характеристикою є *освітленість* E_c .

Освітленість – це світловий потік, що падає на одиницю площі поверхні :

$$E_c = \frac{\Phi_c}{S} \quad , \qquad (4.1.10)$$

де S – площа освітленої поверхні. Одиницею освітленості в системі СІ є *люкс* (лк): 1 лк = 1 лм/м^2.

Для розрахунку освітленості певної точки B поверхні джерелом світла A із силою світла I_c , розташованого на відстані r від даної точки поверхні (рис. 4.3) застосовують співвідношення:

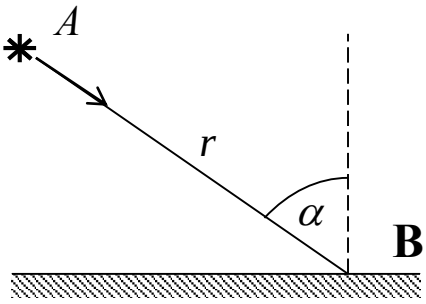


Рис. 4.3

$$E_c = \frac{I_c \cdot \cos\alpha}{r^2} \quad , \qquad (4.1.11)$$

де α – кут падіння променів на поверхню відносно нормалі.

1.3. Інтерференція світла

При накладанні двох хвиль виникає явище їх взаємного підсилення або ослаблення, в залежності від різниці їх фаз δ. Це явище отримало назву *інтерференції*.

Умова збереження у часі сталого значення різниці фаз двох хвиль для кожної точки простору називається *когерентністю*.

Дві хвилі називаються когерентними , якщо різниця їх фаз у кожній точці простору є сталою в часі.

Когерентними можуть бути лише монохроматичні хвилі однакової частоти.

Щоб отримати дві когерентні світлові хвилі, застосовують метод поділу однієї хвилі на 2 частини, які потім накладаються одна на одну. При цьому утворюється *інтерференційна картина*, тобто чергування у просторі максимумів і мінімумів амплітуд коливань частинок.

Розглянемо це явище більш детально.

При взаємонакладенні двох когерентних хвиль у певній точці простору кожна частинка речовини, до якої дійшли ці хвилі, бере участь одночасно у двох коливаннях однакової частоти:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_1'), \\ \xi_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_2'). \end{aligned} \qquad (4.1.12)$$

Сумою цих двох коливань є також гармонічне коливання тієї ж самої частоти ω, амплітуду якого можна визначити за допомогою методу векторних діаграм. В результаті знайдемо, що квадрат амплітуди результуючого коливання:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \delta , \qquad (4.1.13)$$

де $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця фаз двох хвиль у даній точці простору.

Інтенсивність світла I (середня густина потоку енергії електромагнітної хвилі) є пропорційною квадрату амплітуди світлової хвилі: $I \sim A^2$. Тому співвідношення (4.1.13) можна написати для інтенсивностей хвиль. Інтенсивність результуючого коливання в даній точці:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta , \qquad (4.1.14)$$

де $I_1 \sim A_1^2$, $I_2 \sim A_2^2$ – інтенсивності коливань, що накладаються.

Таким чином, з останнього співвідношення маємо, що інтенсивність результуючого коливання залежить від різниці фаз δ двох коливань, які накладаються в даній точці простору. При $\cos \delta = +1$ утворюється максимум, при $\cos \delta = -1$ – мінімум. Якщо хвилі, що накладаються, мають однакові амплітуди: $I_1 = I_2 = I_0$, то в точках максимумів амплітуда результуючої хвилі зростає вчетверо: $I_{max} = 4 I_0$, а в точках мінімумів – зменшується до нуля: $I_{min} = 0$. Якщо $I_1 \neq I_2$, інтерференційна картина має інше співвідношення максимумів і мінімумів.

З умови cos δ=+ 1 знайдемо умову інтерференційного максимуму:

$$\boxed{\delta_{\max} = \pm 2m\pi} \ , \qquad (4.1.15)$$

а з умови cos δ = – 1 – умову мінімуму :

$$\boxed{\delta_{\min} = \pm(2m + 1)\pi} \ , \qquad (4.1.16)$$

де m = 0 , 1 , 2 , . . . – ціле число.

Різниця фаз δ при інтерференції двох когерентних хвиль буде залежати від шляху, пройденого кожною з цих хвиль.

Введемо позначення: $\Delta = L_2 - L_1$ – *оптична різниця ходу* двох хвиль.

Можна теоретично довести зв'язок між δ і Δ:

$$\boxed{\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta} \ . \qquad (4.1.17)$$

Це співвідношення дає змогу визначити умови інтерференційних максимумів і мінімумів не для різниці фаз, а для оптичної різниці ходу когерентних хвиль, що накладаються при інтерференції. Підставляючи (4.1.15) і (4.1.16) в (4.17), отримаємо:

умова максимуму: $\boxed{\Delta_{\max} = \pm m\lambda}$, (4.1.18)

умова мінімуму :

$$\boxed{\Delta_{\min} = \pm(2m + 1)\ \lambda/2} \ . \qquad (4.1.19)$$

1.4. Дифракція світла

Дифракція – це явище відхилення хвиль від прямолінійного розповсюдження при їх взаємодії з перешкодами.

Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою і пояснюється за допомогою *принципу Гюйгенса-Френеля*. Згідно з цим принципом,

кожна точка простору, до якої дійшла хвиля, в свою чергу стає джерелом вторинних хвиль, когерентних з первинною.

Одним із практичних застосувань явища дифракції є *дифракційні гратка* (інша назва – *дифракційна решітка*), за допомогою якої можна здійснити розкладання світла в спектр.

Дифракційна гратка – це система паралельних щілин рівної ширини, розміщених через рівні проміжки.

На рис. 4.4а схематично зображена типова дифракційна гратка – скляна пластинка з нанесеним на неї за допомогою спеціального обладнання рядом паралельних непрозорих штрихів через рівні проміжки. На рис. 4.4б показаний фрагмент дифракційної гратки у збільшеному вигляді. Якщо ширину щілин позначити через a, а ширину непрозорих проміжків – через b, то *періодом* гратки називається величина $d = a + b$. На практиці досить часто як головний параметр дифракційної гратки називають $n = N/L$ – число штрихів на одиницю довжини. Період гратки є величиною, оберненою до цього параметру: $d = 1/n$.

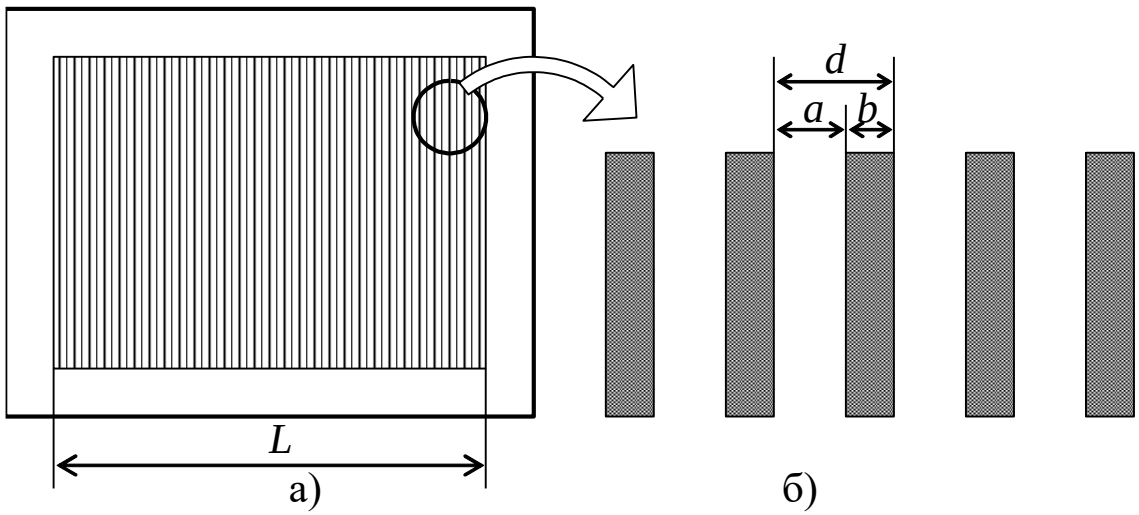


Рис. 4.4

Після проходження світла через дифракційну гратку воно має вигляд вузьких інтенсивних головних максимумів, розташованих під кутами $\varphi_{\max}$, величини яких визначаються рівнянням:

$$\boxed{d \sin\varphi_{\max} = \pm m\lambda}\,. \qquad (4.1.20)$$

Загальну кількість головних максимумів можна визначити з (4.1.20), враховуючи умову $|\sin\varphi| \le 1$, звідки

$$|m| \le \frac{d}{\lambda} \quad . \qquad (4..1.21)$$

Кутова орієнтація головних максимумів, згідно з (4.1.20), залежить від довжини хвилі λ, тому при проходженні через гратку білого або іншого складного світла всі максимуми, крім центрального ($m = 0$), розкладуться у спектр.

1.5. Закони теплового випромінювання

Всі нагріті тіла є джерелами теплового електромагнітного випромінювання. Воно виникає за рахунок енергії теплового руху атомів і молекул речовини.

З розділу «Фотометрія»:

Енергетична світність R_e *– це потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла*:

$$R_e = \frac{W}{S} \quad . \qquad (4.1.22)$$

Щоб охарактеризувати здатність тіла випромінювати хвилі у певному частотному діапазоні, застосовується ще одна кількісна характеристика теплового випромінювання – *спектральна світність* тіла.

Спектральною світністю називається потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль:

$$R_{\lambda,T} = \frac{dW_\lambda}{S \cdot d\lambda} \ , \qquad (4.1.23)$$

Якщо проінтегрувати співвідношення (4.1.23) по всіх можливих довжинах хвиль, отримаємо *інтегральну світність* R_T, яка по суті є енергетичною світністю даного тіла:

$$R_T = \int_0^\infty R_{\lambda,T}\, d\lambda \ . \qquad (4.1.24)$$

$$\boxed{R_T = \frac{W}{S}} \ . \qquad (4.1.25)$$

Нагріте тіло здатне не лише випромінювати, але й поглинати зовнішнє випромінювання, що падає на його поверхню. Частина зовнішнього випромінювання відбивається поверхнею тіла, а частина – поглинається.

Спектральною поглинальною здатністю називається доля поглинутої енергії зовнішнього випромінювання заданої частоти:

$$A_{\nu,T} = \frac{W_\nu{}^{погл}}{W_\nu{}^{пад}} \ , \qquad (4.1.26)$$

де $W_\nu{}^{пад}$ і $W_\nu{}^{погл}$ – відповідно падаюча на поверхню і поглинута потужність випромінювання в інтервалі частот $(\nu, \nu+d\nu)$.

Теоретичний аналіз названих процесів найбільш просто здійснювати у випадку, коли поверхня тіла поглинає абсолютно все падаюче на нього випромінювання. Це певна ідеальна фізична модель, яка називається *абсолютно чорним тілом*.

Тіло, яке при будь-якій температурі поглинає все падаюче на нього випромінювання будь-якої частоти, називається абсолютно чорним .

Для абсолютно чорного тіла поглинальна здатність $A_{\nu,T}{}^{чорн} \equiv 1$.

Закон Кірхгофа.

для всіх тіл відношення спектральної світності до спектральної поглинальної здатності однакове і дорівнює спектральній світності абсолютно чорного тіла при тій же частоті і температурі.

$$\boxed{\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}} \ . \qquad (4.1.27)$$

Для абсолютно чорного тіла $A_{\nu,T} \equiv 1$, тому для нього $R_{\nu,T}^{чорн} = r_{\nu,T}$, тобто універсальна функція Кірхгофа $r_{\nu,T}$ – це спектральна світність абсолютно чорного тіла.

Закон Кірхгофа говорить про те, що універсальна функція $r_{\nu,T}$ існує, але довгий час спроби визначити *теоретично* її формулу були невдалими.

Можна створити пристрій, властивості якого досить близькі до властивостей абсолютно чорного тіла (АЧТ). Це порожнина з невеликим отвором для входу променя. Цей промінь практично повністю поглинається внаслідок багатократних відбивань від стінок порожнини, які він повинен зробити, перш ніж знайде отвір для виходу (Рис. 4.5).

