Таким чином, отримані результати показують можливість використання скінченного елемента, що має серендипове формулювання, для задач моделювання згину вхідної кромки РЛВ, в тому числі для дослідження процесів деформування РЛВ при взаємодії з птахом.

Література:

1. Effect of Impact and Bearing Parameters on Bird Strike with Aero-Engine Fan Blades / Bin Wu та ін. Appl. Sci. 2022, 12(1), 7. Дата оновлення: 21.12.2021. URL : https://www.mdpi.com/2076-3417/12/1/7 (дата звернення: 15.05.2022).
2. DYNAmore Express: Solid Element Formulations in LS-DYNA / DYNAmore GmbH // YouTube. Дата оновлення: 09.06.2022. URL: https://www.youtube.com/watch?v=KZDfTKBS7bY&ab_channel=DYNAmoreGmbH (дата звернення: 15.05.2022).
3. Івченко Д. В. Розробка чисельної моделі робочої лопатки вентилятора ТРДД для моделювання процесів її деформації при ударі птаха. Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування : тези доп. XVI міжнар. наук. - техн. конф. , 25 - 26 листоп. 2020 р. Харків: Лідер, 2020. С. 39 - 40.
4. Сопротивление материалов. В 2 т. Т. 2. Более сложные вопросы теории и задачи / С. П. Тимошенко. Москва : Наука, 1965. 480 с.

УДК 519.837.2

ЩОДО МОЖЛИВОСТІ УЗАГАЛЬНЕНЬ ЗАСОБІВ АНАЛІЗУ НЕУПЕРЕДЖЕНИХ КОМБІНАТОРНИХ ІГОР НА УПЕРЕДЖЕНІ

Порубльов І. М.
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

Abstact. Possibility of generalizing common techniques from impartial combinatorial games to partisan ones is discussed. Shown, that generalization is possible for win- and loose-positions technique (a. k. a. *N*- and *P*-positions) by augmenting position with gamer number, but similar generalization is incorrect when Sprague–Grundy game combination is used.

Об’єктом розгляду цих тез є комбінаторні послідовні багатокрокові позиційні ігри двох гравців з повною інформацією, які не мають числового вираження виграшу й не допускають нічиїх (отже, можуть завершуватися або виграшем 1-го гравця, або виграшем 2-го), є ациклічними та скінченними.

Зазвичай (зокрема, у [1], [2, розд. 4], [3]) до властивостей попереднього абзацу додають також вимогу неупередженості гри, тобто вимогу «дозволені ходи залежать лише від позиції, а не від того який з двох гравців ходить» (цитата згідно [4]). Там само у [4] стверджується: «Ґо і шахи це не неупереджені ігри, бо кожен з гравців може використовувати лише свої фігури».

Однак, неупередженість досить незалежна від решти розглянутих властивостей, і виникає питання: чи можна застосувати стандартні засоби аналізу комбінаторних ігор, якщо виконуються всі вимоги, крім неупередженості?

Це залежить від того, які саме засоби аналізу ігор використовуються.

Якщо використовуються лише поняття виграшних та програшних позицій (відомих також як N-позиції та P-позиції; «позиція вирашна (або, що те само, N-позиція), якщо або гравець, який її отримав, негайно виграє, або існує хоча б один хід з неї у програшну» та «позиція програшна (або, що те само, P-позиція), якщо або гравець, який її отримав, негайно програє, або всі дозволені ходи з неї ведуть у виграшні»), то побудувати на основі щойно описаних переходів зворотню індукцію цілком можливо. Досить лише розширити (у смислі, заявленому в [5, розд. 14] та [6, с. 63]) поняття позиції, включивши відповідь на питання «чий хід?». Звідси, зокрема, випливає:

1) сукупність всіх можливих ходів із розширеної позиції визначається самою лише розширеною позицією (бо вона включає в себе гравця);

2) всі ходи з будь-якої розширеної позиції будь-якого гравця, якщо існують, завжди ведуть лише в розширені позиції іншого гравця.

