

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

Л. О. Кулик
А. В. Ткаченко
О. І. Богатирьов

МЕХАНІКА

Навчально-методичний посібник для студентів
напряму підготовки 6.040203 Фізика
класичних і педагогічних університетів

Черкаси – 2014

УДК 53:378.147.88
ББК 22.3.p30
К 90

Рецензенти:

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри фізики Черкаського державного
технологічного університету *С. О. Колінько*;
кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри фізики Черкаського національного університету
імені Богдана Хмельницького *Гр. В. Луценко*

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Черкаського національного університету
імені Богдана Хмельницького
(протокол № 4 від 24.12.2014 року)*

Кулик Л. О., Ткаченко А. В., Богатирьов О. І.

К 90 **Механіка** : Навчально-методичний посібник для студентів напряму підготовки 6.040203 Фізика класичних і педагогічних університетів / Л. О. Кулик, А. В. Ткаченко, О. І. Богатирьов. – Черкаси: ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2014. – 84 с.

ISBN.....

Навчально-методичний посібник містить теоретичний матеріал, методичні рекомендації та завдання до розрахунково-графічних робіт з механіки.

Для студентів напряму підготовки 6.040203 Фізика класичних і педагогічних університетів.

УДК 53:378.147.88
ББК 22.3.p30

ISBN

© ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2014
© Л. О. Кулик, А. В. Ткаченко,
О. І. Богатирьов, 2014

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «МЕХАНІКА»	6
2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	9
2.1. Основна література	9
2.2. Додаткова література	10
3. ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ, ЯКИЙ НЕОБХІДНИЙ ДЛЯ УСПІШНОГО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ З «МЕХАНІКИ»	11
3.1. Кінематика матеріальної точки.....	11
3.2. Динаміка матеріальної точки.....	14
3.3. Сили тертя. Пружні сили. Закон всесвітнього тяжіння.....	14
3.4. Механіка твердого тіла.....	16
3.5. Робота сили. Потужність. Закони збереження.....	18
3.6. Механіка рідин і газів.....	21
3.7. Рух тіл у неінерціальних системах відліку.....	22
3.8. Елементи спеціальної теорії відносності (СТВ).....	23
3.9. Механічні коливання і хвилі. Елементи акустики.....	24
4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ З МЕХАНІКИ	28
5. РОЗПОДІЛ ЗАДАЧ ЗА ВАРІАНТАМИ	44
6. ЗАДАЧІ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ	46
7. ТАБЛИЦІ ОСНОВНИХ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН	80

ВСТУП

Розрахунково-графічна робота (РГР) – індивідуальне завдання, яке передбачає розв'язування конкретних навчальних задач з використанням відомого або самостійно вивченого теоретичного матеріалу. Певну частину такої роботи складає графічний матеріал, який виконується відповідно до чинних нормативних вимог.

Розрахунково-графічна робота з фізики – це один із видів самостійної роботи студентів згідно індивідуального варіанту. Виконання цієї роботи переслідує дві мети. Перша і найголовніша – дати можливість студентам потренуватися у самостійному розв'язанні фізичних задач. Такий вид роботи мінімізує процес списування, оскільки кожен зі студентів має свої індивідуальні завдання. Друга мета – контроль самостійної роботи студентів зі сторони викладача. Упродовж семестру викладач, який веде практичні заняття з відповідної навчальної дисципліни проводить консультації для студентів і в індивідуальній бесіді виявляє прогалини у їх знаннях та навичках розв'язування фізичних задач.

Навчально-методичний посібник «Механіка» розрахований на студентів класичних та педагогічних університетів, які навчаються за напрямком підготовки 6.040203 Фізика. Він містить: зміст навчальної дисципліни «Механіка»; список основної та додаткової літератури; теоретичний матеріал, який необхідний студенту для успішного виконання ним розрахунково-графічної роботи; 20 прикладів типових фізичних задач з механіки; розподіл задач за варіантами; 320 задач з різних тем розділу «Механіка»; таблиці деяких фізичних величин. Наведені у посібнику задачі охоплюють практично всю програму і розподілені за приблизно однаковою складністю по 40 варіантам. Номер варіанта для студента визначає викладач.

Під час виконання розрахунково-графічних робіт з механіки необхідно дотримуватись наступних правил:

- 1) опрацювати теоретичний матеріал з відповідного розділу фізики;

- 2) уважно ознайомитися з прикладами розв'язання типових задач з різних тем розділу «Механіка»;
- 3) роботу виконувати у шкільному зошиті, темним чорнилом;
- 4) на титульній сторінці вказати вид самостійної роботи (РГР), назву дисципліни, прізвище, ім'я та по-батькові студента, курс, групу, номер варіанту;
- 5) роботи виконувати акуратно, залишаючи поля для заміток викладача, кожену задачу починати з нової сторінки;
- 6) задачу свого варіанту переписати повністю; провести скорочений запис умови задачі після слова «дано», залишаючи місце для табличних даних; перевести числові значення в СІ, записуючи їх у стандартному вигляді, наприклад число $0,00351 - 3,51 \cdot 10^{-3}$, число $2490 - 2,49 \cdot 10^3$; шукані величини записати зі знаком питання;
- 7) після слова «аналіз» акуратно і чітко виконати рисунок чи графік для пояснення розв'язку задачі;
- 8) розв'язок задачі обов'язково супроводжувати детальним поясненням кожної формули; перетворення проводити до отримання кінцевої формули, у лівій частині якої знаходиться шукана величина, а у правій – символи, що відповідають величинам, які задані в умові задачі;
- 9) після слова «обчислення» підставити числові значення фізичних величин у розрахункову формулу; точність отриманої відповіді не повинна перевищувати тієї точності з якою виміряні величини, що зустрічаються в обчисленні;
- 10) одержавши шукану величину, проаналізувати її, щоб переконатися, що вона відповідає умові задачі.

1. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «МЕХАНІКА»

Відповідно до діючих навчальних програм підготовки бакалаврів спеціальності «Фізика» студенти повинні засвоїти наведений нижче матеріал з навчальної дисципліни «Механіка».

Вступ. Фізика і її зв'язок з іншими науками і технікою. Побудова курсу фізики і коротка характеристика основних його розділів. Матерія. Основні уявлення про матерію в сучасній фізиці. Простір і час – основні форми існування матерії. Предмет і завдання механіки. Короткий історичний огляд розвитку механіки. Системи одиниць. Розмірність фізичних величин.

Кінематика матеріальної точки. Поняття матеріальної точки. Відносність руху. Системи відліку. Радіус-вектор, вектори переміщення, швидкості, прискорення, тангенціальне і нормальне прискорення. Траєкторія руху і пройдений шлях. Перетворення Галілея для координат і швидкостей. Переміщення і шлях при рівномірному і рівнозмінному прямолінійному русі. Рух точки по колу. Кутове переміщення, кутова швидкість, кутове прискорення. Вектори кутової швидкості і кутового прискорення. Зв'язок лінійних і кутових величин.

Динаміка матеріальної точки. Перший закон Ньютона, його наслідки. Інерціальні системи відліку. Поняття про силу і її вимірювання. Принцип незалежності дії сил. Сили в природі. Фундаментальні взаємодії. Маса і її вимірювання. Адитивність маси. Другий закон Ньютона, його наслідки. Імпульс. Сила як похідна імпульсу по часу. Третій закон Ньютона, його наслідки. Застосування законів ньютонівської динаміки до розв'язування найпростіших задач: рух при наявності сили тяжіння, вага і невагомість. Принцип відносності Галілея.

Динаміка системи матеріальних точок. Система матеріальних точок. Сили зовнішні і внутрішні. Рух системи матеріальних точок. Центр мас. Координати центра мас. Замкнуті системи. Закон збереження імпульсу замкнутої системи матеріальних точок. Реактивний рух. Рівняння Мещерського

та Ціолковського. Внесок українських вчених у розвиток космонавтики: роботи Кибальчича, Корольова та інших.

Робота сили. Потужність. Закони збереження. Робота сили. Потужність. Консервативні і неконсервативні сили і системи. Незалежність роботи консервативної сили від траєкторії. Потенціальна енергія. Зв'язок сили з потенціальною енергією. Кінетична енергія. Внутрішня енергія. Закон збереження енергії в консервативній системі. Застосування законів збереження імпульсу і енергії до аналізу пружної та непружної взаємодії тіл.

Момент імпульсу матеріальної точки відносно довільного центру, момент сили. Момент імпульсу системи матеріальних точок, закон збереження моменту імпульсу замкнутої системи. Рівняння моментів. Роль законів збереження у фізиці.

Механіка твердого тіла. Тверде тіло як система матеріальних точок. Абсолютно тверде тіло. Поступальний, обертальний та плоскопаралельний рух абсолютно твердого тіла. Миттєві вісі обертання. Поняття про ступені вільності і зв'язки. Обертання відносно нерухомої вісі. Пара сил, момент пари сил. Момент інерції. Момент імпульсу твердого тіла. Закон динаміки для твердого тіла, що обертається. Теорема Штейнера. Закон збереження моменту імпульсу твердого тіла, приклади його прояву. Поняття про обертання твердого тіла навколо нерухомої точки. Вільні вісі обертання. Гіроскоп. Умови рівноваги твердого тіла. Види рівноваги. Центр тяжіння.

Рух при наявності сил тертя і пружності. Всесвітнє тяжіння. Сили тертя. Сухе тертя. Тертя спокою і тертя ковзання, закони Кулона-Амонтона і Дерягіна. Тертя кочення. Значення сил тертя в природі і техніці.

Пружні властивості твердих тіл. Види пружних деформацій. Закон Гука для різних деформацій: односторонній розтяг, стискання, зсув, згин, кручення. Модулі пружності, коефіцієнт Пуассона. Межа пружності. Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла. Густина енергії.

Рух планет. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння. Постійна гравітації і її вимірювання. Гравітаційна і інертна маси. Поняття про поле

тяжіння. Напруженість і потенціал поля тяжіння. Однорідне і центральне поле. Застосування закону збереження енергії до руху в центральному гравітаційному полі. Перша, друга і третя космічні швидкості. Досягнення вітчизняної науки і техніки в галузі освоєння і дослідження космічного простору.

Механіка рідин і газів. Завдання гідроаеромеханіки. Тиск у рідинах і газах. Вимірювання тиску. Розподіл тиску в рідинах і газах, що знаходяться в стані спокою. Закон Паскаля. Сила Архімеда. Умови плавання тіл. Ідеальна рідина. Стаціонарний рух рідин. Рівняння нерозривності струменя. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини і його наслідки. Формула Торічеллі. Реакція витікаючого струменя. Рух тіл у рідинах і газах. Рух тіл у в'язкому середовищі. Формула Стокса. Рух в'язкої рідини. Формула Пуазейля. Ламінарна і турбулентна течії. Число Рейнольдса. Сили, що діють на тіло, яке рухається в рідині. Сила лобового опору і підймальна сила. Підймальна сила крила літака за Жуковським.

Неінерціальні системи відліку (НІСВ). Неінерціальні системи відліку. Опис руху тіла в неінерціальних системах відліку. Сила інерції. Сила інерції в прямолінійно рухомій НІСВ. НІСВ, що рівномірно обертається. Відцентрова сила інерції. Сила Коріоліса. Прояв сил інерції на Землі: залежність ваги тіла від широти місцевості, маятник Фуко.

Елементи спеціальної теорії відносності (СТВ). Уявлення Ньютона про властивості простору і часу. Постулати Ейнштейна. Інваріантність другого закону Ньютона відносно перетворень Галілея. Границі застосування механіки Ньютона. Перетворення Лоренца. Відносність відрізків довжини і проміжків часу в СТВ. Релятивістський закон додавання швидкостей. Релятивістський імпульс. Релятивістська форма другого закону Ньютона. Взаємозв'язок маси і енергії. Закони збереження маси, енергії і імпульсу в СТВ, їх прояв.

Коливання і хвилі. Коливальний рух. Гармонічні коливання. Амплітуда, частота, фаза коливань. Зміщення, швидкість, прискорення точки під час гармонічних коливань. Опис гармонічних коливань: зв'язок коливального і обертового рухів, векторні діаграми. Додавання коливань одного напрямку

з однаковими і різними частотами. Биття. Поняття про спектри і гармонічний (спектральний) аналіз. Додавання взаємно перпендикулярних коливань. Фігури Ліссажу. Рух під дією пружних і квазіпружних сил. Рівняння руху найпростіших механічних коливальних систем без тертя: пружний, математичний, фізичний і крутильний маятники. Власна частота коливань. Кінетична, потенціальна і повна енергія тіла, що коливається. Рівняння руху коливальних систем з тертям; затухаючі коливання. Коефіцієнт затухання, логарифмічний декремент, добротність, їх зв'язок з параметрами коливальної системи. Вимушені коливання. Енергетичні співвідношення при вимушених коливаннях. Резонанс. Поняття про лінійні та нелінійні коливання системи. Автоколивання. Роль механічних коливань у техніці. Поняття про коливання в зв'язаних системах. Розповсюдження коливань в однорідному пружному середовищі. Повздовжні і поперечні хвилі. Швидкість розповсюдження хвиль. Хвильовий фронт. Плоскі, циліндричні і сферичні хвилі. Рівняння плоскої гармонічної рухомої хвилі. Миттєвий розподіл зміщень, швидкостей, деформацій в рухомій хвилі. Енергія рухомої хвилі. Потік енергії. Вектор Умова. Інтенсивність хвиль. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Миттєвий розподіл відносних зміщень і швидкостей в стоячій хвилі. Енергетичне співвідношення в стоячій хвилі.