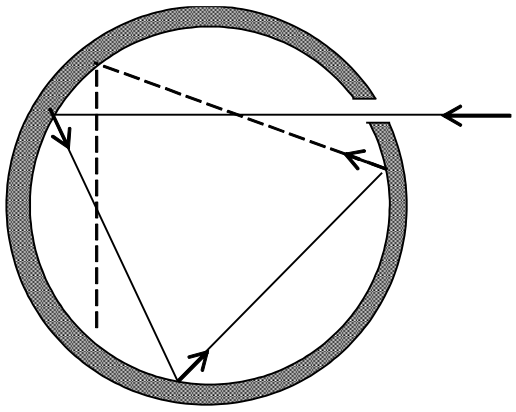


Рис. 4.5

Вимірювання спектрів випромінювання АЧТ дозволили отримати графік універсальної функції Кірхгофа $r_{\nu,T}$ експериментальним шляхом.

На рис. 4.6 зображено три графіки цієї функції для трьох різних температур, але в залежності не від частоти, а від довжини хвилі випромінювання. Довжина хвилі максимуму функції при підвищенні температури зменшується.

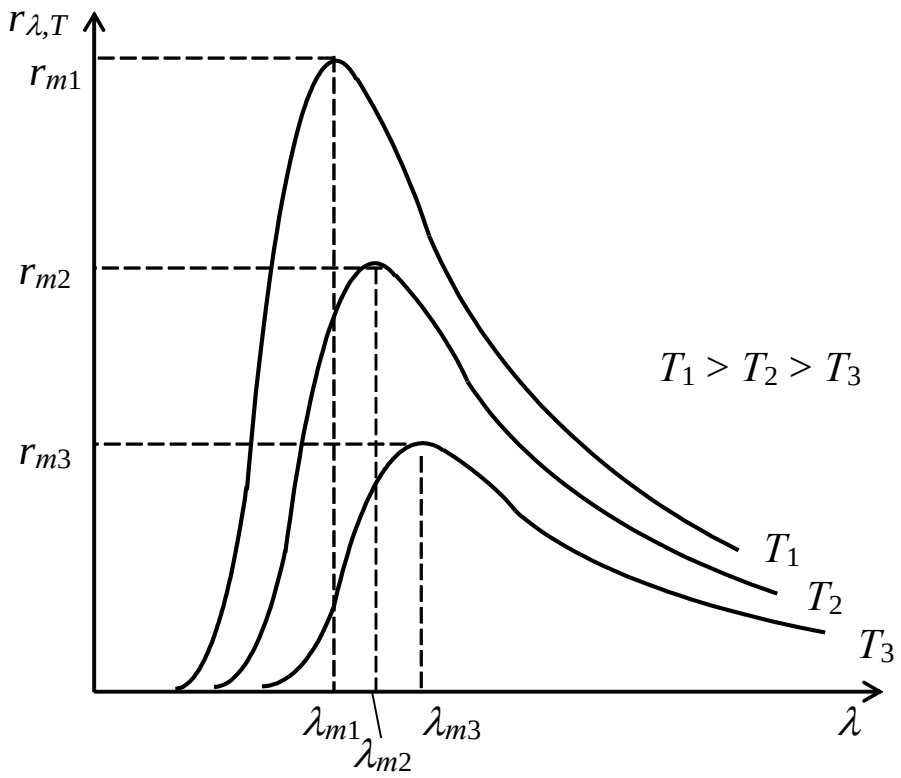


Рис. 4.6

Площа під графіком функції $r_{\lambda,T}$ зростає при підвищенні температури. Але ж, згідно зі співвідношенням (4.1.24), ця площа –інтегральна світність абсолютно чорного тіла $R_T^{чорн}$. *Закон Стефана – Больцмана* :

інтегральна світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури:

$$\boxed{R_T^{чорн} = \sigma \cdot T^4} \ , \qquad (4.1.28)$$

де $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^{2}К^4) – стала Стефана – Больцмана.

При зміні температури відбувається зміщення максимуму кривої по осі довжин хвиль. Це залежність від температури, яка визначається *законом зміщення Віна (перший закон Віна)*:

довжина хвилі λ_m , що відповідає максимальному значенню спектральної світності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі:

$$\boxed{\lambda_m = \frac{b}{T}} \quad , \qquad (4.1.29)$$

де $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К – стала Віна.

РОЗДІЛ 5. ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, ФІЗИКИ АТОМА ТА АТОМНОГО ЯДРА

1. “Квантова теорія. Будова атома”

1.1. Квантова природа випромінювання. Формула Планка.

Формулу спектральної світності абсолютно чорного тіла (універсальну функцію Кірхгофа) визначив німецький фізик Макс Планк у 1900 році, але для цього йому знадобилося зробити припущення, згідно з яким енергія випромінюється і поглинається атомами речовини не безперервно, а *дискретно*, тобто окремими порціями, які Планк назвав *квантами енергії*. Друге припущення, що енергія кванта випромінювання пропорційна його частоті:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu} \ , \qquad (5.1.2)$$

де $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – *стала Планка*.

Це співвідношення можна написати і в такій формі:

$$\varepsilon = \hbar\omega \ , \qquad (5.1.2)$$

де $$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}055 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с} \qquad (5.1.3)$$

– константа, яку теж називають сталою Планка.

Застосовуючи цю гіпотезу, Планк теоретично вивів формулу для універсальної функції Кірхгофа:

$$\boxed{r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}} \ . \qquad (5.1.4)$$

Ця формула (*формула Планка*) блискуче погоджується з експериментальною функцією для спектральної світності абсолютно чорного тіла.

Якщо проінтегрувати цю функцію по частоті в межах (0, ∞), отримаємо вираз, пропорційний T^4, що відповідає закону Стефана – Больцмана. Коефіцієнт пропорційності, отриманий при цьому, практично співпадає з експериментально визначеною сталою Стефана – Больцмана.

Крім того, за допомогою формули (5.1.4) можна теоретично отримати закон зміщення Віна та обчислити відповідну константу, яка також добре погоджується з експериментальними даними.

Все це свідчить на користь квантової гіпотези Планка, яка лягла в основу нової, *квантової фізики*. Для її підкріплення необхідно було отримати прямі експериментальні докази існування квантів енергії. Одним із таких експериментальних доказів стало явище *зовнішнього фотоефекту*.

1.2. Фотоефект

Зовнішнім фотоефектом (фотоелектричним ефектом) називається явище випускання електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання.

Електрони, які вийшли з речовини у вакуум внаслідок такого процесу, називаються *фотоелектронами*.

В результаті експериментальних досліджень були встановлені такі *закони фотоефекту*:

1. *(Закон Столєтова)*: **Число фотоелектронів за одиницю часу пропорційне інтенсивності світла (енергетичній освітленості поверхні тіла).**
2. **Максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності світла, а визначається лише його частотою і лінійно зростає зі збільшенням частоти.**
3. **Для кожної речовини існує “червона межа” фотоефекту, тобто мінімальна частота світла, нижче якої світло будь-якої інтенсивності фотоефекту не викликає.**

Ці закони не можуть бути пояснені за допомогою класичної хвильової теорії світла. Згідно з цією теорією, кінетична енергія фотоелектронів повинна визначатись інтенсивністю світла, а “червоної межі” не повинно бути.

Дослідні закони фотоефекту були пояснені теоретично лише при застосуванні до цього явища квантової теорії.

При падінні фотона на речовину вся його енергія $\varepsilon = h\nu$ передається *одному* електрону. Частину енергії, отриманої від фотона, електрон витрачає на здійснення *роботи виходу* A з речовини. Іншу частину B електрон віддає при зіткненнях з іншими електронами та іонами речовини. Решта енергії електрона після його виходу з речовини у вакуум визначає його кінетичну енергію T. Запишемо для цього процесу рівняння закону збереження енергії:

$$\varepsilon = A + B + T\,. \qquad (5.1.5)$$

При фіксованих параметрах ε і A максимальну кінетичну енергію

$$T_{\max} = \frac{m\upsilon_{\max}{}^2}{2}$$

мають ті фотоелектрони, для яких втрати енергії $B = 0$. За цієї умови:

$$\boxed{h\nu = A + \frac{m\upsilon_{\max}{}^2}{2}}\,. \qquad (5.1.6)$$

Це – *рівняння Ейнштейна для фотоефекту.* З нього, як наслідок, відразу ж випливають 2-й та 3-й закони фотоефекту.

Якщо зменшувати частоту ν, буде зменшуватись і максимальна швидкість фотоелектронів $\upsilon_{\max}$. При деякій частоті $\nu = \nu_0$ швидкість стане рівною нулю, і фотоефект припиниться. При цьому, згідно з (5.1.6):

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \qquad (5.1.7)$$

Ця частота називається “червоною межею” фотоефекту.

1.3. Модель атома Бора

Велике значення для виявлення суттєвих рис будови атома мав дослід Резерфорда. Під час цього досліду вивчалось проходження пучка α-частинок через тоненьку, товщиною близько 1 мкм, золоту фольгу (Рис. 5.1). α-частинки – це заряджені частинки (ядра атома гелію), які є продуктом розпаду ядер радіоактивних речовин, і які внаслідок реакції розпаду мають велику кінетичну енергію. Кожна α- частинка складається з 2 протонів і 2 нейтронів, тому вона має позитивний заряд, вдвічі більший, ніж заряд електрона, і масу, приблизно в 7300 разів більшу, ніж маса електрона. Така велика різниця в масах приводить до того, що зіткнення з електроном практично не впливає на траєкторію руху α-частинки. Змінити її траєкторію в змозі лише зіткнення з частинкою великої маси.

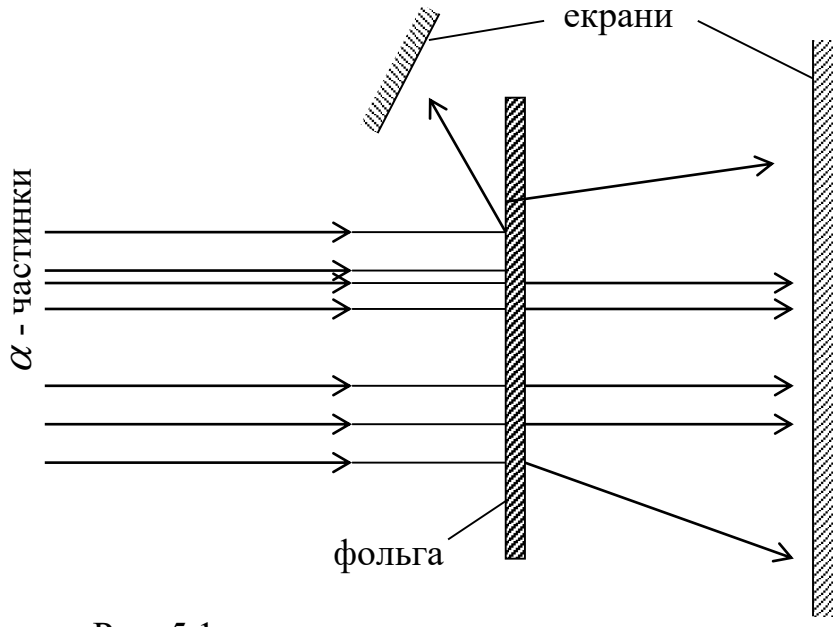


Рис. 5.1

Під час досліду Резерфорда реєструвалось відхилення напряму руху α-частинок великої енергії при їх проходженні через фольгу. Виявилось, що переважна більшість α- частинок майже не відхиляються (їх кут розсіяння близький до нуля). В той же час, невелика кількість частинок мала значне відхилення, а для деяких кут розсіяння наближався навіть до 180^0.

Аналіз цих дослідів дозволив зробити висновок, що більша частина об'єму атома “прозора” для α-частинок. В той же час, у атомі присутнє мале за об'ємом і велике за масою тіло, при зближенні з яким α- частинки змінюють напрямок руху

внаслідок силової взаємодії з ним. Це тіло було назване *ядром* атома. Резерфорд теоретично проаналізував цей процес, і на основі кількісних результатів експерименту зміг оцінити розмір ядра. Виявилось, що діаметр ядра не перевищує 10^{-14} м, тобто розмір ядра приблизно в 10 000 разів менше розміру атома.