Після такого перетворення, граф, утворений з розширених позицій та можливостей переходу між ними, є скінченним ациклічним орграфом, що й потрібно для зворотної індукції.

(Наприклад, нехай правила гри – «є купка з N камінців (N вводиться як вхідні дані); 1-й гравець може забрати на своєму ході або 1, або 2, або 3, або 5 камінців; 2-й гравець може забрати на своєму ході або 1, або 2, або 4, або 8 камінців; програє той, хто не може зробити хід». Тоді досить вважати, що розширеною позицією є пара з двох чисел (g, k), де $1 \leq g \leq 2$ – «чий хід?», $0 \leq k \leq n$ – «скільки камінців лишилося?», і, наприклад, з позиції (1, 7) можливі ходи в позиції (2, 6), (2, 5), (2, 4), (2, 2) (й лише в них), а з позиції (2, 7) можливі ходи в позиції (1, 6), (1, 5), (1, 3) (й лише в них).)

Однак, усе змінюється, якщо намагатися використати повноцінну версію функції Шпрага–Гранді (Sprague–Grundy), котра (згідно [1], [3], [7]) включає теорему Шпрага–Гранді про вираження SG-оцінки суми ігор через xor (побітову суму за модулем 2) SG-оцінок ігор цієї суми. Спосіб розбиття гри в суму підігор та включення в позицію інформації «чий хід?» протирічать один одному: якщо гра являє собою суму k підігор (де $k \geq 2$), і гравець робить хід у деякій з підігор – у (розширеній) позиції конкретно цієї підгри інформація «чий хід?» правильно змінюється на протилежну, але ж у решті k–1 підігор цього не відбувається, й виникає ситуація, коли іншому гравцю дістаються чужі (розширені) позиції цих k–1 підігор, він не може там ходити так само, як той гравець, кому ці розширені позиції належать, і через це стандартне доведення теореми Шпрага–Гранді порушується.

З іншого боку, проблеми з доведенням твердження ще не гарантують хибності цього твердження. В історії математики траплялися випадки, коли після узагальнення деякої теорії класичні доведення деяких її теорем ставали неправильними, але самі теореми лишалися правильними й були правильно доведені іншим способом. Тому, далі наведено контрприклад, який явно показує хибність твердження, ніби завжди можна застосувати звичайні способи обчислення SG-оцінок позицій, розширивши позиції інформацією «чий хід?».

Розглянемо таку гру: «Є смужка, яка спочатку складається з N клітинок (N є вхідними даними задачі), розташованих як одна безперервна послідовність. 1-й гравець може на кожному своєму ході викреслити будь-які 2, або 4, або 16 клітинок, які йдуть поспіль. 2-й гравець може викреслити на кожному своєму ході будь-які 1, або 2, або 3 клітинки, які йдуть поспіль. Програє той, кому нема як ходити (що й треба для класичної теореми Шпрага–Гранді)». Спробуємо розширити поняття позиції, включивши, додатково до N булівських значень, які позначають, чи є відповідна клітинка досі не викресленою, ще число g (де $1 \leq g \leq 2$ – «чий хід?»). Нехай початкове значення $N = 8$. Тоді початковою позицією є $(1, 11111111)$, і один з можливих ходів з неї – у позицію $(2, 11100111)$, тобто викреслити дві клітинки рівно посередині. Якби узагальнення класичної теореми Шпрага–Гранді було правильним, то позиція $(2, 11100111)$ була б рівносильна сумі двох однакових позицій $(2, 111)$, і було б $SG(\{2, 11100111\}) = SG(\{2, 111\}) \oplus SG(\{2, 111\}) = 0$ (бо $a \oplus a = 0$ завжди, зокрема і при $a = SG(\{2, 111\})$). Тобто, хід «викреслити дві клітинки рівно посередині» забезпечував би виграш 1-го гравця, бо супернику діставалася б позиція, SG якої 0 (отже, програшна). Однак, насправді позиція $(2, 11100111)$ не є програшною. 2-й гравець може, наприклад, викреслити три крайні ліві клітинки й тим перейти до позиції $(1, 00000111)$. Після цього, 1-й гравець мусить викреслити дві підряд клітинки з трьох, що лишилися (інакше кажучи, перейти або до позиції $(2, 00000001)$, або до позиції $(2, 00000100)$). В будь-якому з цих випадків, на наступному ході 2-й гравець викреслює одну останню клітинку й виграє, бо 1-му нема як ходити. Враховуючи стандартну аксіому теорії ігор, що обидва гравці бажають виграти, це означає, що початковий хід 1-го гравця «викреслити 2 клітинки рівно посередині» насправді унеможливлює його виграш. Тобто, маємо протиріччя, джерелом якого є припущення, ніби можна розширити позиції інформацією «чий хід?» і після цього надалі рахувати SG-оцінку суми ігор як xor SG-оцінок підігор.