Основи акустики. Природа звуку. Швидкість звуку в твердих тілах, рідинах і газах. Вимірювання швидкості звуку. Акустичний тиск і швидкість частинок в звуковій хвилі. Інтенсивність звуку. Джерела і приймачі звуку. Звукові хвилі в струнах і трубах. Коливання мембрани. Телефон, мікрофон, динамік. Акустичний резонанс. Ефект Доплера. Голосовий і слуховий апарати людини. Запис і відтворення звуку. Аналіз і синтез звуків. Ультразвук і його застосування. Поняття про інфразвуки.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Під час вивчення теоретичного матеріалу рекомендуємо користуватися наступною літературою:

2.1. Основна література

1. Кучерук І.М. Загальний курс фізики: Навчальний посібник / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. – Т.1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с.
2. Дущенко В.П. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка / В.П. Дущенко, І.М. Кучерук. – К.: Вища школа, 1993. – 431с.
3. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2003. – 506 с.
4. Цедрик М.С. Сборник задач по физике / М.С. Цедрик. – М.: Просвещение, 1989. – 270 с.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 352 с.
6. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы: Учеб. пособие для студентов вузов / Б.С. Беликов. – М.: Высшая школа, 1986. – 256 с.
7. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1978. – 352 с.

2.2. Додаткова література

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1989. – 576с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. – Т.1 / И.В. Савельев – М.: Наука, 1982. – 432с.
3. Чертов А.Г. Задачник по физике. Учеб. пособие для студентов вузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 1988. – 527 с.
4. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения / В.А. Балаш. – М.: Просвещение, 1983. – 432с.

3. ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ, ЯКИЙ НЕОБХІДНИЙ ДЛЯ УСПІШНОГО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ З «МЕХАНІКИ»

3.1. Кінематика матеріальної точки

Положення матеріальної точки в просторі задається радіус-вектором:
 $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, де \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – одиничні вектори напрямів (орти); $x(t)$,
 $y(t)$, $z(t)$ – координати точки, які можуть змінюватись з часом t .

Середня швидкість руху частинки: $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \vec{v}(t) dt$,

де $\Delta \vec{r}$ – переміщення точки, Δt – інтервал часу, за який відбулося переміщення,
 $\vec{v}(t)$ – миттєва швидкість частинки.

Миттєва швидкість частинки:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k},$$

де $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ – проекції швидкості $\vec{v}(t)$ на осі координат,

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}; \quad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}; \quad v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}.$$

Модуль вектора швидкості:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

Закон додавання швидкостей Галілея: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$, де \vec{v} – швидкість
матеріальної точки відносно нерухомої системи відліку (абсолютна швидкість),
 \vec{v}' – швидкість точки відносно рухомої системи відліку (відносна швидкість),
 \vec{v}_0 – швидкість рухомої системи відліку відносно нерухомої (переносна
швидкість).

Середнє прискорення матеріальної точки:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \vec{a}(t) dt,$$

де $\Delta \vec{v}$ – приріст швидкості за час Δt , $\vec{a}(t)$ – миттєве прискорення матеріальної
точки.

Миттєве прискорення матеріальної точки:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2}.$$

У проекціях на координатні вісі вектор прискорення:

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j} + a_z(t)\vec{k},$$

$$\text{де } a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}; \quad a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}; \quad a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2}.$$

Модуль прискорення:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Для рівномірного прямолінійного руху матеріальної точки ($\vec{a}(t) = 0$):

$x = x_0 + v_x t$ – рівняння руху; $s = x - x_0 = v t$ – шлях, який пройшла точка за час t .

Для рівноприскореного прямолінійного руху матеріальної точки

($\vec{a}(t) = \text{const}$): $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{at^2}{2}$ – рівняння руху; $s = x - x_0 = v_{0x} t + \frac{at^2}{2}$ – шлях, який

пройшла точка за час t ; $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ – швидкість точки.

Для криволінійного руху прискорення зручно представляти у вигляді

двох взаємно ортогональних векторів: $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$; $\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$,

де $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ – тангенціальне прискорення, $a_n = \frac{v^2}{R}$ – нормальне (доцентрове)

прискорення, R – локальний радіус кривизни траєкторії.

Середня кутова швидкість частинки:

$$\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t},$$

де $\Delta \vec{\varphi}$ – кутове переміщення точки, Δt – інтервал часу, за який відбулося переміщення.

Миттєва кутова швидкість частинки:

$$\vec{\omega} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Напрямок вектора $\Delta\vec{\omega}$ визначається за правилом правого гвинта: якщо гвинт обертається в напрямку руху частинки, то його поступальний рух покаже напрям кутового переміщення.

Середнє кутове прискорення частинки:

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t},$$

де $\Delta\vec{\omega}$ – зміна кутової швидкості, Δt – інтервал часу, за який відбулася ця зміна.

Миттєве кутове прискорення:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

За прискореного обертання вектори $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\omega}$ збігаються за напрямом; за сповільненого обертання вектори $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\omega}$ протилежно направлені.

Для рівномірного обертального руху $a_\tau = 0$, тоді $\vec{a} = \vec{a}_n$.

Кінематичне рівняння обертального руху:

а) рівномірного: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$;

б) рівнозмінного: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Зв'язок між лінійними і кутовими величинами:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}], \quad \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}], \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{r},$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений від миттєвого центра кривизни траєкторії до частинки.

У випадку обертального руху кутова швидкість дорівнює:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де n – частота обертання: $n = \frac{N}{t}$, (N – число обертів за час t). Період

обертання: $T = \frac{t}{N}$. Отже, $T = \frac{1}{n}$.

3.2. Динаміка матеріальної точки

Імпульс матеріальної точки: $\vec{p} = m\vec{v}$. Імпульс системи матеріальної точки:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i,$$

де \vec{p}_i – імпульс i -ї матеріальної точки.

Закон руху частинки:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

де \vec{F} – рівнодіюча всіх сил, що діють на матеріальну точку. За умови, що

$$m = \text{const}, \text{ маємо } \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{a} = \vec{F}.$$

3.3. Сили тертя. Пружні сили. Закон всесвітнього тяжіння

Сила тертя спокою:

$$0 \leq F_{mc} \leq F_{mk},$$

де F_{mk} – сила тертя ковзання.

Сила тертя ковзання (закон Кулона-Амонтона):

$$F_{mk} = \mu N,$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання, N – сила нормального тиску.

Сила тертя кочення:

$$F_{m.koch} = \mu_k \cdot \frac{N}{R},$$

де μ_k – коефіцієнт тертя кочення, R – радіус тіла, що котиться.

Сила пружності (закон Гука):

$$F_x = -k\Delta l,$$

де k – коефіцієнт пружності, Δl – абсолютна деформація тіла.

Закон Гука для деформації розтягу (стиску):

$$\sigma_n = E\varepsilon,$$

де σ_n – нормальна механічна напруга ($\sigma_n = \frac{F}{S}$), E – модуль Юнга, ε – відносна

повздовжня деформація ($\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$).

Руйнівна сила:

$$F = \sigma_m \cdot S,$$

де σ_m – межа міцності, S – площа поперечного перерізу тіла.

Відносна зміна об'єму в разі повздовжньої деформації

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu) \frac{\sigma}{E},$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

Коефіцієнт Пуассона:

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon},$$

де ε' – відносна поперечна деформація ($\varepsilon = \frac{\Delta d}{d} = \beta \sigma_n$), β – коефіцієнт поперечного стиснення внаслідок повздовжнього розтягу.

Закон Гука для деформації зсуву:

$$\sigma_\tau = G \cdot \varphi,$$

де σ_τ – тангенціальна механічна напруга, G – модуль зсуву, φ – кут зсуву.

Модуль Юнга E , модуль зсуву G і коефіцієнт Пуассона μ зв'язані співвідношенням:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)},$$

Кут закручення дротини:

$$\varphi = \frac{2Ml}{\pi GR^4},$$

де M – крутильний момент, l – довжина дротини, R – радіус дротини.

Потенціальна енергії пружної деформації розтягу(стиску):

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon^2 \cdot E \cdot V,$$

де V – об'єм тіла.

Закон всесвітнього тяжіння:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де \vec{F} – сила взаємодії двох частинок, G – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих частинок, \vec{r} – вектор, який визначає положення другої частинки відносно першої.

3.4. Механіка твердого тіла

Момент інерції матеріальної точки масою m , що обертається навколо осі:

$$J = mr^2,$$

де r – відстань від точки до осі.

Момент інерції твердого тіла відносно осі:

$$J_z = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV,$$

де ρ – густина тіла.

Момент інерції:

а) суцільного однорідного циліндра (диска) відносно осі циліндра (диска):

$$J = \frac{1}{2}mr^2,$$

де r – радіус циліндра (диска), m – його маса;

б) пустотілого циліндра (кільця) з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім радіусом R_2 відносно осі, що збігається з віссю циліндра (кільця):

$$J = m \frac{R_1^2 + R_2^2}{2};$$

в) тонкостінного циліндра (тонкого кільця) радіуса r відносно осі, що збігається з віссю циліндра (кільця):

$$J = mr^2;$$

г) однорідного стрижня, що має довжину l і масу m , відносно осі, що проходить через центр його мас перпендикулярно до осі стрижня:

$$J = \frac{1}{12}ml^2;$$

д) однорідного стрижня, що має довжину l і масу m , відносно осі, що проходить через один з його кінців перпендикулярно до осі стрижня:

$$J = \frac{1}{3}ml^2;$$

е) однорідної кулі масою m і радіуса r відносно осі, що проходить через центр кулі:

$$J = \frac{2}{5}mr^2;$$

ж) куба, з ребром a і масою m відносно осі, що проходить через центр мас куба і перпендикулярна до його сторони:

$$J = \frac{1}{6}ma^2.$$

Теорема Гюйгенса-Штейнера:

$$J = J_0 + md^2,$$

де J – момент інерції тіла відносно довільної осі, J_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас і паралельна даній, d – відстань між осями.

Момент сили відносно деякої вісі OZ :

$$M_z = F_{\perp}l,$$

де F_{\perp} – проекція сили \vec{F} на площину, яка є перпендикулярною до вісі OZ , l – плече сили.

Момент імпульсу твердого тіла відносно нерухомої вісі обертання OZ :

$$L_z = J_z \omega,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі OZ , ω – кутова швидкість тіла.

Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі:

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \vec{M}_{z\text{зовн}},$$

де $\vec{M}_{z\text{зовн}}$ – геометрична сума моментів зовнішніх сил, що діють на тіло.

Якщо момент інерції не змінюється, то

$$J \vec{\varepsilon} = \vec{M}_{z\text{зовн}},$$

де $\vec{\varepsilon}$ – кутове прискорення ($\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$).

3.5. Робота сили. Потужність. Закони збереження

Робота сили (механічна робота) визначається формулою:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{F} d\vec{r}) = F \cdot r \cos \alpha ,$$

де \vec{F} – сила, яка виконує роботу, dr – довжина елементарного переміщення, α – кут між векторами \vec{F} і $d\vec{r}$.

Потужність:

$$P = \frac{dA}{dt} \quad \text{або} \quad P = (\vec{F}, \vec{v}) = F \cdot v \cdot \cos \alpha ,$$

де v – миттєва швидкість матеріальної точки.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$U = \frac{k(\Delta l)^2}{2} .$$

Потенціальна енергія тіла масою m , що знаходиться над поверхнею Землі на висоті h ($h \ll R_3$, R_3 – радіус Землі) визначається за формулою: $U = mgh$.

Зв'язок між потенціальною енергією частинки та силою, що діє на неї у даній точці простору поля:

$$\vec{F} = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right) .$$

Робота гравітаційної сили притягання під час переміщення частинки в центрально-симетричному полі тяжіння:

$$A = GMm \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = U_1 - U_2 ,$$

де G – гравітаційна стала, M – маса джерела поля, m – маса частинки, r_1 і r_2 – відповідно початкова і кінцева відстані від центра джерела, U – потенціальна енергія гравітаційної взаємодії.