На основі отриманих результатів Резерфорд у 1911 р. запропонував так звану "планетарну модель" атома. Згідно з нею, атом складається з масивного ядра, що має позитивний заряд Ze (e – елементарний заряд), навколо якого, немов планети навколо Сонця, обертаються по орбітах Z негативно заряджених електронів, які утримуються на орбітах силою кулонівської взаємодії з ядром (Рис. 5.2). Проте спроба теоретично обґрунтувати цю модель не мала успіху, оскільки в рамках класичної теорії неможливо було пояснити стабільність такого атома та спектри випромінювання хімічних елементів.

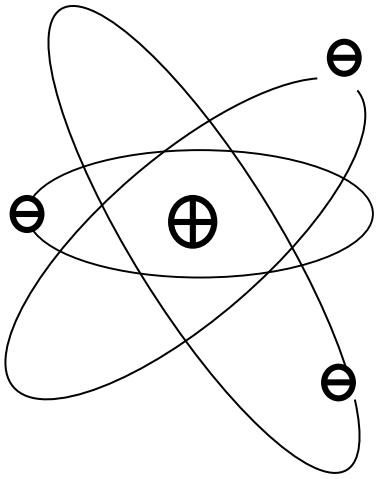


Рис.5.2

Для подолання протиріч моделі Резерфорда датський фізик Нільс Бор запропонував нову теоретичну модель, в основу якої було покладено 2 постулати.

I постулат. **У атомі існують стаціонарні електронні орбіти, при обертанні по яких**

електрон не випромінює енергію. Радіуси стаціонарних орбіт визначаються з умови, якій повинен задовольняти момент імпульсу електрону:

$$L = m\upsilon r_n = n\hbar\,, \qquad (5.1.8)$$

де m – маса електрона, υ - швидкість електрона на орбіті, $n = 1, 2, 3, \ldots$ – ціле число, r_n – радіус n -ї орбіти.

II постулат. **При переході електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється або поглинається один фотон з енергією, що дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів атома:**

$$h\nu = E_n - E_m \ . \qquad (5.1.9)$$

Модель Бора дозволила розрахувати радіуси стаціонарних електронних орбіт та енергії електронів на цих орбітах. Застосовуючи закон Кулона для розрахунку сили взаємодії електрона з ядром, отримаємо:

$$r_n = \frac{a}{Z} \cdot n^2 \ , \qquad (5.1.10)$$

де $$a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0{,}528 \text{ Å} = 0{,}528 \cdot 10^{-10} \text{ м} \qquad (5.1.11)$$

Константа a дорівнює радіусу 1-ї орбіти у атомі водню і називається *першим борівським радіусом.*

Повна енергія електрона може приймати лише певні дискретні значення:

$$E_n = E_1 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \ , \qquad (5.1.12)$$

де $$E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0{}^2} \qquad (5.1.13)$$

– перший (основний) енергетичний рівень у атомі водню. Цей рівень відповідає незбудженому стану атома, в якому атом може перебувати необмежено довго. Інші енергетичні рівні є збудженими, тобто 2-й

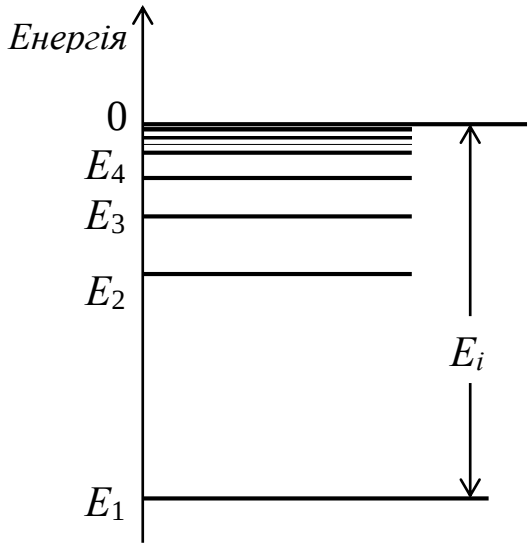


Рис. 5.3

рівень є першим збудженим, 3-й – другим збудженим і т. д.

Згідно з II постулатом Бора, при переході атома водню (Z = 1) з стаціонарного стану n в стаціонарний стан m ($n > m$) випромінюється квант енергії:

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0{}^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (5.1.9)$$

Звідси частота випромінювання

$$\nu = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0{}^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (5.1.10)$$

де

$$R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0{}^2} \qquad (5.1.11)$$

– це деяка фізична константа, яка називається *сталою Рідберга*. Співвідношення (5.1.10) визначає ряд частот електромагнітних хвиль, які повинен випромінювати збуджений атом водню. Порівнюючи теоретично розраховані значення частот випромінювання з експериментальними спектрами водню, можна пересвідчитись, що вони співпадають з великою точністю.

1.4. Співвідношення де Бройля

При створенні теорії фотоефекту було введено поняття фотона – частинки електромагнітного випромінювання. Тим самим було підведено підсумок довготривалої дискусії про те, яку природу має світло – корпускулярну чи хвильову. Виявилося, що світлу властивий *корпускулярно-хвильовий дуалізм*, тобто світло одночасно є і хвилею, і потоком мікрочастинок (фотонів). При цьому були встановлені кількісні співвідношення між параметрами частинки (енергія E та імпульс p) і хвилі (частота ν і довжина хвилі λ). Для фотона ці співвідношення виявились такими:

$$E = h\nu \qquad (5.1.12)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad (5.1.13)$$

У 1924 р. французький фізик Луї де Бройль висунув сміливу гіпотезу про те, що корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий не лише світлу, але і взагалі будь-яким мікрочастинкам: електронам, протонам, атомам і т. ін. Причому співвідношення між енергією і частотою, імпульсом і довжиною хвилі будь-якої частинки такі ж самі, як і для фотона.

Ця гіпотеза незабаром була підтверджена експериментально. У дослідах було виявлено дифракцію електронів, протонів та інших частинок, що свідчило про наявність у них хвильових властивостей. Для них були також підтверджені співвідношення (5.1.12) і (5.1.13).

1.5. Співвідношення невизначеностей

Аналізуючи взаємозв'язок корпускулярних і хвильових властивостей мікрочастинок, німецький фізик В. Гейзенберг зробив загальний висновок, що кожна частинка повинна мати певну *невизначеність* координати Δx та імпульсу Δp_x , причому їх добуток не повинен бути меншим, ніж h (стала Планка):

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \qquad (5.1.14)$$

Це – *співвідношення невизначеностей*, яке говорить про те. що для мікрочастинки *неможливо одночасно точно визначити її координату і імпульс*. Збільшуючи точність визначення однієї з цих величин, ми одночасно зменшуємо точність визначення іншої. Оскільки $p_x = m\upsilon_x$, то для невизначеності швидкості $\Delta\upsilon_x$:

$$\Delta x \cdot \Delta \upsilon_x \geq \frac{h}{m} \ , \qquad (5.1.15)$$

тобто невизначеність зменшується при збільшенні маси частинки m . Отже, для макроскопічних тіл з великими масами невизначеності координат і швидкостей настільки малі, що їх можна вважати визначеними абсолютно точно.

Подібні ж міркування приводять до ще одного співвідношення невизначеностей, яке стосується невизначеності стану частинки у часі. Якщо позначити невизначеність енергії частинки через ΔE, а невизначеність часу її існування в певному стані з певною енергією E через Δt , то, згідно з квантовою теорією,

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \qquad (5.1.16)$$

Отже, невизначеність енергії частинки зростає при зменшенні часу її життя в даному стані. Оскільки, згідно з (5.1.12), енергія частинки пов'язана з її частотою, то невизначеність енергії приводить до відповідної невизначеності частоти. Дійсно, у дослідах спостерігається певна "розмитість" спектральних ліній при переходах частинок між енергетичними рівнями, якщо час існування частинок Δt на цих рівнях досить малий.

1.6. Рівняння Шредінгера

У класичній механіці для визначення стану руху певної механічної системи складаються рівняння руху на основі II закону Ньютона, до яких входять координати цієї системи та їх похідні по часу (швидкості і прискорення), зв'язані між собою певною функціональною залежністю.

У квантовій механіці рівняння, що визначають стан системи, складаються відносно *хвильової функції*, яка залежить від координат системи і від часу:

$$\Psi = \Psi(x, y, z, t) \quad .$$

Вона дає не значення параметрів, а їх імовірність. Наприклад, імовірність того, що мікрочастинка знаходиться в елементі простору об'ємом dV:

$$dW = |\Psi|^2 dV \ . \qquad (5.1.17)$$

Квадрат модуля хвильової функції для певних координат і моменту часу, дорівнює густині ймовірності знаходження мікрочастинки у даній точці простору:

$$|\Psi|^2 = \frac{dW}{dV} \ .$$

Отже, фізичний смисл має не сама хвильова функція, а квадрат її модуля.

Для того, щоб визначити імовірність знаходження даної мікрочастинки в певній ділянці простору об'ємом V, необхідно обчислити інтеграл:

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV \ . \qquad (5.1.18)$$

Для знаходження хвильової функції певної мікрочастинки необхідно скласти рівняння руху. Це рівняння у квантовій механіці грає таку саму роль, як і II закон Ньютона – у класичній механіці.

Основне рівняння квантової механіки запропонував у 1926 році австрійський фізик Е. Шредінгер.

Загальне рівняння Шредінгера для мікрочастинки має такий вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \Delta\Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i\hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} \ , \qquad (5.1.19)$$

де m – маса мікрочастинки,

$U(x, y, z, t)$ – її потенціальна енергія,

i – уявна одиниця ($i = \sqrt{-1}$),

Δ – оператор Лапласа (сума других похідних по декартових координатах):

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \ .$$

Загальне рівняння Шредінгера (5.1.19) є справедливим у будь-яких випадках, але воно не завжди є зручним для аналізу квантових систем, оскільки з математичної точки зору воно є складним для розв'язування.

У ряді випадків рівняння Шредінгера намагаються спростити, використовуючи ті чи інші особливості квантових систем.

Досить типовим випадком є, коли потенціальна енергія не залежить від часу:

$$U = U(x, y, z)\,. \qquad (5.1.20)$$

Рівняння Шредінгера такого типу призводить до хвильової функції у вигляді добутку двох множників, один з яких залежить від координат, а другий – від часу:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\cdot e^{-i\omega t}\,, \qquad (5.1.21)$$

де ω – циклічна частота хвилі де Бройля, пов’язаної з даною мікрочастинкою:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{E}{h} = \frac{E}{\hbar}\,. \qquad (5.1.22)$$

Якщо підставити добуток двох множників (5.26) замість хвильової функції Ψ в загальне рівняння Шредінгера (5.1.19), то воно набере такого вигляду:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\cdot\psi = 0\,. \qquad (5.1.23)$$

Це – *рівняння Шредінгера для стаціонарних станів*. Воно має розв’язки не для кожного значення енергії E, а лише для деяких фіксованих значень, кожне з яких відповідає певному стаціонарному стану квантової системи (мікрочастинки). Ці значення енергії називаються *енергетичними рівнями*.

1.7. Електронні оболонки атома. Принцип Паулі

Атом є сферично симетричним, хвильові функції електрона в атомі теж мають сферичну симетрію, а тому для них використовують сферичну систему координат r, θ і φ:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) \ . \qquad (5.1.24)$$

Вигляд функціональної залежності визначається трьома індексами – цілочисельними параметрами n, l і m, які називаються *квантовими числами* електрона, визначають енергію і момент імпульсу електрона.

Головне квантове число n визначає енергетичні рівні електрона в атомі і може набувати будь-яких цілочисельних значень, починаючи з одиниці:

$$n = 1, 2, 3, ...$$

Енергія електрона в атомі є дискретною, тобто квантується.

Момент імпульсу електрона також квантується, і може набувати певних дискретних значень, які визначаються двома іншими квантовими числами l і m.

На відміну від енергії, яка є скаляром і для визначення якої досить одного квантового числа n, момент імпульсу є вектором, а тому для його визначення необхідно задати два квантових числа, одне з яких визначає його модуль, а інше – напрямок у просторі.