Звісно, це не скасовує факту, що підхід з SG-оцінками й надалі має значні переваги при аналізі тих неупереджених ігор, які природно розкладаються в суму підігор (головним чином, у розрізі значного скорочення обсягу потрібної пам’яті за рахунок істотного скорочення сукупності потрібних позицій). Однак, автор тез вважає неправильною ситуацію, коли деякі науково-педагогічні працівники роблять із цього висновок, ніби при викладанні курсів з комбінаторних багатокрокових ігор досить приділяти увагу лише підходу з *SG*-оцінками позицій та ігнорувати підхід із самими лише виграшними та програшними позиціями (відомими також як *N*- та *P*-позиції). (Наприклад, у [2, розд. 4] безальтернативно описується сам лише підхід з *SG*-оцінками – навіть там, де поняття виграшних і програшних позицій було б зрозумілішим і легшим для знаходження, і це не зважаючи на те, що книга [2] в цілому позиціонується як опис багатьох різних способів аналізу багатьох різних ігор.) А ці тези, на думку автора, є достатнім аргументом, чому слід приділяти увагу обом підходам, підкреслюючи переваги й недоліки кожного з них.

Література:

1. Богданов Э., Луценко А. Комбинаторная теория игр. Теорема Шпрага–Гранди. *Зимняя школа по программированию* : збірник. Харків : ХНУРЕ, 2010. С. 123–165.
2. Арсак Ж. Программирование игр и головоломок. Москва : Наука, 1990. 224 с.
3. Ferguson T. G. Game theory : class notes. 2020. 33 c. URL : https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/academic/class/15859-f01/www/notes/comb.pdf (дата звернення : 04.05.2023).
4. Неупереджена гра *Вікіпедія* : веб-сайт URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Неупереджена_гра (дата звернення : 04.05.2023).
5. Вступ до алгоритмів. Переклад з англійської третього видання / Кормен Т. Г., Лейзерсон Ч. Е., Рівест Р. Л., Стайн К. Київ : К.І.С., 2019, 1288 с.
6. Матеріали школи програмування переможців міжнародного конкурсу з інформатики та комп'ютерних вправності «Бебрас–2017»: навчально-методичний посібник / Жуковський С. С., Порубльов І. М., Скляр І. В., Шпакович Р. С. Кам'янець-Подільський : Аксіома, 2018. 96 с.
7. Функція Шпрага-Гранді *Вікіпедія* : веб-сайт URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Функція_Шпрага-Гранді (дата звернення : 04.05.2023).

УДК 004.942:519.179.2

ВИЗНАЧЕННЯ ЛОКАЛІЗАЦІЇ КОНФЛІКТІВ У КОМБІНОВАНОМУ ПІДХОДІ ДО ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОГРАМНИХ КОМПОНЕНТІВ З ПАРАЛЕЛІЗМОМ

Супруненко О. О., Онищенко Б. О.
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

Abstract. Two aspects of the application of the method's of synthesis and analysis of the combined simulation model of software are considered. The first aspect is related to building a model for partially connected parallel processes, the