Робота зовнішньої сили під час переміщення тіла поблизу поверхні Землі:

$$A = mg\Delta h .$$

Робота сили пружності під час деформації пружини:

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} ,$$

де x_1, x_2 – відповідно початкова і кінцева абсолютні деформації пружини.

Кінетична енергія тіла, що рухається прямолінійно:

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі:

$$T = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Кінетична енергія тіла в разі плоского руху:

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2},$$

де v_c – швидкість центра мас, J_c – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас.

Закон збереження повної механічної енергії для консервативної системи:

$$E_k + E_n = const,$$

де E_k і E_n – відповідно кінетична та потенціальна енергії системи.

Закон збереження імпульсу: за умови $\vec{F} = 0$,

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const.$$

Закон збереження моменту імпульсу: за умови $\vec{M} = 0$,

$$\vec{L} = const \text{ або } J\vec{\omega} = const.$$

Робота зовнішньої сили при обертанні твердого тіла: $dA = M_\omega d\varphi$,

де M_ω – проекція моменту сили на напрям вектора ω .

Закони збереження імпульсу і енергії для:

а) абсолютно пружного зіткнення:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2; \\ \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}; \end{cases}$$

б) абсолютно непружного зіткнення:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}; \\ \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + Q. \end{cases}$$

Під час абсолютно пружного зіткнення:

а) швидкість першого тіла після удару:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

б) швидкість другого тіла після удару:

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

Під час абсолютно непружного зіткнення швидкість тіл після удару:

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Таблиця 1. Аналогія між поступальним та обертальним рухами

Назва рівнянь та фізичних величин	Поступальний рух	Обертальний рух
Система кінематичних рівнянь руху	$\begin{cases} x = x_0 + v_0t \pm \frac{at^2}{2}, \\ v = v_0 \pm at, \\ a = const \end{cases}$	$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \\ \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \\ \varepsilon = const \end{cases}$
Міра інертності	m – маса	$J = \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2$ – момент інерції
Причина руху	\vec{F} – сила	\vec{M} – момент сили
Основне рівняння динаміки	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$
Кількість руху	$\vec{p} = m\vec{v}$ – імпульс	$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ – момент імпульсу
Зміна кількості руху	$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ – другий закон Ньютона	$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}$ – основне рівняння динаміки обертального руху
Закон збереження кількості руху	Закон збереження імпульсу: $\sum_{i=1}^n \vec{p} = const$	Закон збереження моменту імпульсу: $\sum_{i=1}^n \vec{L} = const$
Кінетична енергія	$E_k = \frac{mv^2}{2}$	$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$
Теорема про зміну кінетичної енергії	$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \sum_{i=1}^n A_i$, де A_i – робота зовнішніх сил	$\frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2} = \sum_{i=1}^n A_i$, де A_i – робота моментів зовнішніх сил
Робота	$A = Fs$	$A = M\Delta\varphi$

3.6. Механіка рідин і газів

Рівняння нерозривності течії:

$$v_i s_i = \text{const} ,$$

де s_i – площа i -го поперечного перерізу, v_i – швидкість ідеальної рідини при стаціонарному русі на цьому перерізі.

Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const} ,$$

де ρ – густина рідини, v – її швидкість, g – прискорення вільного падіння, p – статичний тиск.

Формула Торрічеллі:

$$v = \sqrt{2gh} ,$$

де v – швидкість витікання рідини з отвору, який знаходиться на висоті h до вільної поверхні рідини.

Сила реакції рідини, що витікає (реактивна сила):

$$F = 2\rho gh \cdot S ,$$

де S – площа перерізу отвору.

Сила, що діє на занурене в рідину (газ) тіло (закон Архімеда):

$$F_A = \rho g V ,$$

де ρ – густина рідини (газу), V – об'єм зануреної частини тіла (об'єм рідини або газу, яку витіснило тіло).

Сила в'язкого тертя (закон Ньютона):

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| \cdot S ,$$

де η – динамічна в'язкість рідини, S – площа поверхні контакту шарів рідини; $\left| \frac{dv}{dx} \right|$ – модуль градієнта швидкості (у напрямку нормалі до осі Ox).

Сила опору, що діє на рухому кульку у в'язкому середовищі або при обтіканні речовини нерухомої кульки (закон Стокса):

$$F = 6\pi\eta r v ,$$

де r – радіус кульки, v – швидкість руху кульки або швидкість обтікаючої речовини.

При ламінарній течії об'єм рідини (газу) V , що протікає за час t крізь трубку завдовжки l і радіуса R визначається за формулою Пуазейля:

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8l\eta} t,$$

де Δp – різниця тисків на кінцях трубки.

Лобовий опір тіла, що міститься в ламінарному потоці в'язкої рідини:

$$F = \eta \nu r,$$

де ν – швидкість течії, r – коефіцієнт, що залежить від форми і розмірів тіла.

Для турбулентного потоку при великих швидкостях течії лобовий опір:

$$F = C_x S \rho \nu^2,$$

де C_x – коефіцієнт лобового опору, що залежить від форми тіла та числа Рейнольдса, S – найбільша площа перерізу тіла перпендикулярна до потоку течії, ρ – густина середовища.

Число Рейнольдса

$$R_e = \frac{\rho \nu l}{\eta} = \frac{\nu l}{\nu},$$

де l – величина, що характеризує лінійні розміри тіла, ν – кінематична в'язкість ($\nu = \eta/\rho$).

3.7. Рух тіл в неінерціальних системах відліку

Рівняння руху частинки відносно неінерціальної системи відліку K'

$$m\vec{a}' = \vec{F}' + \vec{F}'_{in},$$

де \vec{a}' – прискорення частинки в системі відліку K' , \vec{F}' – рівнодійна всіх сил, що діють на частинку з боку інших тіл, \vec{F}'_{in} – сила інерції.

Рівняння руху частинки в неінерціальній системі, що обертається зі сталою кутовою швидкістю ω відносно нерухомої осі:

$$m\vec{a}' = \vec{F}' + m\omega^2 \vec{r} + 2m[\vec{v}', \vec{\omega}],$$

де \vec{r} – вектор, що лежить у площині обертання і проведений від осі обертання до частинки, \vec{v}' – швидкість частинки відносно системи відліку K' .

Сила Коріоліса:

$$F_k = -2m[\vec{\omega}, \vec{v}'].$$

3.8. Елементи спеціальної теорії відносності (СТВ)

Перетворення Лоренца у випадку, коли система відліку K' , рухається зі швидкістю \vec{v} в заданому напрямку осі Ox системи K (осі Ox' і Ox – збігаються, осі Oy' і Oy та Oz' і Oz паралельні одна одній).

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Релятивістське скорочення довжини тіла: $l' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, де l – довжина тіла в системі відліку K .

Сповільнення ходу годинника, що рухається: $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, де Δt – інтервал часу

в системі відліку K .

Релятивістська маса та релятивістський імпульс:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$
$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Рівняння релятивістської динаміки частинки:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

Енергія релятивістської частинки:

а) енергія спокою:

$$E_0 = m_0 c^2;$$

б) повна енергія:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + E_k;$$

в) кінетична енергія:

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Зв'язок між енергією та імпульсом релятивістської частинки:

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4,$$

$$p^2c^2 = E_k(E_k + 2m_0c^2).$$

3.9. Механічні коливання і хвилі. Елементи акустики

Гармонічне коливання описується законом:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ або } x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де x – значення величини, що здійснює коливання, у даний момент часу t ,
 A – амплітуда коливань, $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза коливань, ω_0 – циклічна частота
 ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, T – період), φ_0 – початкова фаза коливань.

У подальших формулах використовується закон косинуса.

Швидкість коливального руху:

$$\dot{x}(t) = v_x(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}).$$

Прискорення коливального руху:

$$\ddot{x}(t) = \dot{v}(t) = a(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Кінетична енергія коливальної системи:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенціальна енергія коливальної системи:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна енергія коливальної системи:

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

Додавання двох гармонічних коливань однакового напрямку з однаковими частотами:

а) амплітуда результуючого коливання:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) початкова фаза результуючого коливання:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2};$$

Рівняння траєкторії точки, що одночасно бере участь у двох коливаннях однакової частоти, напрями яких є взаємно перпендикулярними:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2 \frac{xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Вільні коливання простих коливальних систем описуються диференціальним рівнянням:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Періоди гармонічних коливань простих коливальних систем:

а) пружинний маятник з коефіцієнтом жорсткості k і масою m :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

б) математичний маятник завдовжки l :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

в) фізичний маятник з моментом інерції J відносно осі коливань і відстанню a від центра мас тіла до точки підвісу:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mag}};$$

г) крутильний маятник з моментом інерції J відносно осі коливань і модулем кручення D :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}.$$

Диференціальне рівняння затухаючих коливань:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

його розв'язок (для $\beta < \omega_0$) $x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$, де β – коефіцієнт затухання, ω – циклічна частота затухаючих коливань ($\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$).

Коефіцієнт затухання:

$$\beta = \frac{r}{2m},$$

де r – коефіцієнт опору.

Логарифмічний декремент затухання:

$$\delta = \beta T.$$

Добротність коливальної системи:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

Диференціальне рівняння вимушених коливань:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

де $f_0 = \frac{F_0}{m}$, F_0 – амплітуда зовнішньої сили. Рівняння руху:

$$x = A \cos(\omega t - \varphi),$$

де φ – зсув фаз між силою і зміщенням.

Амплітуда вимушених коливань:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Резонансна частота:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Резонансна амплітуда:

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Рівняння плоскої стаціонарної хвилі:

$$\xi = A \sin(\omega t - kx),$$

де k – хвильове число, $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$; тут λ – довжина хвилі, v – фазова швидкість

поширення хвилі, $v = \frac{dx}{dt}$.

Фазова швидкість поздовжніх пружних хвиль у твердих тілах:

$$v_{поз} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга, ρ – густина середовища.

Фазова швидкість поширених хвиль у твердих тілах:

$$v_{\text{фаз}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

де G – модуль зсуву.

Швидкість зсуву в ідеальних газах (формула Лапласа):

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}},$$

де γ – показник адіабати ($\gamma = \frac{c_p}{c_v}$); R – універсальна газова стала,

T – температура, μ – молярна маса газу, P і ρ – тиск і густина газу.

Швидкість поперечних хвиль у струні:

$$v = \sqrt{\frac{F_n}{\rho S}},$$

де F_n – сила натягу струни; ρ – густина матеріалу струни, S – площа її поперечного перерізу.

Рівень гучності у децибелах (дБ):

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0},$$

де I – інтенсивність звуку; I_0 – поріг гучності ($I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$).

Затухання хвилі у децибелах:

$$L_{12} = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_2}.$$

Акустичний ефект Доплера:

$$v = v_0 \frac{v_{\text{зб}} \pm v_{\text{пр}}}{v_{\text{зб}} \mp v_{\text{джер}}},$$

де v – частота, що реєструє приймач, v_0 – частота, що випромінює джерело, $v_{\text{зб}}$ – швидкість звуку, $v_{\text{пр}}$ і $v_{\text{джер}}$ – відповідно швидкості приймача і джерела звуку відносно середовища, в якому поширюються звукові хвилі. Верхні знаки беруть у разі зближення джерела приймача, нижні – віддалення.

4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ З МЕХАНІКИ

2.4.1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $\vec{r}(t) = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, де \vec{i} , \vec{j} – орти осей x і y . Визначити для моменту часу $t = 1c$:
1) модуль швидкості; 2) модуль прискорення.

Дано:	Аналіз
$\vec{r}(t) = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$	За означенням миттєва швидкість
$t = 1c$	визначається за формулою:
$v - ?$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}) = 3t^2\vec{i} + 6t\vec{j}.$
$a - ?$	Миттєве прискорення матеріальної точки

визначається:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2\vec{i} + 6t\vec{j}) = 6t\vec{i} + 6\vec{j}.$$

З врахуванням, що $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$, маємо $v_x = 3t^2$, $v_y = 6t$.

Оскільки $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, то $v = \sqrt{(3t^2)^2 + (6t)^2} = \sqrt{9t^4 + 36t^2} = 3t\sqrt{t^2 + 4}$.

Відповідно для прискорення: $a_x = 6t$, $a_y = 6$ і $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

Отже, $a = \sqrt{(6t)^2 + 6^2} = \sqrt{36t^2 + 36} = 6\sqrt{t^2 + 1}$.

Обчислення:

$$v = 3 \cdot 1 \sqrt{1^2 + 4} \approx 6,72 (м/с), \quad a = 6 \sqrt{1^2 + 1} = 8,4 (м/с^2).$$

Відповідь: модуль швидкості для моменту часу $t = 1c$ рівний $v \approx 6,72 м/с$, а модуль прискорення $a = 8,4 м/с^2$.