Орбітальне квантове число l визначає модуль орбітального моменту імпульсу електрона. При заданому n орбітальне квантове число може набувати таких цілочисельних значень:

$$l = 0, 1, 2, ... , (n - 1) \ . \qquad (5.1.25)$$

Модуль орбітального моменту імпульсу електрона:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)} \ . \qquad (5.1.26)$$

Просторова орієнтація моменту імпульсу визначається по відношенню до існуючого у просторі магнітного поля.

Магнітне квантове число m визначає проекцію орбітального моменту імпульсу електрона на напрямок зовнішнього магнітного поля (напрямок z, рис. 5.4). і може набувати таких цілочисельних значень:

$$m = -l,\ -l+1,\ \ldots,-1,\ 0,\ 1,\ \ldots,\ l-1,\ l\ ,$$

тобто всього $2l + 1$ значень.

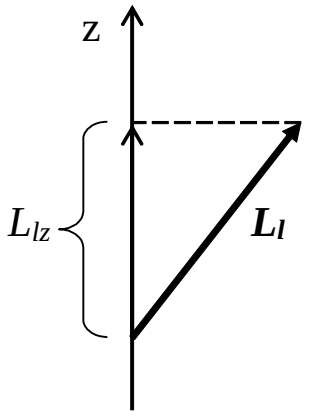


Рис. 5.4

Проекція орбітального моменту імпульсу на напрямок зовнішнього магнітного поля (напрямок z):

$$L_{lz} = \hbar\, m\ . \qquad (5.1.27)$$

Можна порахувати, що кожному значенню головного квантового числа n відповідає кількість різних електронних станів (з різними значеннями квантових чисел l і m) , яка називається кратністю виродження енергетичного рівня:

$$\Gamma(n) = \sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2\ . \qquad (5.1.28)$$

Для кожного набору квантових чисел існує відповідний розв'язок рівняння Шредінгера – хвильова функція даного квантового стану електрона, яка, в свою чергу, визначає густину імовірності знаходження електрона в тій чи іншій точці простору, тобто форму “електронної хмарини” всередині атома.

Квантові числа n і l визначають розмір і форму електронної хмарини, а квантове число m – її орієнтацію в просторі.

В атомній фізиці застосовуються умовні позначення для квантових станів з різними значеннями орбітального квантового числа, при яких кожному значенню l відповідає певна літера латинського алфавіту:

$l = 0$ – s;

$l = 1$ – p;

$l = 2$ – d;

$l = 3$ – f.

При записі певного стану електрона значення головного квантового числа n записується перед умовним позначенням орбітального числа. Наприклад, запис 2s означає, що в даному стані $n = 2$, $l = 0$.

Отже, рух електрона в атомі навколо ядра визначається трьома квантовими числами n, l і m.

Але експериментальні дослідження виявили, що електрону властивий ще один вид руху – внутрішній. Внаслідок цього руху електрон має ще один момент імпульсу, пов'язаний із його обертанням навколо власної осі. Цей власний момент імпульсу електрона називається *спіном* і позначається $\vec{L}_s$.

Як і орбітальний момент імпульсу, спін електрона квантується за законом, подібним до (5.1.26):

$$L_S = \hbar \sqrt{s(s+1)} \ , \qquad (5.1.29)$$

де s – спінове квантове число.

Експериментально було визначено, що для електрона $s = 1/2$.

Проекція спіну на напрямок зовнішнього магнітного поля визначається співвідношенням, подібним до (5.1.27):

$$L_{sz} = \hbar \, m_s \ , \qquad (5.1.30)$$

де m_s – *магнітне спінове квантове число*. Це квантове число для електрона може мати тільки 2 значення:

$$m_s = \pm 1/2. \qquad (5.1.31)$$

Спін властивий не лише електрону, але й іншим елементарним частинкам: протону, нейтрону, фотону та іншим, а також складним квантовим системам, що складаються з елементарних частинок (ядра, атоми, молекули тощо).

Внаслідок наявності спіна число можливих квантових станів, що відповідає певному енергетичному рівню (кратність виродження) необхідно помножити на 2:

$$\Gamma(n) = 2 \cdot \sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = 2n^2. \qquad (5.1.32)$$

Отже, стан електрона в будь-якому атомі характеризується 4-ма квантовими числами:

головне квантове число n,

орбітальне квантове число l,

магнітне квантове число m,

магнітне спінове квантове число m_s .

Згідно з *принципом мінімуму енергії*, всі електрони повинні знаходитись на найнижчому енергетичному рівні E_1 (тобто при n = 1). Але насправді електрони розподілені по енергетичних рівнях з різними значеннями n.

Для пояснення цього явища В. Паулі у 1925 році сформулював принцип:
в будь-якій квантовій системі в одному і тому ж стані не може одночасно знаходитися більше, ніж 1 частинка.

Застосувавши *принцип Паулі* до атома, його можна сформулювати так:
в одному і тому ж атомі не може бути двох електронів з однаковими наборами 4-х квантових чисел.

Отже, якщо найнижчі по енергії квантові стани зайняті іншими електронами, то додатковий електрон може зайняти лише один із незайнятих станів.

Всі електрони всередині атома розподілені на *електронні оболонки*, які, в свою чергу, поділяються на *електронні підоболонки*.

Сукупність електронів всередині атома, які мають одне й те саме значення головного квантового числа n, називається електронною оболонкою.

Кожному значенню n відповідає $2n^2$ електронних станів з різними значеннями квантових чисел l, m і m_s. Згідно з принципом Паулі, оболонка може вмістити саме таку максимальну кількість електронів.

Символічні позначення електронних оболонок:

$n = 1$ – K;
$n = 2$ – L;
$n = 3$ – M;
$n = 4$ – N;
$n = 5$ – O.

Усі електрони всередині оболонки умовно поділяються на *електронні підоболонки*, які відрізняються значеннями орбітального квантового числа l. Максимальна кількість електронів всередині підоболонки дорівнює $2\cdot(2l + 1)$.

Можна скласти таблицю, яка ілюструє кількісні параметри електронних оболонок і підоболонок (розбиття оболонки *O* на підоболонки не показане).

Головне квантове число n	1	2		3			4				5
Символ оболонки	**K**	*L*		*M*			*N*				*O*
Максимальне число електронів у оболонці = $2n^2$	2	8		18			32				50
Орбітальне квантове число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	
Символ підоболонки	1*s*	2*s*	2*p*	3*s*	3*p*	3*d*	4*s*	4*p*	4*d*	4*f*	

Максимальне число електронів у підоболонці = $2\cdot(2l + 1)$	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	

2. “Теорія твердого тіла. Атомне ядро”

2.1.Енергетичні зони твердих тіл

Як відомо, всі тверді тіла за електропровідністю поділяються на провідники, напівпровідники та діелектрики.

Носіями електричного струму в металах є електрони. Для створення струму необхідно надати деякій частині електронів спрямованого руху. Але це призведе до надання цим електронам додаткової кінетичної енергії, тобто приведе до зростання їх повної енергії на певну величину. Електрон при цьому повинен перейти на більш високий енергетичний рівень. Це можна зробити лише в тому випадку, якщо існує вільний більш високий енергетичний стан, у який може перейти електрон.

Отже, *електрони можуть бути носіями електричного струму лише за умови перебування цих електронів у енергетичній зоні, частина енергетичних рівнів якої є незаповненими*.

Енергетична зона, утворена енергетичними рівнями валентних електронів, називається *валентною зоною* твердого тіла. Наступна за нею по енергії, вільна від електронів енергетична зона називається *зоною провідності*. Взаємне розміщення цих двох зон, а також їх заповнення електронами і визначає електричні властивості твердого тіла, його здатність проводити електричний струм.

На рис. 5.5 схематично представлені типові випадки взаємного розміщення валентної зони і зони провідності для різних типів твердих тіл.

Найбільш сприятливі умови для руху електронів виникають у тому випадку, коли валентна зона заповнена електронами частково (рис. 5.5*а*). Частково заповнена валентна зона має вільні від електронів енергетичні рівні, які можуть бути використані для створення спрямованого руху електронів, тобто електричного струму. Валентна зона при цьому є одночасно і зоною провідності. Тверді тіла такого типу називаються *металами*.

Якщо валентна зона заповнена електронами повністю, то кристали такого типу називаються напівпровідниками або діелектриками (рис. 5.5 *б, в*). У цьому випадку для надання валентним електронам додаткової енергії їх необхідно

перевести на більш високі вільні енергетичні рівні, тобто у зону провідності, яка відділена від валентної зони забороненою зоною. Енергія електрона при цьому повинна зрости щонайменше на величину ΔE, яка дорівнює ширині забороненої зони. Таке підвищення енергії є можливим за рахунок теплового руху електронів, але лише в тому випадку, коли температура твердого тіла є досить високою, а ширина забороненої зони – досить малою.

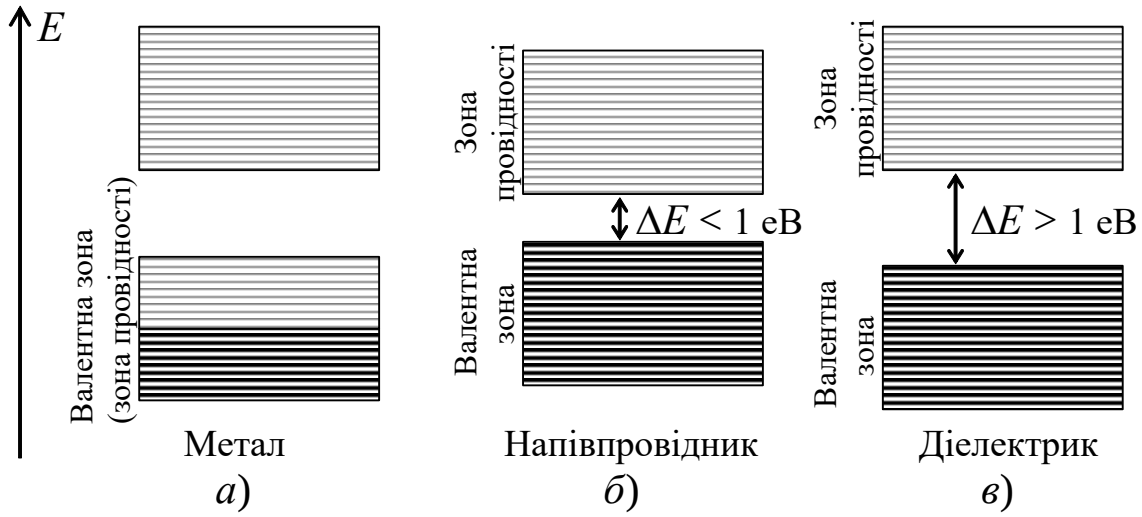


Рис. 5.5

Простий розрахунок показує, що при температурах порядку 300 – 500 К створення суттєвої кількості носіїв електричного струму можливе лише за умови, що ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 еВ (рис. 5.5,*б*). Кристали, які відповідають цій умові, називаються *власними напівпровідниками*.

В діелектриках ширина забороненої зони набагато перевищує 1 еВ (рис. 5.5*в*), а тому теплової енергії недостатньо для переведення електронів із валентної зони в зону провідності. Тверді тіла такого типу є ізоляторами, тобто їх електропровідність практично дорівнює нулю.

2.2.Напівпровідники

Власними напівпровідниками називаються хімічно чисті тверді тіла, у яких при температурі 0 К валентна зона повністю заповнена електронами, а ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 еВ (рис. 5.5*б*).

При абсолютному нулі всі рівні валентної зони напівпровідника є зайнятими, а у зоні провідності електрони відсутні. Тому при $T = 0$ К власний напівпровідник не має носіїв електричного струму і поводить себе як діелектрик.

При підвищенні температури частина електронів зі станів у валентній зоні переходить у стани зони провідності. Це приводить до двох наслідків: 1) у валентній зоні з'являються стани, вільні від електронів (*дірки*); 2) у зоні провідності з'являється певна кількість електронів (*електрони провідності*).

Типовими напівпровідниками є германій і кремній, які в періодичній таблиці елементів займають місця в IV групі, тобто мають по 4 валентних електрони в кожному атомі. При з'єднанні атомів у кристал валентні електрони утворюють ковалентні хімічні зв'язки кожного атома з чотирма сусідніми атомами.

Власні напівпровідники не мають великого практичного значення. Застосування напівпровідників у створенні різноманітних елементів електричних кіл пов'язане з використанням *домішкових напівпровідників*, які утворюються штучним шляхом при введенні до кристалічної решітки власного напівпровідника невеликої кількості атомів інших хімічних елементів. Якщо матрицю утворюють 4-валентні атоми (германій, кремній), то домішками можуть бути 3-валентні або 5-валентні хімічні елементи.

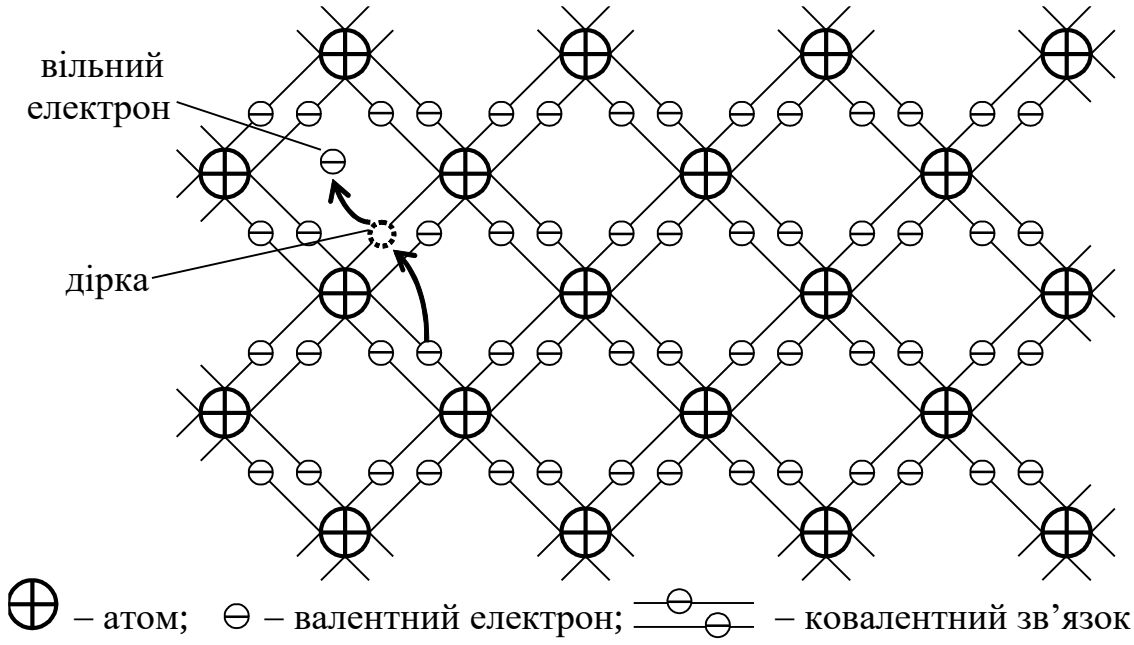


Рис. 5.6

Введення домішок надзвичайно сильно впливає на електропровідність напівпровідників. Наприклад, при введенні до складу кремнію лише 1 атома бору на кожні 100 000 атомів кремнію його електропровідність при кімнатній температурі зростає приблизно в мільйон разів.

Атом домішки також є вбудованим у кристалічну решітку напівпровідника, але кількість ковалентних зв'язків цього атома відрізняється від кількості його валентних електронів. При цьому можуть бути реалізованими 2 випадки:

1) один валентний електрон є зайвим (5-валентна домішка) і не бере участі у ковалентному зв'язку, а тому він легко відривається від атома, перетворюючись на вільний електрон;
2) одного валентного електрона не вистачає (3-валентна домішка), і один ковалентний зв'язок домішки є недоукомплектованим, тобто містить дірку.

Домішки, валентність яких на 1 більша порівняно із валентністю атомів матриці, є джерелом вільних електронів. Такі домішки називаються *донорами*. При цьому в напівпровіднику виникає електронна домішкова провідність, або *провідність n-типу*.(від англійського слова *negative*).

Другий випадок проілюстрований на рис. 4*в*. Атом 3-валентної домішки має лише 3 електрони для утворення 4-х ковалентних зв'язків. Для одного із цих зв'язків електрона не вистачає, і на його місці утворюється дірка. Для переходу електрона від сусіднього атома до атома домішки при кімнатній температурі достатньо енергії теплового руху, оскільки енергія активації дірки ΔE_a є набагато меншою, порівняно із шириною забороненої зони напівпровідника ΔE.

Таким чином, домішки, валентність яких на 1 менша порівняно з валентністю атомів матриці, створюють дірки, кількість яких дорівнює кількості атомів домішок. Такі домішки називаються *акцепторами*. При цьому в напівпровіднику виникає діркова домішкова провідність, або *провідність p-типу* (від англійського слова *positive*).

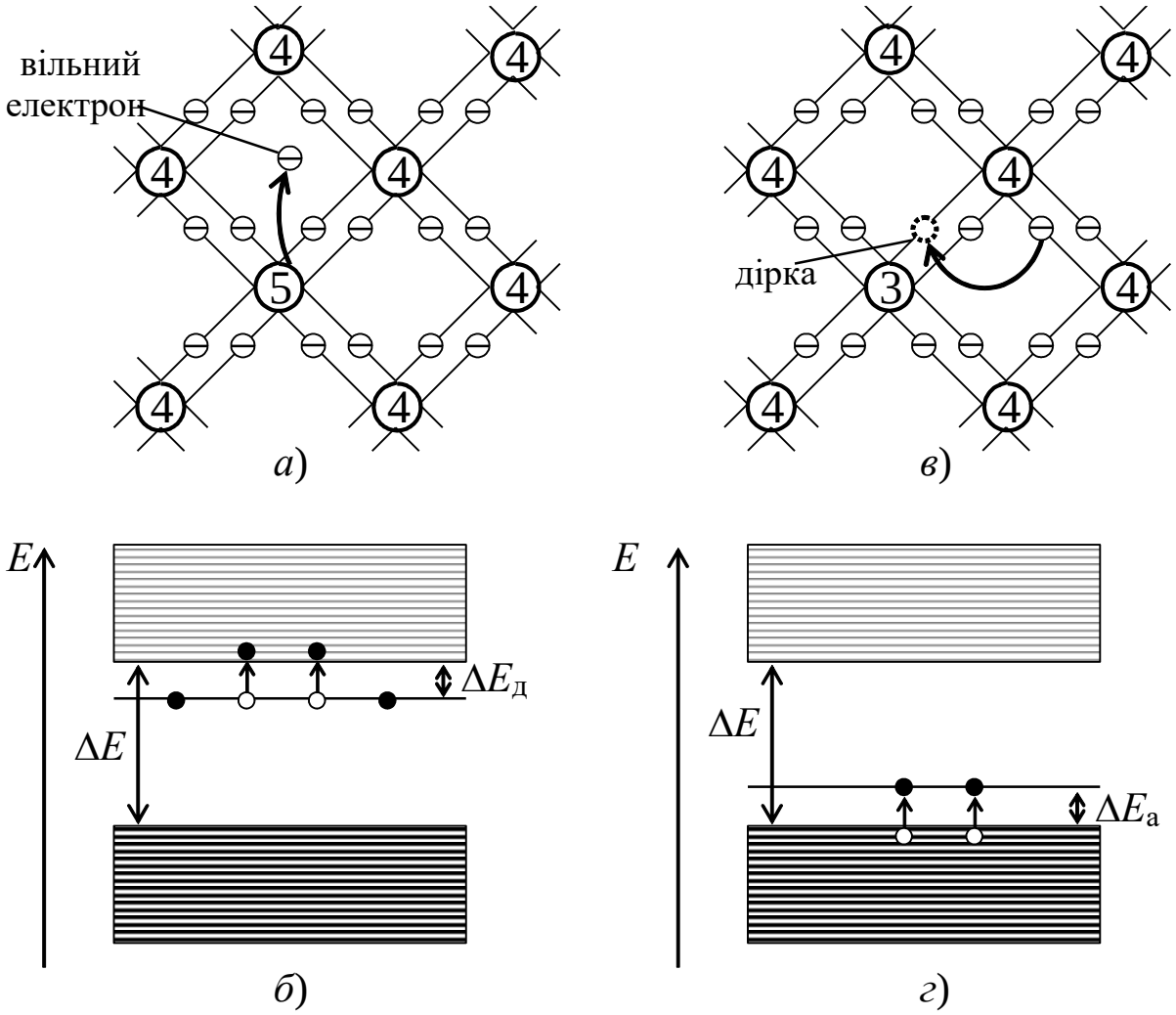


Рис. 5.7

2.3. Будова атомних ядер

Факт існування атомних ядер вперше був доведений у досліді Резерфорда по бомбардуванню золотої фольги α-частками високої енергії. Математична обробка статистичних результатів досліду дозволила визначити і приблизні розміри ядра. Виявилось, що ядро має діаметр $10^{-14} \div 10^{-15}$ м, тобто на 4 – 5 порядків менше, ніж діаметр атома, який складає близько 10^{-10} м.

До складу ядра входить 2 типи елементарних часток: *протони* і *нейтрони*. Вони мають спільну назву – *нуклони.*

Протон – це позитивно заряджена частка, заряд якої по модулю дорівнює заряду електрона (елементарному заряду): $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Маса протона: $m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx 1836\, m_e$,

де m_e – маса електрона.

Нейтрон – це частка, яка не має електричного заряду, маса якої:

$$m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1838{,}5\, m_e$$

Загальний електричний заряд ядра визначається кількістю протонів у ядрі Z і дорівнює $+Ze$. Число Z називається *атомним номером* і визначає порядковий номер хімічного елемента в періодичній таблиці Менделєєва.

Загальна кількість нуклонів у ядрі позначається A і називається *масовим числом* ядра.

Для умовного позначення ядер користуються символами відповідних хімічних елементів з двома індексами, верхнім і нижнім, які записуються зліва: ${}^{A}_{Z}X$, де X – символ елемента, A – масове число, Z – атомний номер (число протонів у ядрі). Наприклад, ядро атома вуглецю позначається так: ${}^{12}_{6}C$.

Кількість нейтронів у ядрі, у відповідності до вищесказаного:

$$N = A - Z \qquad (5.2.1)$$

Більшість хімічних елементів мають по кілька різновидів атомних ядер, які мають один і той же заряд (однакове число протонів), але відрізняються масовими числами (тобто мають різну кількість нейтронів). Такі атоми (або їх ядра) називаються *ізотопами*.

<u>Ізотопи</u> – це атомні ядра, що мають однаковий атомний номер, але різні масові числа .

Наприклад, водень має три ізотопи: звичайний водень (протій) ${}^{1}_{1}H$, важкий водень (*дейтерій*) ${}^{2}_{1}H$ і надважкий водень (*тритій*) ${}^{3}_{1}H$. Дейтерій міститься у звичайному водні у вигляді малої домішки. Тритій – це нестабільний ізотоп, тобто його ядро існує лише обмежений час, після чого розпадається. Період піврозпаду тритію 12,5 років. Ядра протію, дейтерію і тритію називаються, відповідно, *протон, дейтрон* і *тритон*. Внаслідок великого практичного значення ізотопів дейтерію і тритію, вони, на відміну від інших, отримали власні символічні позначення, відповідно D і T.

Можна навести багато прикладів наявності ізотопів у різних хімічних елементів. Наприклад, кисень має три стабільних ізотопи: ${}^{16}_{8}O$, ${}^{17}_{8}O$, ${}^{18}_{8}O$; олово має 10 стабільних ізотопів і т.д.

В природі зустрічаються хімічні елементи з атомними номерами Z від 1 (водень) до 92 (уран). Інші представлені в періодичній таблиці хімічні елементи (на даний час – до Z = 107) отримані штучно за допомогою ядерних реакцій. Всього відомо понад 1500 різних атомних ядер, що відрізняються або Z, або A, або і тим, і другим. З них приблизно 20% є стабільними, а решта – радіоактивні.

Радіус атомного ядра можна приблизно визначити за формулою:

$$R \approx R_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}, \qquad (5.2.2)$$

де $R_0 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-15}$ м. Оскільки об'єм ядра пропорційний кубу його радіусу, то, згідно з цією формулою, об'єм ядра пропорційний кількості нуклонів у ядрі. Отже, густина речовини у всіх ядрах приблизно однакова. Неважко підрахувати, що вона складає близько 10^{17} кг/м^3, тобто на багато порядків вище, ніж густина звичайної речовини ($10^3 \div 10^4$ кг/м^3).