2.4.2. Колесо автомашини обертається рівносповільнено. За час $t = 2 хв$ воно змінило частоту від 240 до $60 хв^{-1}$. Визначити: 1) кутове прискорення колеса; 2) число повних обертів, за цей час.

Дано:	СІ	Аналіз
$t = 2 \text{ хв}$	$1,2 \cdot 10^2 \text{ с}$	Кутова швидкість під час обертального руху змінюється за законом: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$.
$v_0 = 240 \text{ хв}^{-1}$	4 Гц	
$v = 60 \text{ хв}^{-1}$	1 Гц	
$\varepsilon - ?$		Враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, то $2\pi\nu = 2\pi\nu_0 + \varepsilon t$. Остаточню:
$N - ?$		

Кінематичне рівняння обертального руху: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$, де $\varphi - \varphi_0$ – кутове переміщення матеріальної точки. Згідно умови задачі: $\varphi - \varphi_0 = 2\pi N$.

Враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, то $2\pi N = 2\pi\nu_0 t + \frac{2\pi(\nu - \nu_0)t^2}{2}$. Звідки

$$N = \nu_0 t + \frac{(\nu - \nu_0)t}{2}.$$

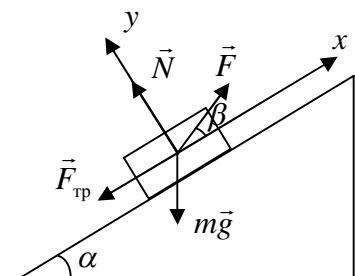
Обчислення:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3,14(1 - 4)}{120} = -0,157 \text{ (рад/с}^2\text{)}, \quad N = 4 \cdot 1,2 \cdot 10^2 + \frac{(1 - 4) \cdot 1,2 \cdot 10^2}{2} = 300.$$

Відповідь: кутове прискорення колеса $\varepsilon = -0,157 \text{ рад/с}^2$, кількість повних обертів колеса $N = 300$.

2.4.3. Уздовж похилої площини, що утворює з горизонтом кут α , піднімають тіло. Коефіцієнт тертя становить μ . Під яким кутом β до похилої площини потрібно спрямувати силу, щоб вона була найменшою?

Дано:	Аналіз
α	Оскільки в умові задачі не зазначено, що тіло рухається з прискоренням, то вважатимемо рух тіла рівномірним ($v = \text{const}$ і $a = 0$).
μ	
$\beta - ?$	



Згідно з другим законом Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0.$$

Спроекуємо сили на координатні вісі Ox і Oy .

$$Ox: -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha + F \cos \beta = 0.$$

$$Oy: N + F \sin \beta - mg \cos \alpha = 0.$$

За означенням $F_{\text{тр}} = \mu N$ і, враховуючи, що $N = mg \cos \alpha - F \sin \beta$, маємо

$$\mu(mg \cos \alpha - F \sin \beta) + mg \sin \alpha = F \cos \beta.$$

З отриманого рівняння виокремимо силу F : $F = \frac{mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \beta + \mu \sin \beta}$.

Сила F буде мінімальною, якщо знаменник матиме максимальне значення. Залежність сили F від кута β дослідимо на екстремум. Першу похідну від знаменника прирівняємо до нуля і отримаємо:

$$(\cos \beta + \mu \sin \beta)' = -\sin \beta + \mu \cos \beta = 0, \text{ звідси } \beta = \arctg \mu.$$

Ми знайшли критичну точку функції $\beta = \arctg \mu$. Друга похідна від знаменника при $0 \leq \mu < 1$ менша за нуль. Це означає, що точка є максимумом. А отже сила F , прикладена до тіла, має мінімальне значення.

Відповідь: сила повинна бути спрямована під кутом $\beta = \arctg \mu$ до похилої площини.

2.4.4. Знайти першу космічну швидкість для Землі, тобто мінімальну швидкість, яку треба надати тілу, щоби вивести його на навколосемну орбіту.

Дано:

$$g = 9,81 \text{ м/с}^2$$

$$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$v - ?$

Аналіз

На супутник масою m , що рухається по колу радіуса $R+h$, діє лише сила тяжіння F . Ця сила направлена до центру Землі і рівна $G \frac{mM}{(R+h)^2}$. За другим законом Ньютона:

$$G \frac{mM}{(R+h)^2} = ma, \text{ де } M - \text{ маса Землі, } R - \text{ радіус Землі. Під час}$$

рівномірного обертання по колу супутник має лише доцентрове прискорення

$$a = \frac{v^2}{R+h}. \text{ Тоді } G \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h}. \text{ Звідки } v = \sqrt{G \frac{M}{R+h}} = \sqrt{g (R+h)}.$$

Поблизу поверхні Землі $h \ll R$ і тоді

$$v = \sqrt{gR}.$$

Обчислення:

$$v = \sqrt{9,81 \cdot 6,4 \cdot 10^6} \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{M}{c} \approx 7,9 (км/с).$$

Відповідь: перша космічна швидкість $v \approx 7,9 км/с$.

2.4.5. Кли́н з кутом при основі α може без тертя переміщатися по гладенькій горизонтальній поверхні. Дослідити, при якому співвідношенні мас m_1 і m_2 вантажів, зв'язаних ниткою, перекинutoю через блок, клин буде :

- а) переміщатися вправо;
- б) переміщатися вліво;
- в) залишатись нерухомим.

Коефіцієнт тертя між вантажем m_2 і клином рівний k .

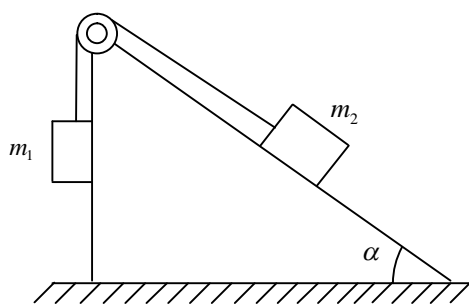
Дано:

α

m_1

m_2

$\frac{m_1}{m_2} - ?$



виконуватись

умова

$$m_2 g \sin \alpha \geq m_1 g + k m_2 g \cos \alpha.$$

Звідки

$$\sin \alpha \geq \frac{m_1}{m_2} + k \cos \alpha; \quad \frac{m_1}{m_2} \leq -k \cos \alpha + \sin \alpha.$$

За цієї умови клин буде рухатися ліворуч.

б) Щоб вантаж маси m_2 рухався ліворуч, повинна виконуватись умова

$$m_1 g \geq m_2 g \sin \alpha + k m_2 g \cos \alpha \quad \text{або} \quad \frac{m_1}{m_2} \geq \sin \alpha + k \cos \alpha.$$

Клин при цьому буде рухатися вправоруч.

Аналіз

Клин почне рухатися лише у тому випадку, коли будуть рухатися вантажі.

а) Щоб вантаж маси m_2 рухався вправоруч, повинна

в) Аналізуючи перші два випадки, приходимо до висновку, що для того, щоб клин залишався нерухомим, відношення мас вантажів повинно задовольняти нерівність $\sin\alpha - k\cos\alpha \leq \frac{m_1}{m_2} \leq \sin\alpha + k\cos\alpha$.

Відповідь: $\frac{m_1}{m_2} \geq \sin\alpha + k\cos\alpha$ – клин переміщується вправоруч,

$\frac{m_1}{m_2} \leq -k\cos\alpha + \sin\alpha$ – клин переміщується ліворуч, $\sin\alpha - k\cos\alpha \leq \frac{m_1}{m_2} \leq \sin\alpha + k\cos\alpha$

– клин залишається нерухомим.

2.4.6. Мідна дротина площею поперечного перерізу $S = 8\text{мм}^2$ під дією сили F розтягнулася так, як і при нагріванні на 30К . Враховуючи, що модуль Юнга для міді $E = 118\text{ГПа}$ і коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{К}^{-1}$, визначити числове значення цієї сили.

Дано:	СІ	Аналіз
$S = 8\text{мм}^2$	$8 \cdot 10^{-6} \text{м}^2$	Закон Гука для деформації розтягу: $\sigma = \varepsilon \cdot E$, де $\sigma = \frac{F}{S}$, а $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, звідси $\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S} \quad (1)$
$\Delta T = 30\text{К}$		
$E = 118\text{ГПа}$	$1,18 \cdot 10^{11} \text{Па}$	
$\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{К}^{-1}$		
$F - ?$		Коефіцієнт лінійного розширення визначається формулою $\alpha = \frac{\Delta l}{l \Delta T} \Rightarrow \Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T \quad (2)$

Прирівнявши формули (1) і (2) маємо

$$\frac{F \cdot l}{E \cdot S} = \alpha \cdot l \cdot \Delta T, \text{ звідси } F = \alpha \cdot E \cdot S \cdot \Delta T$$

Обчислення

$$F = 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 1,18 \cdot 10^{11} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 30 = 481(\text{Н})$$

Відповідь: $F = 481\text{Н}$.

2.4.7. З якою силою F взаємодіє частинка, маса якої m_1 , з тонким однорідним стрижнем, що має масу m_2 і довжину l , якщо вони лежать на одній прямій і ближній кінець стрижня розміщується на відстані a від частинки.

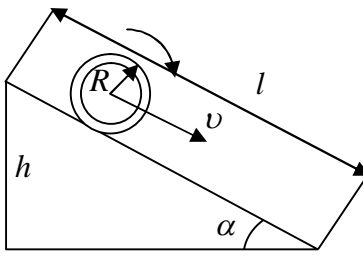
Дано:	Аналіз
a	Силу взаємодії двох точкових тіл масами m_1 і m_2 можна знайти, використовуючи закон всесвітнього тяжіння. Стрижень, який не є точковим тілом, уявно розбиваємо на маленькі частинки dr і закон застосовуємо у такому вигляді: $dF = G \frac{m_1 dm}{r^2}$,
m_1	
m_2	
l	
$F - ?$	де dm – маса елемента довжини стрижня dr ; r – відстань між частинкою і елементом довжини. Величину dm можна знайти з

виразу: $dm = \frac{m_2}{l} dr$. Маємо $dF = G \frac{m_1 m_2}{lr^2} dr$, а $F = \int_a^{a+l} G \frac{m_1 m_2}{lr^2} dr$, звідки

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_a^{a+l} \quad \text{і остаточний результат:} \quad F = G \frac{m_1 m_2}{a(a+l)}.$$

Відповідь: $F = G \frac{m_1 m_2}{a(a+l)}$.

2.4.8. Колесо, радіус якого $R = 30 \text{ см}$ і маса $m = 3 \text{ кг}$ скочується без тертя по похилій площині довжиною $l = 5 \text{ м}$ і кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$. Визначити момент інерції колеса, якщо його швидкість v в кінці руху рівна $4,6 \text{ м/с}$.

Дано:	СІ	Аналіз
$R = 30 \text{ см}$	$3 \cdot 10^{-1} \text{ м}$	За законом збереження енергії маємо:
$m = 3 \text{ кг}$		
$l = 5 \text{ м}$		
$\alpha = 30^\circ$		
$v = 4,6 \text{ м/с}$		
$J - ?$		 $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$ <p>Оскільки в умові задачі задано лінійну швидкість колеса, то використавши заміну:</p>

$\omega = \frac{v}{R}$, одержимо $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Jv^2}{2R^2}$. Враховуючи, що $h = l \sin \alpha$, маємо

$$J = \left(mgl \sin \alpha - \frac{mv^2}{2}\right) \cdot \frac{2R^2}{v^2} = mR^2 \left(\frac{2gl \sin \alpha}{v^2} - 1\right). \text{ Отже, } J = mR^2 \left(\frac{2gl \sin \alpha}{v^2} - 1\right).$$

Обчислення:

$$J = 3 \cdot (3 \cdot 10^{-1})^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10 \cdot 5 \sin 30^\circ}{(4,6)^2} - 1\right) = 0,368 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2\text{)}.$$

Відповідь: момент інерції колеса $J = 0,368 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

2.4.9. Два вантажі масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані невагомою ниткою, перекинutoю через блок масою $m = 1 \text{ кг}$. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і силу натягу T_1 і T_2 нитки, до якої підвішені вантажі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Дано:

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$a = ?$$

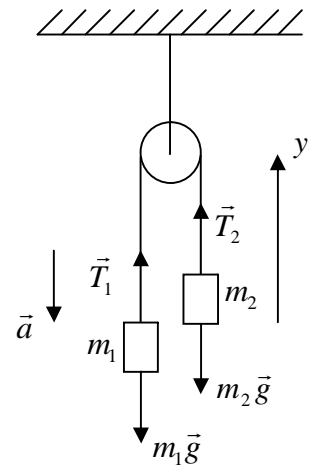
$$T_1 = ?$$

$$T_2 = ?$$

Аналіз

На кожен із вантажів діють дві сили: сила тяжіння, яка направлена вниз, і сила натягу нитки, яка направлена вгору. Рівнодійні цих сил спричиняють рівноприскорений рух тіл. Згідно з другим законом Ньютона, маємо:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}; & (1) \\ m_2 \vec{a} = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g}. & (2) \end{cases}$$