2.4. Дефект маси і енергія зв’язку. Ядерні сили

Ядра атомів – це досить стабільні утворення, здатні до тривалого існування (за винятком радіоактивних ізотопів). Це свідчить про те, що між нуклонами у ядрі є певна взаємодія, яка утримує їх разом. Енергію цієї взаємодії (*енергію зв'язку* ядра) можна визначити за допомогою формули Ейнштейна з теорії відносності , яка визначає зв'язок маси і енергії:

$$E = mc^2, \qquad (5.2.3)$$

де c – швидкість світла. Точні вимірювання мас протонів, нейтронів і атомних ядер свідчать про те, що маса атомного ядра $m_Я$ завжди менша, ніж сума мас протонів і нейтронів, які входять до складу ядра. Ця різниця називається *дефектом маси* ядра:

$$\Delta m = \left(\sum m_p + \sum m_n\right) - m_я \qquad (5.2.4)$$

Згідно з раніше прийнятими позначеннями,

$$\sum m_p = Z\, m_p \ , \qquad (5.2.5)$$

$$\sum m_n = N\, m_n = \left(A - Z\right) m_n \qquad (5.2.6)$$

Тому $$\Delta m = Z\, m_p + \left(A - Z\right) m_n - m_я \qquad (5.2.7)$$

Дефект маси обумовлений тим, що при об'єднанні окремих нуклонів у єдине ядро загальна енергія цієї системи часток зменшилась на певну величину, яка і називається *енергією зв'язку*. Якби такого зменшення не відбувалось, об'єднання нуклонів було б енергетично невигідним, і ядро не могло б існувати як стабільна квантова система. Згідно з формулою Ейнштейна (5.2.3), зменшення енергії системи обов'язково супроводжується відповідним зменшенням її маси. Звідси енергія зв'язку ядра:

$$E_{зв} = \Delta m \cdot c^2 \qquad (5.2.8)$$

Але знання енергії зв'язку ще не дає відповіді на питання, наскільки міцно зв'язані один з одним нуклони всередині ядра. Для цього необхідно знати *питому енергію зв'язку* $\delta E_{зв}$, що визначає, яка енергія зв'язку припадає на один нуклон. Для визначення питомої енергії зв'язку необхідно загальну енергію зв'язку ядра поділити на кількість нуклонів, тобто на масове число:

$$\delta E_{зв} = \frac{E_{зв}}{A} \qquad (5.2.9)$$

Ця величина характеризує стійкість атомних ядер, їх здатність зберігати цілісність у випадку дії зовнішніх чинників, які намагаються їх зруйнувати.

Як показують обчислення, питома енергія зв'язку залежить від масового числа A . Графік залежності $\delta E_{зв}(A)$ (Рис. 5.8) свідчить про те, що найбільш стійкими є ядра з масовими числами $A = 50 \div 60$ (тобто для ділянки періодичної таблиці хімічних елементів від Cr до Zn). Питома енергія зв'язку для цих

елементів досягає 8,7 МеВ/нуклон. При подальшому зростанні масового числа $\delta E_{зв}$ поступово зменшується, і для найважчого природного елементу (урану) складає близько 7,5 МеВ/нуклон.

Таким чином, енергетично вигідними є такі процеси: 1) поділ важких ядер на більш легкі (для $A > 60$), 2) злиття легких ядер з утворенням більш важких (для $A < 50$). Під час процесів такого типу звільняється величезна кількість енергії. Так, наприклад, при поділі одного ядра з масовим числом 240 ($\delta E_{зв}$ = 7,5 МеВ) на два ядра з масовими числами 120 ($\delta E_{зв}$ = 8,5 МеВ) звільнилась би загальна енергія 240 МеВ. Злиття двох ядер дейтерію в ядро гелію привело б до звільнення енергії 24 МеВ. Якщо порівняти ці процеси зі звичайними хімічними реакціями, то виявиться, що енергетична ефективність ядерних реакцій у мільйони разів вища. Наприклад, при згорянні вугілля відбувається хімічна реакція окислення вуглецю. При з'єднанні одного атому вуглецю з двома атомами кисню (утворення CO_2) звільняється енергія близько 5 еВ.

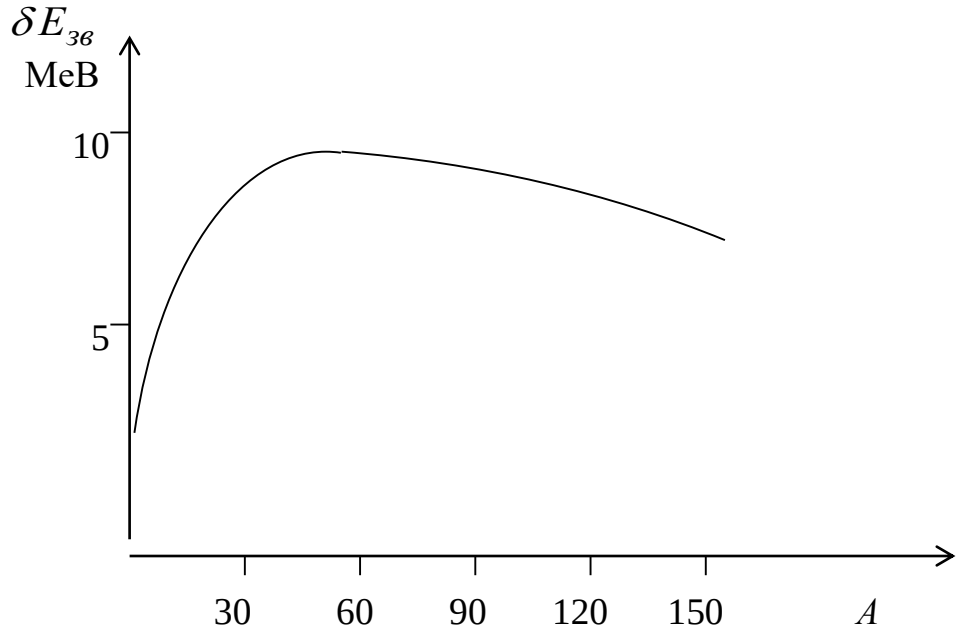


Рис. 5.8

До складу атомних ядер входять позитивно заряджені протони, які взаємно відштовхуються за рахунок кулонівської взаємодії. Гравітаційна взаємодія занадто слабка, щоб пояснити притягнення нуклонів.

Отже, можна зробити логічний висновок, що існує ще один тип силового поля, величина якого всередині ядер значно перевищує гравітаційне і електромагнітне. Це силове поле називається *полем сильної взаємодії.* Внаслідок наявності цього поля, між нуклонами всередині ядра діють *ядерні сили*. Ядерні сили є *короткодіючими* і діють на відстанях, що не перевищують 10^{-15} м.

2.5. Радіоактивність

У кінці XIX сторіччя французький фізик А. Бекерель виявив, що хімічний елемент уран є джерелом випромінювання невідомої природи, яке діє на фотопластинки, іонізує повітря і т. ін. Подальші дослідження показали, що таку ж властивість мають і деякі інші важкі елементи (торій, актиній, радій та ін.). Це явище було назване *радіоактивністю*. Природа радіоактивності пов'язана з тим, що ядра цих хімічних елементів є нестабільними. Із часом вони перетворюються на ядра інших елементів, віддаючи надлишок енергії та частинок у вигляді *радіоактивного випромінювання*. Це випромінювання має в своєму складі промені 3-х типів, які отримали такі назви:

1) α - промені – це потік ядер атомів гелію ${}_2He^4$ (α -частинки),
2) β - промені – це потік швидких електронів (β - частинки),
3) γ - промені – це потік фотонів (електромагнітне випромінювання) з надзвичайно малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м.

В результаті досліджень отримали закон залежності загальної кількості ядер, які ще не розпалися, від часу:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (5.2.10)$$

де N_0 – загальне число ядер в початковий момент часу $t = 0$, N – число ядер, які ще не розпались, в момент часу t .

Співвідношення (5.2.10) називається *законом радіоактивного розпаду*. Інтенсивність процесу розпаду радіоактивних ядер визначається сталою розпаду λ. Але більш вживаним є інший параметр, пов'язаний з λ, який називається *періодом піврозпаду* і позначається $T_{1/2}$.

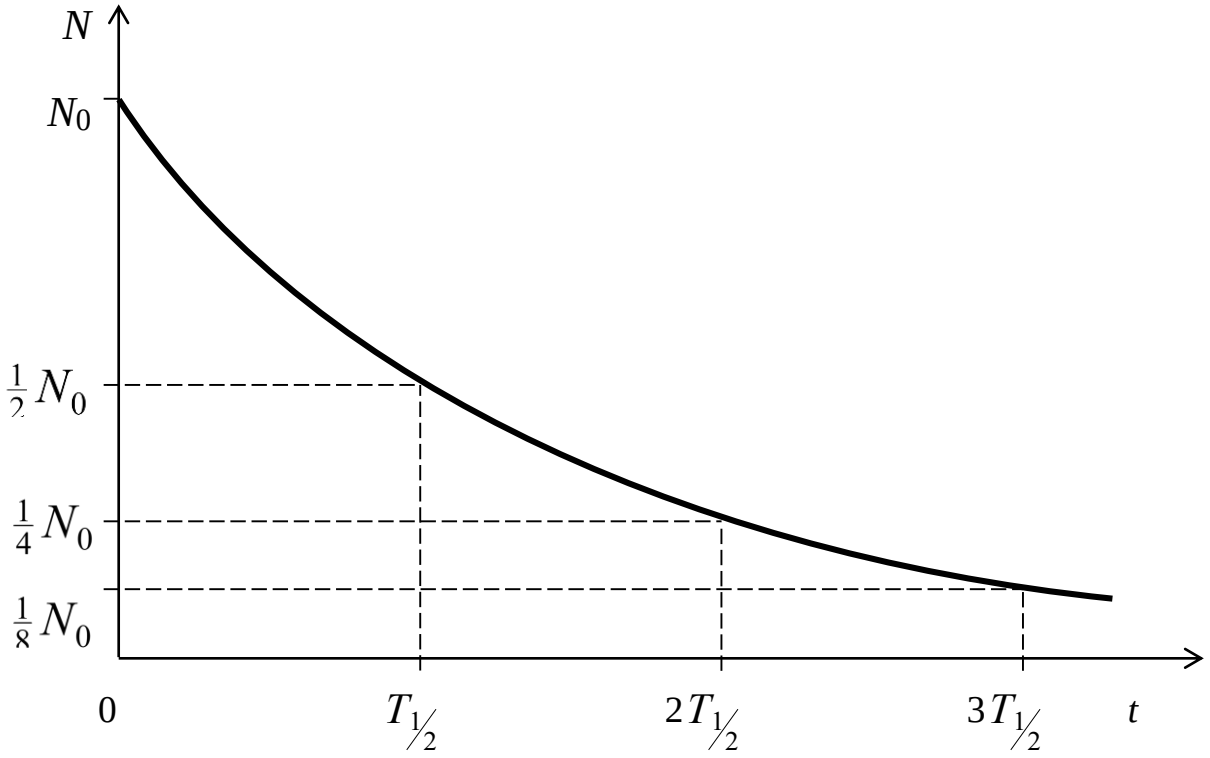


Рис. 5.9

<u>Періодом піврозпаду</u> радіоактивної речовини називається проміжок часу, протягом якого розпадається половина початкової кількості атомних ядер.

Згідно з цим визначенням, використовуючи (5.2.10), можна записати:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \qquad (5.2.11)$$

звідки

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda} \qquad (5.2.12)$$

З урахуванням останнього співвідношення, закон радіоактивного розпаду можна записати в такому вигляді:

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t} \qquad (5.2.13)$$

Графік залежності $N(t)$, що визначається законом радіоактивного розпаду, наведений на рис. 5.9. З графіку можна побачити, що кількість ядер радіоактивної речовини зменшується вдвічі через кожний проміжок часу $T_{1/2}$.

Періоди піврозпаду різних радіоактивних ізотопів становлять від мільйонних часток секунди до мільярдів років. Наприклад, основний ізотоп урану ${}_{92}U^{238}$ має період піврозпаду 4,5 млрд. років, а серед самим короткоживучим є ізотоп полонію ${}_{84}Po^{212}$ з періодом піврозпаду $3 \cdot 10^{-7}$ с.

В результаті чорнобильської катастрофи навколишня територія виявилася забрудненою радіоактивними речовинами, які мають такі періоди піврозпаду: ${}_{53}I^{131}$ – 8 діб, ${}_{55}Cs^{137}$ – 30 років, ${}_{94}Pu^{239}$ – 24 тисячі років.

Кількість радіоактивних випромінювань, яку віддає в навколишній простір радіоактивна речовина, визначається фізичною величиною, яка називається *активністю* речовини.

Активністю речовини називається кількість розпадів ядер за одиницю часу:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad (5.2.14)$$

де ΔN – кількість розпадів за проміжок часу Δt.

Враховуючи співвідношення (5.92), можна знайти:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N \qquad (5.2.15)$$

В системі СІ одиницею активності є *бекерель* (Бк) – це така активність речовини, при якій за 1 с відбувається 1 розпад ядра.

Позасистемною, але широко вживаною одиницею активності є *кюрі* (Кі). 1 Кі – це активність 1 г чистого радію. Співвідношення між кюрі і бекерелем:

$$1 \text{ Кі} = 3{,}7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

2.6. Реакція поділу ядер. Ланцюгова реакція

При взаємодії атомних ядер з іншими ядрами або з елементарними частинками можуть відбуватись *ядерні реакції*, в результаті яких здійснюється перетворення одних атомних ядер на інші.

Застосовують 2 способи символічного запису ядерних реакцій:

$$X + a \rightarrow Y + b\,, \qquad (5.2.16)$$

де X та Y – початкове та кінцеве ядра;

a і b – ініціююча та випромінена в даній реакції частинка.

У кожній ядерній реакції виконуються *закон збереження електричних зарядів* і *закон збереження масових чисел*. Вони полягають у тому, що алгебраїчна сума кожної з цих величин до реакції дорівнює їх алгебраїчній сумі після реакції. На практиці це означає, що при символічному записі ядерної реакції сума нижніх індексів частинок у лівій частині рівняння (5.2.16) повинна дорівнювати сумі нижніх індексів правої частини (закон збереження заряду), також як і сума верхніх індексів частинок у лівій частині повинна дорівнювати сумі верхніх індексів правої частини (закон збереження масових чисел). Це можна продемонструвати на прикладі першої штучної ядерної реакції, виконаної в 1919 р. Е. Резерфордом при бомбардуванні азоту α-частинками:

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + ^{1}_{1}p \qquad (5.2.17)$$

Закони збереження в даному випадку забезпечуються виконанням співвідношень для верхніх і нижніх індексів:

$$14 + 4 = 17 + 1$$

$$7 + 2 = 8 + 1$$

При опроміненні важких ядер нейтронами деякі з них здатні ділитися на 2 частини з виділенням великої кількості енергії. Реакції такого типу називаються *реакціями поділу* важких ядер. Прикладом є реакція поділу ядра урану:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow {}^{139}_{54}Xe + ^{95}_{38}Sr + 2\cdot{}^{1}_{0}n \qquad (5.2.18)$$

Як зазначалося вище, при поділі кожного ядра урану звільняється понад 200 МеВ. При кожному поділі утворюються 2 нейтрони. Це робить можливою *ланцюгову реакцію поділу*, під час якої кількість ядер, що беруть участь у реакції, швидко зростає з часом пропорційно кількості звільнених нейтронів.

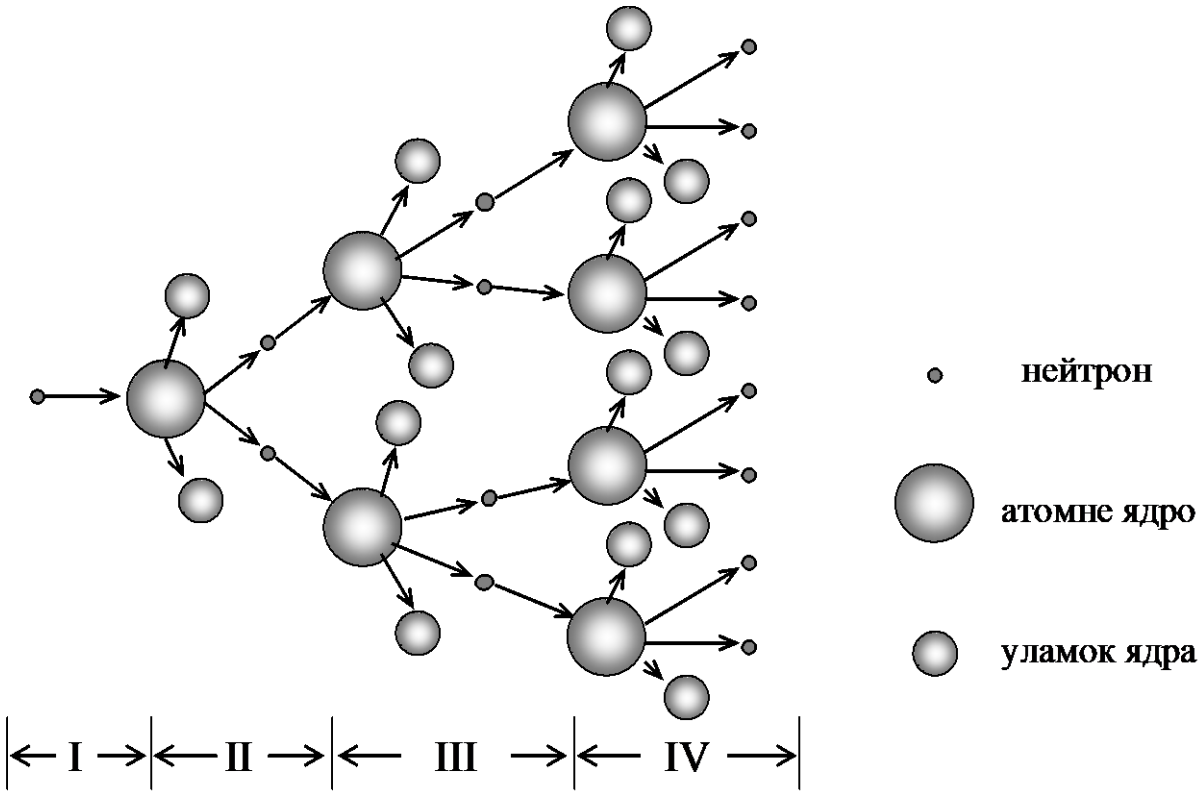


Рис. 5.10

Інтенсивність ланцюгової реакції поділу ядер може бути різною, в залежності від умов протікання цієї реакції. Однією з головних умов є та, що новоутворені нейтрони не повинні покидати зону реакції до того, як вони прореагують з одним із ядер урану. Тому кількість ядер урану (маса урану) повинна бути достатньою для того, щоб реакція поділу могла сама себе підтримувати. Отже, існує деяка мінімальна маса урану (*критична маса*), при перевищенні якої навіть один вільний нейтрон викликає ланцюгову реакцію поділу. В шматку урану меншої маси ланцюгова реакція не розвивається, оскільки більшість нейтронів виходить за його межі, не встигнувши прореагувати.

Мінімальна маса ядерного пального, в якій може відбуватись ланцюгова реакція поділу атомних ядер, називається його критичною масою.

Якщо маса урану (або іншої речовини з подібними властивостями) перевищує критичну, то в ній негайно розпочинається ланцюгова реакція, яка призводить до ядерного вибуху.

В основі принципу дії атомної бомби (див. нижче) лежить миттєве утворення понадкритичної маси при об'єднанні двох шматків ядерного пального, маси кожного з яких є докритичними.

В ядерних реакторах теж підтримується критична маса ядерного пального, але вона може регулюватися з високою точністю за допомогою штучного регулювання кількості вторинних нейтронів. Це дозволяє отримувати перетворення ядерної енергії в реакторах *повільно*, з регульованою швидкістю.

Крім урану, ланцюгова реакція поділу ядер може бути здійснена також із деякими іншими важкими хімічними елементами (торій, плутоній та ін.).

Слід зазначити, що далеко не всі ізотопи цих елементів є здатними до ланцюгової реакції поділу. Наприклад, із природних ізотопів урану для цього придатним є лише ізотоп $_{92}U^{235}$. Що ж стосується найбільш розповсюдженого ізотопу $_{92}U^{238}$, то в ньому ця реакція не відбувається. Тому існує досить складна науково-технічна проблема розділення цих ізотопів, які в природі існують у вигляді суміші зі співвідношенням по масі $_{92}U^{235}$ до $_{92}U^{238}$ близько 0,007.

2.7. Принцип дії ядерного реактора

Під час протікання ланцюгової реакції поділу важких атомних ядер виділяється величезна енергія, яка, з розрахунку на одиницю маси пального, у мільйони разів перевищує ефективність звичайного пального, що використовується для отримання теплоти внаслідок реакції горіння. Ця особливість ядерного пального робить його надзвичайно привабливим для використання у народному господарстві з метою отримання енергії.

Оскільки під час реакції поділу ядер енергія виділяється, головним чином, у вигляді кінетичної енергії вторинних ядер (уламків), то це призводить до значного

зростання температури в зоні реакції. Саме це дозволяє створювати енергоблоки на основі ядерних реакторів, які виробляють теплову енергію. Далі ця теплова енергія може бути використана безпосередньо (наприклад, для нагрівання води в міських мережах гарячого водопостачання на ТЕЦ) або перетворена на електроенергію за допомогою парових турбін, об'єднаних із електрогенераторами (атомні електростанції).

Але для використання ядерної енергії в народному господарстві необхідно, щоб ланцюгова реакція поділу атомних ядер була *керованою*. Отже, необхідно створити умови протікання ланцюгової реакції, при яких процес виділення ядерної енергії відбувається не миттєво, а протягом тривалого часу, щоб можна було контролювати потужність виділення теплоти і керувати цим процесом.

Важливою умовою функціонування ядерного реактора є сповільнення нейтронів, які утворюються при поділі ядер урану, до теплових енергій, тобто енергій, які відповідають температурі середовища в зоні реакції. Це необхідно для підвищення ефективності взаємодії нейтронів із ядрами, оскільки швидкі нейтрони, утворені при поділі ядер, мають низьку ймовірність захоплення ядрами урану. Сповільнення нейтронів відбувається при їх проходженні через певну речовину внаслідок їх зіткнень із атомними ядрами, маса яких ненабагато відрізняється від маси нейтронів. Найбільш поширеними сповільнювачами нейтронів є важка вода D_2O і графіт.

Типова схема ядерного реактора представлена на рис. 5.11. Ядерне пальне у вигляді *теплотвірних елементів* 1 завантажується всередину реактора, основну масу якого складає *сповільнювач нейтронів* 2, який служить для гальмування новоутворених нейтронів. Охолоджує зону реакції і водночас виносить тепло *теплоносій*, тобто рідина, яка протікає по спеціальних *каналах* 3. Керованість ядерної реакції забезпечується спеціальними стрижнями, виготовленими з *поглинача* нейтронів 4 (бор, кадмій), які можуть вводитись у реактор на ту чи іншу глибину, в залежності від того, з якою інтенсивністю протікає реакція. При повністю введених у реактор стрижнях поглинача реакція припиняється, а при повністю виведених, навпаки, відбувається надмірне зростання її інтенсивності. Тому за допомогою переміщення поглинача всередині реактора можна регулювати

інтенсивність ядерної реакції, а отже, і потужність реактора в широких межах. Для збереження максимальної кількості нейтронів у зоні реакції і для захисту обслуговуючого персоналу від нейтронного опромінення служить *відбивач нейтронів* 5, який є зовнішнім шаром реактора (масивна металева оболонка).

Головним корисним результатом роботи ядерного реактора є теплова енергія, що звільняється під час ланцюгової реакції поділу ядер урану. Для використання цієї енергії в атомних електростанціях використовується циркуляція вздовж каналів 3 води або іншої рідини. Нагріта внаслідок цього рідина далі віддає отриману теплоту в *теплообміннику*.