Обертання блоку відбувається згідно основного закону динаміки обертального руху твердого тіла:

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$$

де $M = (T_1 - T_2)R$, $J = \frac{1}{2}mR^2$. Враховуючи, що $\varepsilon = \frac{a}{R}$, де R – радіус блока, маємо

$$(T_1 - T_2)R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a}{R} \quad \text{або} \quad (T_1 - T_2) = \frac{1}{2}ma \quad (3)$$

Спроектувавши рівняння (1) і (2) на вісь y і, додавши до них рівняння (3), отримуємо:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1; \\ m_2 a = T_2 - m_2 g; \\ (T_1 - T_2)R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a}{R}. \end{cases}$$

Із перших двох рівнянь системи визначаємо $T_1 - T_2$ і підставляємо у третє: $\frac{ma}{2} = T_1 - T_2 = m_1(g - a) - m_2(a + g)$. Звідки a :

$$a = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2m_1 + 2m_2 + m}$$

З перших рівнянь системи знаходимо сили натягу нитки:

$$T_1 = m_1(g - a) = \frac{m_1(4m_2 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m}; \quad T_2 = m_2(a + g) = \frac{m_2(4m_1 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m}$$

Обчислення:

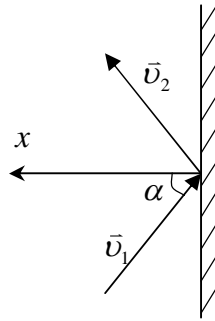
$$a = \frac{2(2-1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{20}{7} = 2,9 \quad (i/n^2);$$

$$T_1 = \frac{2 \cdot (4 \cdot 1 + 1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{100}{7} = 14,3(H); \quad T_2 = \frac{1 \cdot (4 \cdot 2 + 1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{90}{7} = 12,9(H).$$

Відповідь: прискорення, з яким рухаються вантажі, $a = 2,9 \text{ м/с}^2$, сили натягу нитки відповідно: $T_1 = 14,3 \text{ Н}$ і $T_2 = 12,9 \text{ Н}$.

2.4.10. Струмінь води, з площею поперечного перерізу $S = 6 \text{ см}^2$, вдаряється об стінку під кутом $\alpha = 60^\circ$ до нормальні і пружно відбивається від стінки без втрати швидкості. Знайти силу, яка діє на стінку, якщо відомо, що швидкість струменя води $v = 12 \text{ м/с}$.

Дано:	СИ
$S = 6 \text{ см}^2$	$6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$\alpha = 60^\circ$	
$v = 12 \text{ м/с}$	
$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$	10 кг/м^3
<hr/>	
$F = ?$	



Аналіз
Згідно другого закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \text{ де } \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

У проекції на вісь x маємо:

$$\Delta p = 2mv \cos \alpha$$

Оскільки $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot l$, а $l = v \cdot t$,

$$\text{маємо: } F = 2 \cdot \rho \cdot S \cdot v^2 \cdot \cos \alpha$$

Обчислення:

$$F = 2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 144 \cdot 0,5 = 86,4 \text{ (Н)}.$$

Відповідь: $F = 86,4 \text{ Н}$.

2.4.11. Знайти роботу, яку необхідно виконати, щоб збільшити швидкість тіла від 2 м/с до 6 м/с на шляху 10 м , якщо на всій ділянці шляху діє постійна сила тертя $0,2 \text{ кГ}$. Маса тіла рівна $m = 1 \text{ еа}$.

Дано:	СИ
$v_1 = 2 \text{ м/с}$	
$v_2 = 6 \text{ м/с}$	
$S = 10 \text{ м}$	
$F = 0,2 \text{ еА}$	$1,96 \text{ Н}$
$m = 1 \text{ еа}$	
<hr/>	
$A = ?$	

Аналіз

Робота сили, яка діє у напрямку переміщення: $A = F \cdot S$.

Згідно другого закону Ньютона для розглядуваного тіла: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{o?}$. У проекціях на координатну вісь x маємо: $ma = F - F_{o?}$, звідки $F = ma + F_{o?}$. Прискорення тіла

знаходимо за формулою: $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S}$.

$$\text{Остаточно } A = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} + F_{\text{тр}} \cdot S.$$

Обчислення:

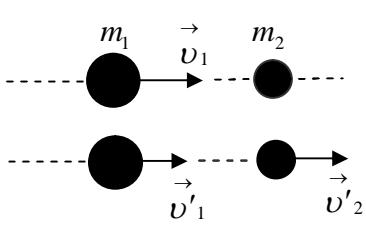
$$A = \frac{1(6^2 - 2^2)}{2} + 1,98 \cdot 10 = 35,8 \text{ (Дж)}.$$

Відповідь: $A = 35,8 \text{ Дж}$.

2.4.12. Тіло масою m починає рухатись під дією сили $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, де \vec{i} , \vec{j} – відповідно одиничні вектори координатних осей X і Y . Визначити потужність $N(t)$, яка розвивається силою в момент часу t .

Дано:	Аналіз
m	Оскільки потужність визначається формулою:
$\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$	$N = \vec{F} \cdot \vec{v}$, а $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j} = m\vec{a}$, то
	$\vec{a} = \frac{1}{m}(2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ або $d\vec{v} = \vec{a}dt$
	Проінтегрувавши даний вираз, маємо:
$N(t) - ?$	$\vec{v} = \int_0^t \vec{a}dt = \frac{1}{m} \int_0^t (2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}) dt = \frac{1}{m}(t^2\vec{i} + t^3\vec{j})$
	Остаточно:
	$N(t) = (2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}) \cdot \frac{1}{m}(t^2\vec{i} + t^3\vec{j}) = \frac{1}{m}(2t^3 + 3t^5)$.
	Відповідь: $N(t) = \frac{1}{m}(2t^3 + 3t^5)$.

2.4.13. При центральному пружному ударі тіло масою m_1 стикається з нерухомим тілом масою m_2 , в результаті чого швидкість першого тіла зменшується в 2 рази. Визначити: 1) у скільки разів маса першого тіла більша за масу другого тіла; 2) кінетичну енергію T'_2 другого тіла після удару, якщо кінетична енергія T_1 першого тіла до удару була рівна 800 Дж.

Дано:	Аналіз
$v'_1 = \frac{v_1}{2}$	Запишемо закони збереження імпульсу і енергії для абсолютно пружного удару двох тіл. Оскільки друге тіло до удару перебувало в стані спокою, то
$T_1 = 800 \text{ Дж}$	
$\frac{m_1}{m_2} - ?$	
$T'_2 - ?$	

Враховуючи, що $\frac{m_1}{m_2} = n$, та $v_1' = \frac{v_1}{2}$, маємо:

$$\begin{cases} n v_1 = n \frac{v_1}{2} + v_2'; \\ \frac{n v_1^2}{2} = \frac{n v_1^2}{8} + \frac{v_2'^2}{2}. \end{cases}$$

З верхнього рівняння $v_2' = n \frac{v_1}{2}$; з нижнього: $v_2'^2 = \frac{3}{4} n v_1^2$.

Оскільки $v_2'^2 = n^2 \frac{v_1^2}{4}$, то $n^2 \frac{v_1^2}{4} = \frac{3}{4} n v_1^2$, звідки $n = 3$. Отже, $\frac{m_1}{m_2} = 3$.

Рівняння (2) запишемо у вигляді: $T_2' = T_1 - T_1'$.

Враховуючи, що $T_1' = \frac{m_1 v_1'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{8} = \frac{T_1}{4}$, тоді $T_2' = T_1 - \frac{T_1}{4} = \frac{3}{4} T_1$. Отже,

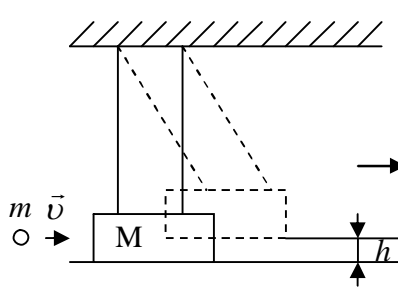
$$T_2' = \frac{3}{4} T_1.$$

Обчислення:

$$T_2' = \frac{3}{4} \cdot 800 \text{ Дж} = 600 \text{ Дж}.$$

Відповідь: маса першого тіла більша за масу другого тіла у $n = 3$ рази, кінетична енергія другого тіла після удару рівна $T_2' = 600 \text{ Дж}$.

2.4.14. Куля масою $m = 15 \text{ г}$, що летить горизонтально зі швидкістю $v = 0,5 \text{ км/с}$, попадає в балістичний маятник масою $M = 6 \text{ кг}$ і застряє в ньому. На яку висоту h підніметься маятник після удару?

Дано:	СІ	
$m = 15 \text{ г}$	$1,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 50%; text-align: right;"> <p>Аналіз</p> </div> </div>
$M = 6 \text{ кг}$		
$v = 0,5 \text{ км/с}$	$5 \cdot 10^2 \text{ м/с}$	
$h = ?$		

Запишемо закони збереження кількості руху і енергії з урахуванням умови задачі: 1) удар непружний; 2) рух здійснюється в одному напрямку; 3) кінетична енергія повністю переходить в потенціальну.

$$\begin{cases} mV = (m + M)u; \\ \frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh, \end{cases}$$

де u – швидкість маятника з кулею.

Розв'язавши систему рівнянь, одержимо:

$$h = \frac{(mV)^2}{2g(m + M)^2}.$$

Обчислення:

$$h = \frac{(1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2)^2}{2 \cdot 10(1,5 \cdot 10^{-2} + 6)^2} = \frac{56,25}{20 \cdot 36,18} = \frac{56,25}{723,6} = 0,078(м).$$

Відповідь: висота, на яку підніметься балістичний маятник, $h = 7,8 \cdot 10^{-2} м$.

2.4.15. Горизонтальна платформа масою 25 кг і радіуса $R = 0,8 \text{ м}$ обертається з частотою $\nu = 18 \text{ хв}^{-1}$. В центрі стоїть людина і тримає у розгорнутих руках вантажі. Вважаючи платформу диском, визначити частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшила свій момент інерції від $J_1 = 3,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $J_2 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Дано:	СІ	Аналіз
$m = 25 \text{ кг}$	0,3с ⁻¹	Оскільки система (людина і платформа) є замкненою, то виконується закон збереження моменту кількості руху $L = const$ або $J\omega = const$
$R = 0,8 \text{ м}$		
$\nu_1 = 18 \text{ хв}^{-1}$		
$J_1 = 3,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$		
$J_2 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$		
$\nu_2 = ?$		На основі цього закону запишемо $(J_1 + J)\omega_1 = (J_2 + J)\omega_2$, де $J = \frac{mR^2}{2}$ – момент

інерції платформи. Враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, маємо

$$(J_1 + \frac{mR^2}{2}) \cdot \nu_1 = (J_2 + \frac{mR^2}{2}) \cdot \nu_2. \text{ Остаточню}$$

$$\nu_2 = \frac{2J_1 + mR^2}{2J_2 + mR^2} \cdot \nu_1$$

Обчислення:

$$v_2 = \frac{2 \cdot 3,5 + 25 \cdot 0,64}{2 \cdot 1 + 25 \cdot 0,64} \cdot 0,3 = 0,383(c^{-1})$$

Відповідь: $v_2 = 0,383c^{-1}$.

2.4.16. Свинцева кулька рівномірно опускається в гліцерині, в'язкість якого $\eta = 1,39 \text{ Па} \cdot \text{с}$. При якому найменшому діаметрі кульки d її обтікання ще залишається ламінарним? Відомо, що перехід до турбулентного обтікання відповідає числу Рейнольдса $Re = 0,5$. Під час визначення числа Re за характерний розмір взято діаметр кульки d .

Дано:

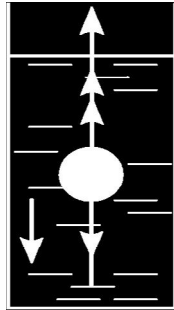
$$\eta = 1,35 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$Re = 0,5$$

$$\rho_r = 1260 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_c = 11220 \text{ кг/м}^3$$

$d - ?$



Аналіз

Характер руху рідини (газу) визначається числом Рейнольдса

$Re = \frac{dv\rho}{\eta}$, яке визначає перехід від

ламінарного руху до турбулентного.

Враховуючи, що кулька рухається

рівномірно, то $\vec{F}_A + \vec{F}_{ii} + m\vec{g} = 0$.

Спроекуємо сили на вісь OY : $F_A + F_{ii} - mg = 0$. Так, як сила опору, що діє на кульку в рідині визначається формулою Стокса, то $\rho_a V_e g + 6\pi\eta r v = \rho_n V_e g$.