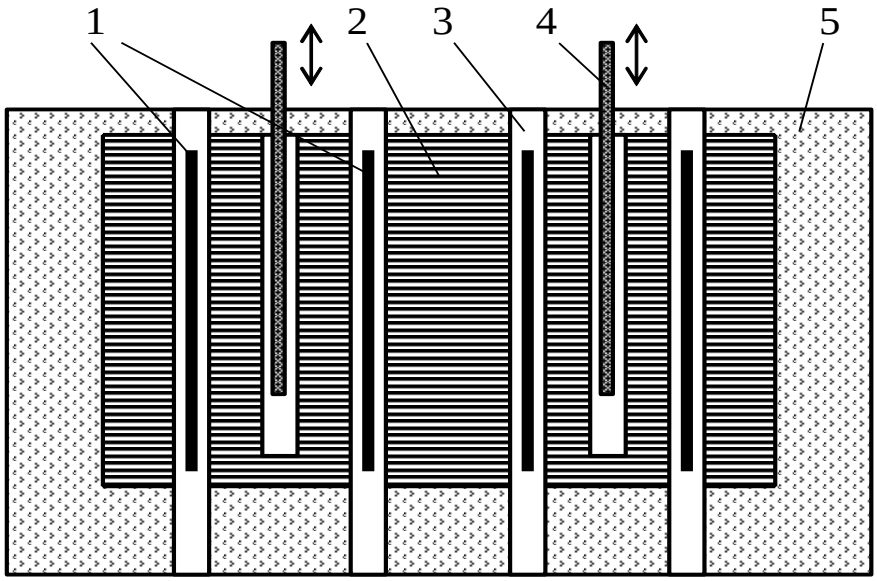


Рис. 5.11

Реактор, побудований за такою схемою, називають *гетерогенним*, оскільки він складається з великої кількості просторово відокремлених елементів. Значного поширення набули також *гомогенні* реактори, в яких сповільнювачем нейтронів є важка вода, а розщеплювана речовина у вигляді солей урану або плутонію розчинена у цій воді. Для відведення теплоти із активної зони реактора застосовується циркуляція цього розчину через реактор і теплообмінник.

На рис. 5.12 представлена спрощена схема *атомної електростанції* (АЕС), в якій здійснюється перетворення ядерної енергії на енергію електричного струму, яка є найбільш зручною для її транспортування до споживачів.

В атомній електростанції джерелом теплової енергії є ядерний реактор. Для передачі теплової енергії від реактора до турбіни застосовується 2-контурна система теплообміну. Вона складається з двох замкнених контурів, по кожному з яких під дією відповідного насоса здійснюється циркуляція рідкого теплоносія. У першому контурі теплоносій проходить по каналах через реактор і нагрівається від теплотвірних елементів, які отримують теплову енергію внаслідок ланцюгової реакції поділу атомних ядер. Нагрітий до високої температури (понад 300°С) теплоносій далі проходить через теплообмінник, де віддає отриману теплову енергію теплоносію другого контуру, який при цьому теж нагрівається до високої

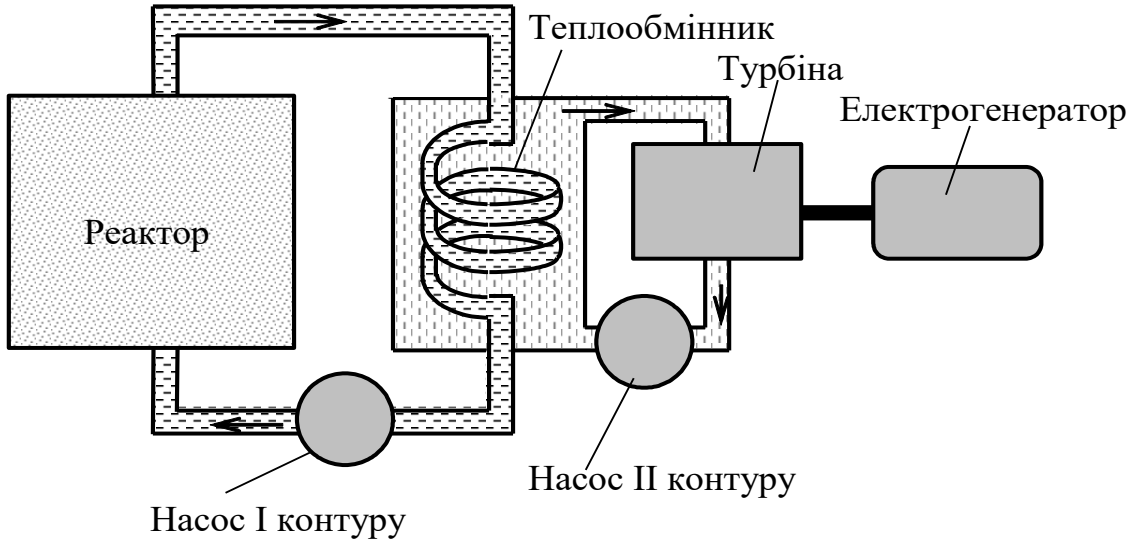


Рис. 5.12

температури. Нагрівання води до температури 200-300°С є можливим внаслідок підтримання у контурах теплообміну високого тиску. Всередині парової турбіни нагріта до високої температури вода виходить під високим тиском із сопла і внаслідок різкого зниження тиску перетворюється на швидкісний струмінь пари. Під дією цього струменя обертається колесо турбіни, тобто кінетична енергія пари передається турбіні, а пара при цьому охолоджується. Далі здійснюється конденсація пари в холодильнику і отримана вода знову подається насосом у теплообмінник. На одному валу з паровою турбіною змонтовано електрогенератор, в якому внаслідок обертання обмоток ротора в магнітному полі статора генерується змінний електричний струм.

Таким чином, в атомній електростанції здійснюється кількаступеневе перетворення енергії. Ядерна енергія всередині реактора перетворюється на теплову, теплова енергія в турбіні перетворюється на механічну, і, нарешті, механічна енергія в електрогенераторі перетворюється на електричну.

Перша атомна електростанція потужністю 5 МВт була побудована в 1954 р. в Радянському Союзі, у м. Обнінськ, Московської області. На даний час у ряді розвинених країн світу введена в дію велика кількість АЕС значно більшої потужності. Зокрема, в Україні діють 4 АЕС, найбільша з яких, Запорізька АЕС, має максимальну потужність 6 ГВт. Ще одна з українських АЕС, Чорнобильська, в 1986 році зазнала катастрофічної аварії і в 2000 році виведена з експлуатації. Найбільш послідовно по шляху використання атомної енергії йде Франція, в якій близько 80% усієї електроенергії виробляється атомними АЕС. В той же час, у ряді країн світу після Чорнобильської катастрофи використання атомної енергії є забороненим на законодавчому рівні.

Значно більш простою є схема використання ядерної енергії в некерованому вигляді. Некерована ядерна ланцюгова реакція здійснюється при утворенні понадкритичної маси ядерного пального і при відсутності поглинача нейтронів. В цьому випадку ланцюгова реакція у всій масі ядерного пального протікає протягом мільйонних часток секунди, тобто вся енергія реакції звільняється у вигляді вибуху. Некерована ланцюгова реакція застосовується, в основному, у вигляді ядерної зброї (атомна бомба).

Схема атомної бомби наведена на рис. 5.13. Два шматки 1 урану-235 або плутонію-239, маса кожного з яких є меншою від критичної, для утворення критичної маси з’єднуються разом. Для їх щільного з’єднання використовується звичайна вибухівка 2. Ядерний заряд утримується всередині масивної металевої оболонки 3, яка служить відбивачем нейтронів, а також утримує ядерний заряд від розпилення на початковій фазі розвитку ланцюгової реакції. Це найпростіша (так звана гарматна) схема атомної бомби, яка історично була першою. На даний час застосовується інша, більш ефективна схема (імплозивна), в якій критичний стан ядерної речовини досягається її миттєвим обтисканням під час вибуху звичайної вибухівки, яка оточує її з усіх боків.

Під час вибуху атомної бомби звільняється величезна енергія, еквівалентна тій, що звільняється при вибуху близько 20 000 тонн тротилу. При цьому температура в епіцентрі вибуху підвищується до десятків мільйонів кельвінів, а тиск досягає мільйонів атмосфер.

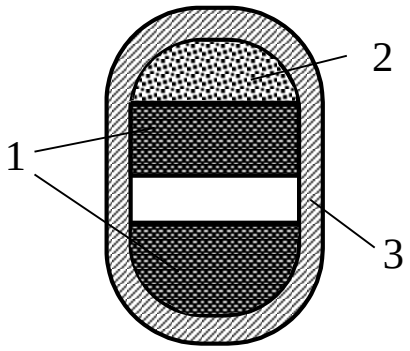


Рис. 5.13

Перша атомна бомба була створена і випробувана в США в липні 1945 року. Бойове застосування американськими військами двох атомних бомб відбулося 6 і 9 серпня 1945 року в японських містах Хіросіма і Нагасакі.

2.8. Термоядерні реакції

Ядерна енергія може бути звільнена не лише під час реакції поділу важких атомних ядер, але і під час реакції синтезу (злиття) легких ядер. При цьому утворюються більш важкі атомні ядра та звільняється велика кількість енергії. Прикладом є реакція синтезу дейтерію і тритію з утворенням гелію:

$$ {}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4He + {}_0^1n \qquad (5.2.19) $$

Енергетична ефективність реакцій синтезу навіть перевищує ефективність реакцій поділу важких ядер. Наприклад, під час вищенаведеної реакції синтезу на кожний нуклон звільняється енергія близько 3,5 МеВ, тоді як при реакції поділу – лише близько 0,8 МеВ на кожний нуклон.

Особливістю реакцій синтезу є те, що вони можуть протікати лише в умовах надзвичайно високих температур, понад 10 млн. кельвінів. Тому ці реакції називаються термоядерними.

На даний час термоядерні реакції здійснені лише в некерованому вигляді під час випробувань водневих бомб, в яких необхідна температура створювалась за рахунок одночасного вибуху звичайної ядерної бомби .

Керована термоядерна реакція поки що не здійснена, але в наукових лабораторіях уже кілька десятків років іде напружена робота по створенню термоядерного реактора. Це – надзвичайно складна науково-технічна задача, але

вона і має величезне практичне значення для всього людства. Термоядерні реакції – це найбільш перспективний напрямок розвитку енергетики. Адже вирішення цієї проблеми дозволить забезпечити людство практично невичерпним джерелом енергії. Наприклад, кількість дейтерію в стакані звичайної води за енергетичним потенціалом еквівалентна 60 л бензину.

Основна література

1. Виноградов А.Г. Загальна фізика. Черкаси, 2005. 416с
2. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики, тт. 1 – 3. К.: Техніка, 1999.
3. Венгренович Р. Д., Стасик М. Ю. Курс фізики : у 3-х ч. : навч. посіб. / за ред. проф. Р. Д. Венгреновича. Чернівці : Видавничий дім “Букрек”, 2008. Ч. 2 : Електрика та магнетизм. 456 с..

4. Антоняк О. Т. Загальна фізика. Основи електрики і магнетизму: навч. посіб. Львів : Вид. центр ЛНУ ім. І. Франка, 2009. 239 с.

5.Азарєнков М. О., Булавін Л. А., Олефір В. П. Електрика та магнетизм : підручник. Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. 564 с.

6.Дідух Л. Д. Електрика та магнетизм : підручник. Тернопіль : Підручники і посібники, 2020. 464 с.

7. Воловик П. М. Фізика для університетів. Повний курс в одному томі : підручник. Ірпінь:Перун,2005.864 с. URL: https://www.bookplusbook.com/ukr/books/view/44262

8.Бушок Г. Ф. Левандовський В. В., Півень Г. Ф. Курс фізики : у 2 кн. : навч. посіб. / за заг. ред. Г. Ф Бушка. Київ : Либідь, 2001. Кн. 1 : Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. 446 с.

9. Правда М. І. Лекції з курсу загальної фізики. Розділ ІІІ. Електрика та магнетизм : навч. посіб. Запоріжжя : ЗНТУ, 2019. 40 с. URL: http://eir.zntu. edu.ua/handle/123456789/4933.

Навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів галузі знань «Інформаційні технології»

Виноградов А. Г.
Татарчук Є.В

ФІЗИКА (ВИБРАНІ РОЗДІЛИ)