Враховуючи, що $V = \frac{\pi d^3}{6}$, маємо $d = \sqrt[3]{\frac{18\eta^2 Re}{g\rho_a(\rho_e - \rho_a)}}$.

Обчислення:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 1,39^2 \cdot 0,5}{10 \cdot 1,26 \cdot 10^3 \cdot (11,22 \cdot 10^3 - 1,26 \cdot 10^3)}} = 5 \cdot 10^{-3} (i)$$

Відповідь: $d = 5 \text{ мм}$.

2.4.17. Через блок, прикріплений до стелі kabіни ліфта, перекинута нитка, до кінців якої прив'язані вантажі з масами m_1 і m_2 . Kabіна піднімається з прискоренням \bar{a} . Нехтуючи масами блока і нитки, а також тертям знайти силу, з якою блок діє на стелю kabіни.

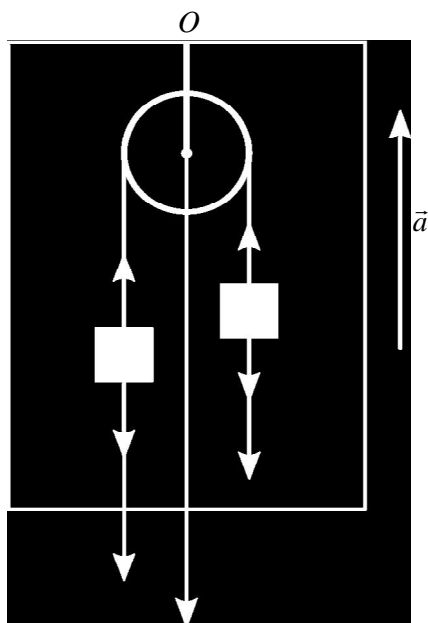
Дано:

$$m_1$$

$$m_2$$

$$\vec{a}$$

$$d - ?$$



Аналіз

Приведемо розв'язок задачі, вибравши систему відліку, зв'язану з кабіною (неінерціальна система відліку).

Застосуємо другий закон Ньютона для тіл m_1 і m_2 відносно вибраної враховуючи силу інерції \vec{F}_i .

системи відліку,

Вісь Ox направимо вниз. На тіло m_1 діє сила тяжіння $m_1\vec{g}$, сила натягу нитки \vec{T} і сила інерції $\vec{F}_{i1} = -m_1\vec{a}$. Проектуючи ці сили на вісь Ox , згідно другого закону Ньютона, для тіла m_1 отримаємо $m_1g + m_1a - T = m_1c$, де c – проекція вектора прискорення тіла m_1 відносно вибраної неінерціальної системи відліку. Умовно виберемо, що $m_1 > m_2$, тоді вектор прискорення \vec{c} направлений вниз. Відповідно для тіла m_2 знаходимо $m_2g + m_2a - T = -m_2c$.

Розв'язуємо систему двох рівнянь відносно T і враховуючи, що $F = 2T$,

отримаємо:
$$F = \frac{4m_1m_2(g+a)}{m_1+m_2}.$$

Відповідь: Блок діє на стелю із силою
$$F = \frac{4m_1m_2(g+a)}{m_1+m_2}.$$

2.4.18. За якої швидкості електрона його маса більша за масу його спокою у 2 рази?

Дано:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$\frac{m}{m_0} = 2$$

$$v - ?$$

Аналіз

Залежність маси m тіла від швидкості його руху

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Оскільки $\frac{m}{m_0} = 2$, то $2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, звідки

$$2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1. \text{ Остаточно } v = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

Обчислення:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ i / n} \cdot \sqrt{3}}{2} = 2,55 \cdot 10^8 (i / n)$$

Відповідь: $v = 2,55 \cdot 10^8 \text{ i / n}$.

2.4.19. Коливання матеріальної точки описується рівнянням $x = 0,03 \sin \pi(t + 0,5)$. Визначити максимальні значення швидкості і прискорення цієї точки. Чому рівна фаза її коливань через 5c від початку руху?

Дано:

$$x = 0,03 \sin \pi(t + 0,5)$$

$$t = 5\text{c}$$

$$v_{\max} - ?$$

$$a_{\max} - ?$$

$$\varphi - ?$$

Аналіз

Швидкість матеріальної точки визначається за формулою:

$$\dot{x}(t) = v_x(t) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Максимальною вона буде при $\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = 1$,

тоді $v_{\max} = A\omega_0$

Прискорення матеріальної точки:

$$\ddot{x}(t) = \dot{v}(t) = a(t) = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ звідси } a_{\max} = -A\omega_0^2$$

Фаза коливань згідно заданого рівняння: $\pi(t + 0,5)$

Обчислення:

$$v_{\max} = 0,03 \cdot 3,14 = 0,094 (i / n)$$

$$a_{\max} = 0,03 \cdot 3,14^2 = 0,296 (i / n^2)$$

$$\varphi = \pi(5 + 0,5) = 5,5\pi$$

Оскільки повна фаза коливань рівна 2π , а $\varphi = 5,5\pi$, то $\varphi = 5,5\pi - 4\pi = 1,5\pi$ або $\varphi = -90^\circ$.

Відповідь: $v_{\max} = 0,094 \text{ i / n}$; $a_{\max} = 0,296 \text{ i / n}^2$; $\varphi = 5,5\pi$.

2.4.20. Ареометр масою 2 кг плаває в рідині. Якщо трішки його занурити в рідину і відпустити, то він буде здійснювати коливання з періодом $T = 3,4c$. Вважаючи коливання незатухаючими, знайти за даними досліду густину рідини ρ в якій плаває ареометр. Діаметр вертикальної циліндричної трубки ареометра $d = 1cm$.

Дано:	СІ	Аналіз
$m = 2ea$	$10^{-2} м$	Оскільки коливання відбуваються в результаті квазіпружної сили – сили Архімеда, то згідно другого закону Ньютона маємо: $ma = -\rho g x S$, (1) де x зміщення по висоті ареометра внаслідок прикладеної зовнішньої сили.
$O = 3,4n$		
$d = 1ni$		
$\rho - ?$		

Знак “-” вказує на те, що ареометр здійснює переміщення x у напрямку протилежному напрямку прискорення a .

Запишемо формулу (1), відповідно до загального диференціального рівняння вільних коливань:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0; \quad \ddot{x} + \frac{\rho g S}{m} x = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{\rho g S}{m}$$

Оскільки $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, а $S = \frac{\pi d^2}{4}$, то $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\rho g \pi d^2}{m4}$.

Остаточно: $\rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g}$

Обчислення:

$$\rho = \frac{16 \cdot 3,14 \cdot 2ea}{3,4n^2 \cdot (10i^{-2})^2 \cdot 10i / c^2} = 869ea / i^3$$

Відповідь: Густина рідини, в якій плаває аерометр, $\rho = 869ea / i^3$.

5. РОЗПОДІЛ ЗАДАЧ ЗА ВАРІАНТАМИ

Варіанти	Номери задач							
1	1	21	41	61	81	101	121	141
2	2	22	42	62	82	102	122	142
3	3	23	43	63	83	103	123	143
4	4	24	44	64	84	104	124	144
5	5	25	45	65	85	105	125	145
6	6	26	46	66	86	106	126	146
7	7	27	47	67	87	107	127	147
8	8	28	48	68	88	108	128	148
9	9	29	49	69	89	109	129	149
10	10	30	50	70	90	110	130	150
11	11	31	51	71	91	111	131	151
12	12	32	52	72	92	112	132	152
13	13	33	53	73	93	113	133	153
14	14	34	54	74	94	114	134	154
15	15	35	55	75	95	115	135	155
16	16	36	56	76	96	116	136	156
17	17	37	57	77	97	117	137	157
18	18	38	58	78	98	118	138	158
19	19	39	59	79	99	119	139	159
20	20	40	60	80	100	120	140	160

Варіанти	Номери задач							
21	161	181	201	221	241	261	281	301
22	162	182	202	222	242	262	282	302
23	163	183	203	223	243	263	283	303
24	164	184	204	224	244	264	284	304
25	165	185	205	225	245	265	285	305
26	166	186	206	226	246	266	286	306
27	167	187	207	227	247	267	287	307
28	168	188	208	228	248	268	288	308
29	169	189	209	229	249	269	289	309
30	170	190	210	230	250	270	290	310
31	171	191	211	231	251	271	291	311
32	172	192	212	232	252	272	292	312
33	173	193	213	233	253	273	293	313
34	174	194	214	234	254	274	294	314
35	175	195	215	235	255	275	295	315
36	176	196	216	236	256	276	296	316
37	177	197	217	237	257	277	297	317
38	178	198	218	238	258	278	298	318
39	179	199	219	239	259	279	299	319
40	180	200	220	240	260	280	300	320

6. ЗАДАЧІ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ

1. Три четверті свого шляху автомобіль проїхав зі швидкістю $v_1 = 60 \text{ км/год}$, іншу частину шляху – зі швидкістю $v_2 = 80 \text{ км/год}$. Яка середня шляхова швидкість $\langle v \rangle$ руху автомобіля?
2. Рівняння прямолінійного руху має вигляд $x = At + Bt^2$, де $A = 3 \text{ м/с}$, $B = -0,25 \text{ м/с}^2$. Побудуйте графіки залежності координати і шляху від часу для заданого руху.
3. Рух матеріальної точки задано рівнянням $x = At + Bt^2$, де $A = 4 \text{ м/с}$, $B = -0,05 \text{ м/с}^2$. Визначити момент часу, в якому швидкість v точки рівна нулю. Знайти координату і прискорення в цей момент. Побудуйте графіки залежності координати, шляху, швидкості і прискорення цього руху від часу.
4. Рух двох матеріальних точок задано рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $A_1 = 20 \text{ м}$, $A_2 = 2 \text{ м}$, $B_2 = B_1 = 2 \text{ м/с}$, $C_1 = -4 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 0,5 \text{ м/с}^2$. В який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 і v_2 та прискорення a_1 і a_2 точок в цей момент часу.
5. Дві матеріальні точки рухаються згідно з рівняннями: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$, $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, де $A_1 = 4 \text{ м/с}$, $B_1 = 8 \text{ м/с}^2$, $C_1 = -16 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$, $B_2 = -4 \text{ м/с}^2$, $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$. В який момент часу t прискорення цих точок буде однаковим? Знайти швидкості v_1 і v_2 точок в цей момент.
6. Камінь падає з висоти $h = 1200 \text{ м}$. Який шлях S пройде камінь за останню секунду свого падіння?
7. Камінь кинутий вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Через який час камінь буде знаходитися на висоті $h = 15 \text{ м}$? Знайти швидкість v каменя на цій висоті. Опором повітря знехтувати.
8. Тіло кинуте вертикально вгору, знаходилося на одній і тій же висоті $h = 8,6 \text{ м}$ два рази з інтервалом $\Delta t = 3 \text{ с}$. Нехтуючи опором руху, визначити початкову швидкість кинутого тіла.
9. З балкону кинули м'яч вертикально вгору з початковою швидкістю $v_0 = 5 \text{ м/с}$. Через $t_2 = 2 \text{ с}$ м'яч упав на землю. Визначити висоту балкона над землею і швидкість м'яча в момент удару об землю.

10. Точка рухається по прямій згідно рівняння: $x = At + Bt^3$, де $A = 6\text{ м/с}$, $B = -0{,}125\text{ м/с}^3$. Визначити середню шляхову швидкість $\langle v \rangle$ точки в інтервалі часу від $t_1 = 2\text{ с}$ до $t_2 = 6\text{ с}$.
11. Матеріальна точка рухається по площині згідно рівняння: $\vec{r}(t) = \vec{i}At^3 + \vec{j}Bt^2$. Написати залежності: 1) $v(t)$; 2) $a(t)$.
12. Рух матеріальної точки задано рівнянням $\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{j}Ct$, де $A = 10\text{ м}$, $B = -5\text{ м/с}^2$, $C = 10\text{ м/с}$. Накреслити траєкторію руху точки. Знайти вирази $v(t)$ і $a(t)$. Для моменту часу $t = 1\text{ с}$ обчислити: 1) модуль швидкості $|v|$; 2) модуль прискорення $|a|$; 3) модуль тангенціального прискорення $|a_\tau|$; 4) модуль нормального прискорення $|a_n|$.
13. Точка рухається по кривій з постійним тангенціальним прискоренням $a_\tau = 0{,}5\text{ м/с}^2$. Визначити повне прискорення a точки на ділянці кривої з радіусом кривизни $R = 3\text{ м}$, якщо точка рухається на цій ділянці зі швидкістю $v = 2\text{ м/с}$.
14. За час $t = 6\text{ с}$ точка пройшла шлях, рівний половині довжини кола радіуса $R = 0{,}8\text{ м}$. Визначити середню шляхову швидкість $\langle v \rangle$ за цей шлях і модуль вектора переміщення середньої швидкості $|\langle \vec{v} \rangle|$.
15. Тіло, кинуте під деяким кутом α до горизонту. Знайти цей кут, якщо горизонтальна дальність L польоту тіла в чотири рази більша максимальної висоти H траєкторії.
16. Снаряд, випущений із знаряддя під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, двічі був на одній і тій же висоті h : через час $t_1 = 10\text{ с}$ і $t_2 = 50\text{ с}$ після пострілу. Визначити початкову швидкість v_0 і висоту h .
17. Куля випущена з початковою швидкістю $v_0 = 200\text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Визначити максимальну висоту H підйому, дальність L польоту і радіус R кривизни траєкторії кулі в її найвищій точці. Опором повітря знехтувати.
18. Тіло кинуте під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту. Знайти тангенціальне a_τ і нормальне a_n прискорення у початковий момент руху.
19. Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю $v_1 = 10\text{ м/с}$, а другу половину шляху – зі швидкістю $v_2 = 5\text{ м/с}$. Яка середня швидкість руху автомобіля?

20. Тіло падає з висоти $h = 1 \text{ км}$ з нульовою початковою швидкістю. Нехтуючи опором повітря, обчислити, який шлях пройде тіло: 1) за першу секунду свого падіння; 2) за останню секунду свого падіння.
21. Тіло падає з висоти $h = 2 \text{ км}$ з початковою швидкістю, рівною нулю. Нехтуючи опором повітря, знайти, який час знадобиться тілу для проходження перших 10 м свого шляху.
22. Тіло кинули зі швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Нехтуючи опором повітря, визначити швидкість тіла через $t = 2 \text{ с}$ після початку руху, а також модуль його переміщення.
23. Тіло, що знаходиться на висоті $h = 5 \text{ м}$ над поверхнею Землі, кинули горизонтально зі швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Нехтуючи опором повітря, обчислити, з якою швидкістю тіло впаде на землю.
24. Матеріальна точка рухається вздовж прямої так, що її прискорення лінійно збільшується і за перші 10 с досягає значення 5 м/с^2 . Знайти в кінці десятої секунди: 1) швидкість точки; 2) пройдений точкою шлях.
25. Із пункту A до пункту B , відстань між якими $l = 25 \text{ км}$, одночасно назустріч один одному почали рухатись два автомобілі: перший зі швидкістю $v_1 = 90 \text{ км/год}$, другий – $v_2 = 72 \text{ км/год}$. Визначити час, через який вони зустрінуться, і відстань від пункту A до місця зустрічі.
26. Лінійна швидкість v_1 точки, що знаходиться на ободі диска, який обертається, у три рази більша, ніж лінійна швидкість v_2 точки, що знаходиться на 6 см ближче до його осі. Знайти радіус диска.
27. Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$. Знайти радіус колеса, якщо через $t = 1 \text{ с}$ після початку руху повне прискорення колеса $a = 7,5 \text{ м/с}^2$.
28. Колесо автомашини обертається рівносповільнено. За час $t = 3 \text{ хв}$ воно змінило частоту обертання від 360 до 120 хв^{-1} . Знайти: 1) кутове прискорення колеса; 2) кількість повних обертів, що зробило колесо за цей час.
29. Точка рухається по колу радіусом $R = 12,5 \text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням a_τ . До кінця четвертого оберта після початку руху лінійна швидкість точки $v = 15 \text{ см/с}$. Знайти нормальне прискорення a_n точки через $t = 16 \text{ с}$ після початку руху.

30. Диск обертається навколо нерухомої вісі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу описується рівнянням $\varphi = At^2$ ($A = 0,5 \text{ рад}/\text{с}^2$). Знайти повне прискорення a точки на ободі диска до кінця другої секунди після початку руху, якщо лінійна швидкість точки в цей момент часу $v = 0,4 \text{ м}/\text{с}$.
31. Велосипедист рухається зі швидкістю $36 \text{ км}/\text{год}$. Визначити доцентрове прискорення велосипедиста та його кутову швидкість на півколі довжиною $l = 200 \text{ м}$.
32. Тіло кинули з початковою швидкістю $50 \text{ м}/\text{с}$ під кутом 30° до горизонту. Знайти час польоту тіла та максимальну висоту підняття. Опором повітря знехтувати.
33. Тіло обертається рівносповільнено з початковою частотою $10 \text{ об}/\text{с}$. Після здійснення 20 обертів, частота його зменшилась до $4 \text{ об}/\text{с}$. Знайти кутове прискорення і час, упродовж якого змінилась частота обертання.
34. Тіло обертається навколо нерухомої вісі за законом: $\varphi = 10 - 8t + t^2$. Знайти повне прискорення точки, що знаходиться на відстані $l = 0,2 \text{ м}$ від вісі обертання для моменту часу $t = 5 \text{ с}$.
35. Визначити траєкторію руху точки, заданої рівняннями: $x = 4t^2 + 2$; $y = 6t^2 - 3$. Побудувати графік залежності шляху, пройденого точкою, від часу.
36. Людина стрибає у воду з крутого берега висотою $h = 5 \text{ м}$ з горизонтальною швидкістю $v_x = 6,64 \text{ м}/\text{с}$. Визначити модуль і напрямок швидкості людини при досягненні нею води.
37. Ескалатор піднімає людину, що стоїть на ньому, за час $t_1 = 1 \text{ хв}$. Якщо людина йде по нерухомому ескалатору, то на піднімання витрачає $t_2 = 3 \text{ хв}$. За який час людина підніметься, йдучи по рухомому ескалатору?
38. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t задається рівнянням $s = At - Bt^2 + Ct^3$, де $A = 2 \text{ м}/\text{с}$, $B = 3 \text{ м}/\text{с}^2$ і $C = 4 \text{ м}/\text{с}^3$. Знайти: 1) залежність швидкості v і прискорення a від часу t ; 2) відстань, пройдену тілом, швидкість та прискорення тіла через 2 с після початку руху. Побудувати графік шляху, швидкості і прискорення для $0 \leq t \leq 3 \text{ с}$ через $0,5 \text{ с}$.

39. Човен пливе по річці з одного пункту до іншого. У скільки разів час руху човна проти течії більший за час руху за течією, якщо швидкість течії $v_1 = 2\text{ м/с}$, а швидкість човна відносно води $v_2 = 10\text{ м/с}$.
40. Від поштовху кулька заковчується на похилу площину. На відстані $l = 30\text{ см}$ від початку руху кулька була двічі: через $t_1 = 1\text{ с}$ і $t_2 = 2\text{ с}$ після поштовху. Вважаючи рух рівноприскореним, знайдіть початкову швидкість v_0 і прискорення a .
41. Два тягарці, маса яких $m_1 = 500\text{ г}$ і $m_2 = 700\text{ г}$, зв'язані невагомою ниткою та лежать на гладкій горизонтальній поверхні. До тягарця m_1 прикладена горизонтально направлена сила $F = 6\text{ Н}$. Нехтуючи тертям, знайти: 1) прискорення тягарців; 2) силу натягу нитки.

42. Найпростіша машина Атвуда, яку застосовують для вивчення законів рівноприскореного руху, являє собою два тягарці з різними масами m_1 та m_2 , що підвішені на легкій нитці, перекинутій через нерухомий блок (рис. 1). Вважаючи, що нитка та блок невагомі та нехтуючи тертям на вісі блока, знайти: 1) прискорення a тягарців; 2) силу натягу нитки T .

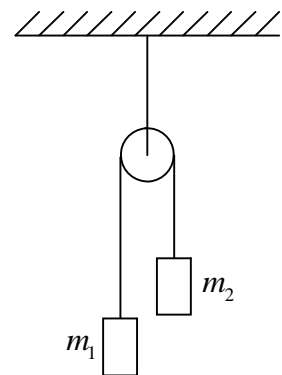


Рис. 1

43. Тіло масою $m = 2\text{ кг}$ падає вертикально з висоти $h = 5\text{ м}$ за час $t = 5\text{ с}$. Знайти силу опору при русі цього тіла.

44. В установці (рис. 2) кут α нахилу площини до горизонту рівний 30° , маси тіл $m_1 = 100\text{ г}$ та $m_2 = 300\text{ г}$, коефіцієнт тертя між другим тілом та площиною $\mu = 0,1$. Вважаючи, що нитка і блок невагомі, знайти силу натягу нитки і прискорення, з яким будуть рухатись ці тіла, якщо тіло m_1 опускається.

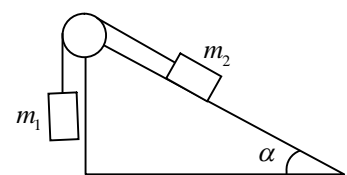


Рис. 2

45. З колодязя глибиною $h = 12\text{ м}$ за допомогою мотузки рівноприскорено піднімають відро з водою за $t = 15\text{ с}$. Маса відра з водою 10 кг . Визначити силу натягу мотузки.
46. По похилій площині з кутом нахилу до горизонту $\alpha = 30^\circ$ ковзає тіло. Знайти швидкість тіла в кінці другої секунди від початку ковзання, якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,15$.

47. Два тягарця однакової маси ($m_1 = m_2 = 0,5\text{кг}$) зв'язані ниткою, яка перекинута через невагомий блок, закріплений на кінці столу (рис. 3). Коефіцієнт тертя тягарця m_2 об стіл $\mu = 0,15$. Нехтуючи тертям в блоці, знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці; 2) силу натягу нитки.

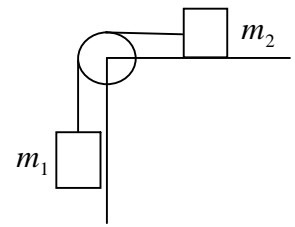


Рис. 3

48. Автомобіль масою $m = 2\text{т}$ рушає з місця і перші 100м проходить за $t = 5\text{с}$. Знайти силу тяги двигуна автомобіля, якщо коефіцієнт опору $\mu = 0,05$.
49. Кулька масою m , прикріплена до нитки, описує коло в горизонтальній площині. Довжина нитки $l = 1\text{м}$, кут між ниткою і вертикаллю $\alpha = 45^\circ$. Знайти період обертання кульки.
50. Кулька, що прикріплена до нитки, довжина якої $l = 1\text{м}$, описує коло в горизонтальній площині. Який кут φ утворює нитка з вертикаллю, якщо частота обертання $n = 0,6\text{с}^{-1}$?
51. Автомобіль масою $m = 3\text{т}$ рухається з постійною швидкістю $v = 72\text{км/год}$. З якою силою автомобіль тисне на середину: 1) горизонтального містка; 2) опуклого; 3) вгнутого містка, радіус кривизни яких 400м ?
52. Якої ваги баласт треба скинути з аеростата який рівномірно опускається, щоб він почав рівномірно підніматися з тією ж швидкістю? Вага аеростата з баластом 1600кГ , підйомна сила аеростата 1200кГ . Силу опору повітря вважати однаковою при підйомі та при спуску.
53. Сталевий дріт деякого діаметра витримує вантаж до 4400Н . З яким найбільшим прискоренням можна піднімати вантаж у 3900Н , підвішений на дроті, щоб він при цьому не розірвався?
54. Вага ліфта з пасажирами рівна 800кГ . Знайти, з яким прискоренням і в якому напрямку рухається ліфт, якщо відомо, що натяг троса, який підтримує ліфт, рівний: 1) 1200кГ ; 2) 600кГ .
55. Яку силу треба прикласти до вагону, який стоїть на рейках, щоб вагон став рухатися рівноприскорено і за час $t = 30\text{с}$ пройшов шлях $s = 11\text{м}$? Вага вагону $P = 160$. За час руху на вагон діє сила тертя, рівна $0,05$ ваги вагона.

56. Тіло масою $0,5\text{кг}$ рухається прямолінійно, при чому залежність пройденого тілом шляху s від часу t задається рівнянням $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, де $C = 5\text{м/с}^2$ і $D = 1\text{м/с}^3$. Знайти величину сили, яка діє на тіло в кінці першої секунди руху.
57. Молекула масою $m = 4,65 \cdot 10^{-26}\text{кг}$, яка летить по нормалі до стінки посудини зі швидкістю $v = 600\text{м/с}$, ударяється об стінку і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили, отриманої стінкою за час удару.
58. Молекула масою $m = 4,65 \cdot 10^{-26}\text{кг}$, яка летить зі швидкістю $v = 600\text{м/с}$, ударяється об стінку посудини під кутом 60° до нормалі і під таким же кутом пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили, отриманої стінкою за час удару.
59. Який кут α з горизонтом складає поверхня бензину в баку автомобіля, який рухається горизонтально з постійним прискоренням $a = 2,44\text{ м/с}^2$?
60. До стелі трамвайного вагону підвішена на нитці куля. Вагон гальмує і його швидкість рівномірно змінюється за час $t = 3\text{с}$ від $v_1 = 18\text{км/год}$ до $v_2 = 6\text{км/год}$. На який кут α відхилиться при цьому нитка з кулею?
61. Під дією постійної сили $F = 1\text{кГ}$ тіло рухається прямолінійно так, що залежність пройденої тілом відстані s від часу t задається рівнянням $s = A - Bt + Ct^2$. Знайти масу тіла, якщо стала $C = 1\text{м/с}^2$.
62. Мотоцикліст їде по горизонтальній дорозі зі швидкістю 72км/год , виконуючи поворот радіусом кривизни в 100м . Наскільки при цьому він повинен нахилитися, щоб не впасти при повороті?
63. Камінь, прив'язаний до мотузки, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу каменя, якщо відомо, що різниця між максимальним і мінімальним натягом мотузки рівна 1кГ .
64. Відро з водою прив'язане до мотузки довжиною 60см , рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти: 1) найменшу швидкість обертання відра, при якій у найвищій точці вода з нього не виливається, 2) натяг мотузки у найвищій і найнижчих точках кола. Маса відра з водою 2кг .
65. Під дією деякої сили тіло масою $m = 3\text{еа}$ здійснює прямолінійний рух, який описується рівнянням $x = 2t^3 - 3t^2 + 5t + 4$. Чому рівна діюча на тіло сила в момент часу $t = 5\text{с}$? Побудуйте графік залежності сили від часу.

66. Яка швидкість кулі ($m = 2,5\text{а}$) при вильоті із рушниці, якщо довжина ствола $l = 0,70\text{м}$, калібр $D = 5,0\text{мм}$, а середній тиск повітря під час пострілу $p = 9,8\text{МПа}$?
67. Автомобіль з вимкненим двигуном рухається вгору по похилій дорозі зі швидкістю $v = 10\text{м/с}$. Визначити шлях, пройдений автомобілем до зупинки, і час його руху, якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,5$, а кут нахилу $\alpha = 10^\circ$.
68. На горизонтальній поверхні лежить тіло масою 5кг . Який шлях пройде це тіло за $t = 1\text{н}$, якщо до нього прикласти силу $F = 50\text{Н}$, яка утворює кут $\alpha = 60^\circ$ з горизонтом? Коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею $\mu = 0,2$.
69. До динамометра, який підвішений в кабінці ліфта, прикріплений вантаж масою 5кг . Ліфт рухається вгору. Визначте прискорення ліфта, вважаючи його однаковим по модулю при розгоні і гальмуванні, якщо відомо, що під час розгону покази динамометра більші, чим при гальмуванні, на 15Н .
70. Через нерухомий блок A перекинута нитка, на одному кінці якої підвішений вантаж масою $m_1 = 3\text{кг}$, а на другому кінці другий блок B . Через блок B також перекинута нитка, на кінцях якої підвішені вантажі масами $m_2 = 1\text{кг}$ і $m_3 = 2\text{кг}$. З яким прискоренням буде рухатися блок B , якщо всю систему надати самій собі? Масу блоків і ниток не враховувати. Дослідити можливі випадки.
71. З яким прискоренням буде рухатися тіло масою $m = 2\text{кг}$ в горизонтальному напрямку, якщо до нього прикладена сила $F = 5\text{Н}$, направлена під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту? Коефіцієнт тертя $\mu = 0,1$.
72. Ракета з рідким паливом масою $M = 15 \cdot 10^3\text{кг}$ запускається у вертикальному напрямку. Витрата палива $Q = 150\text{кг/с}$. На яку висоту підніметься ракета за час роботи двигуна $t = 1\text{хв}$, якщо швидкість витікання газів із сопла $u = 3\text{км/с}$?
73. При якій швидкості автомобіля тиск, що створюється ним на увігнутий міст, у 2 рази більший тиску на опуклий міст? Радіус кривизни мостів в обох випадках $R = 30\text{м}$.
74. Всередині вертикально розміщеного конуса з кутом при вершині $2\alpha = 90^\circ$ знаходиться тіло. На якій мінімальній відстані від вершини конуса може знаходитися тіло, якщо коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею конуса $\mu = 0,2$, а конус обертається навколо своєї осі

- з кутовою швидкістю $\omega = 7 \text{ рад/с}$? Чому рівне максимальне значення цієї відстані?
75. Тіло знаходиться на похилій площині з кутом нахилу α . Коефіцієнт тертя становить f . У скільки разів мінімальна сила F_1 , з якою треба подіяти на тіло, щоб витягнути його на похилу площину, більша за силу F_2 , потрібну для утримання тіла на похилій площині?
 76. Літак виконує «мертву петлю» радіуса $R = 1 \text{ км}$. Визначити вагу льотчика P , маса якого $m = 70 \text{ кг}$, у момент, коли швидкість літака $v = 720 \text{ км/год}$, а вектор швидкості \vec{v} утворює кут $\alpha = 45^\circ$ з горизонтом.
 77. Визначити силу F , що діє на частинку масою m , координати якої змінюються згідно з рівняннями $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, де A, B, ω – сталі.
 78. Тіло, маса якого $m = 1 \text{ ег}$, обертається на нитці у вертикальній площині. На скільки сила натягу $F_{\text{н.н}}$ нитки в нижній точці буде більшою, ніж у верхній $F_{\text{н.в}}$?
 79. Велосипедист рухається зі швидкістю $v = 10 \text{ м/с}$ по заокругленню дороги радіуса $R = 15 \text{ м}$. Обчислити кут α нахилу площини велосипеда до вертикалі, а також найменший коефіцієнт тертя f між шинами велосипеда і дорогою, за яких забезпечується стійкість велосипедиста.
 80. У скільки разів потрібно було б збільшити швидкість обертання Землі навколо своєї вісі, щоб тіла на екваторі важили вдвічі менше, ніж на полюсі? Вважайте, що форма Землі не змінилася б.
 81. Обчислити у скільки разів сила тяжіння на Землі більша сили тяжіння на Марсі, якщо радіус Марса становить 0,53 радіуса Землі, а маса Марса – 0,11 маси Землі.
 82. Обчислити середню швидкість руху Місяця по орбіті, вважаючи середню відстань його до Землі 384 Мм .
 83. Обчислити висоту, на якій прискорення вільного падіння складає 25% від прискорення вільного падіння на поверхні Землі.
 84. З якою швидкістю рухається Земля навколо Сонця? Вважати, що Земля рухається по коловій орбіті.
 85. Оцініть масу Сонця, вважаючи відстань R від Землі до Сонця рівною $1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$.

86. Супутник рухається по коловій орбіті на висоті h від поверхні Землі. Запишіть швидкість супутника v і період його обертання T через h , радіус Землі R і прискорення сили тяжіння на поверхні Землі g .
87. Штучний супутник Землі рухається навколо неї по коловій орбіті на висоті $h = 500\text{км}$. Обчислити швидкість його руху.
88. Обчислити період обертання штучного супутника навколо Землі, який рухається по коловій орбіті на висоті, що дорівнює її радіусу.
89. Місяць робить один повний оберт навколо Землі за час $27,3\text{доби}$. Знайти масу Землі.
90. Знайти другу космічну швидкість, тобто найменше значення швидкості при якій ракета може віддалитися від Землі, вийшовши за межі поля тяжіння.
91. Перший штучний супутник Землі мав період обертання $1\text{год } 36\text{хв}$. Вважаючи орбіту супутника колом, а рух рівномірним, визначити висоту польоту супутника над поверхнею Землі.
92. Яку швидкість необхідно надати тілу, щоб воно могло віддалитися з поверхні Місяця на нескінченість? Вважати, що маса Місяця і радіус Місяця відомі.
93. Знайти вагу людини масою $m = 70\text{кг}$, яка знаходиться в шахті на глибині $h = 10\text{ei}$ від поверхні Землі.
94. Визначити напруженість E_g гравітаційного поля на висоті $h = 1000\text{км}$ над поверхнею Землі. Вважати відомим прискорення g вільного падіння біля поверхні Землі і її радіус R .
95. На якій відстані від центра Землі знаходиться точка, в якій напруженість сумарного гравітаційного поля Землі і Місяця рівна нулю? Прийняти, що маса Землі у 81 раз більша за масу Місяця і що відстань від центру Землі до центру Місяця рівна 60 радіусам Землі.
96. Визначити лінійну і кутову швидкості супутника Землі, який обертається по коловій орбіті на висоті $h = 1000\text{км}$. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі і її радіус R вважати відомими.
97. З якою силою F взаємодіє частинка, маса якої m_1 , з тонким однорідним стрижнем, що має масу m_2 і довжину l , якщо вони лежать на одній

- прямій і ближній кінець стрижня розміщується на відстані a від частинки?
98. Як змінюється прискорення вільного падіння g з висотою h над поверхнею Землі і глибиною H ? В обох випадках відстань відраховується від поверхні Землі. Вважати, що Земля є однорідною кулею.
 99. Космічний корабель обертається по коловій орбіті навколо Землі на висоті $h = 300 \text{ км}$ над її поверхнею. Визначити швидкість v корабля, а також вагу P і силу тяжіння F_T , що діють на космонавта, маса якого $m = 80 \text{ кг}$.
 100. Початкова швидкість v_0 кулі, маса якої $m = 10 \text{ г}$, дорівнює 700 м/с . При горизонтальному русі в повітрі за час $t_1 = 0,1 \text{ с}$ її швидкість зменшилася до значення $v_1 = 600 \text{ м/с}$. Визначити коефіцієнт опору k , вважаючи, що сила опору пропорційна квадрату швидкості кулі.
 101. Залізничний вагон гальмує і його швидкість рівномірно змінюється за час $t = 3,3 \text{ с}$ від $v_1 = 47,5 \text{ км/год}$ до $v_2 = 30 \text{ км/год}$. При якому граничному значенні коефіцієнт тертя між валізою і полицею, валіза при гальмуванні починає ковзати на полиці?
 102. Тіло ковзає по похилій площині, яка складає з горизонтом кут $\alpha = 45^\circ$. Пройшовши відстань $s = 36,4 \text{ см}$, тіло набуває швидкості $v = 2 \text{ м/с}$. Чому рівний коефіцієнт тертя тіла об площину?
 103. Канат лежить на столі так, що частина його звисає зі столу, і починає ковзати тоді, коли довжина звисаючої частини складає 25% всієї його довжини. Чому рівний коефіцієнт тертя канату об стіл?
 104. Тіло лежить на похилій площині, яка складає з горизонтом кут 4° .
1) При якому граничному значенні коефіцієнта тертя тіло почне рухатись по похилій площині? 2) З яким прискоренням буде рухатись тіло, якщо коефіцієнт тертя рівний $0,03$? 3) Скільки часу потрібно для проходження тілом 100 м шляху?
 105. Вантаж вагою $P = 0,5 \text{ кГ}$, прив'язаний до гумового шнура довжиною $l_0 = 9,5 \text{ см}$, відхиляють на кут $\alpha = 90^\circ$ і відпускають. Знайти довжину l гумового шнура в момент проходження положення рівноваги. Коефіцієнт деформації гумового шнура рівний $k = 1 \text{ кГ/см}$.

106. Яке навантаження потрібно прикласти до алюмінієвого стрижня, щоб він при температурі 10°C мав ту ж саму довжину, що і при 0°C ? Площа поперечного перерізу стрижня $S = 1,5\text{cm}^2$. Модуль Юнга $E = 70\text{ГПа}$. Температурний коефіцієнт лінійного розширення алюмінію $\alpha = 2,3 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$.
107. Гумовий шнур розтягнутий так, що його довжина збільшилась у два рази. Який діаметр розтягнутого шнура, якщо до деформації він був рівний 1см , а коефіцієнт Пуассона для гуми $0,5$?
108. При якій довжині підвішений вертикально сталевий дріт починає розриватися під дією власної ваги? Границя міцності сталі $p_m = 0,69\text{ГПа}$.
109. Визначити відносне видовження мідного стрижня, якщо при його розтягненні здійснюється робота $0,12\text{Дж}$. Довжина стрижня 2м , площа його поперечного перерізу 1мм^2 .
110. Визначити силу, з якою гімнаст масою $m = 60\text{кг}$ діє на пружну сітку при стрибку з висоти $h = 8\text{м}$, якщо під дією сили тяжіння гімнаста сітка прогинається на $\Delta x = 16\text{см}$.
111. Яку силу необхідно прикласти для натягу луку на $x = 0,2\text{м}$, якщо вся виконана робота іде на надання стрілі кінетичної енергії? Найбільша дальність польоту стріли $s = 36\text{м}$, маса стріли $m = 50\text{г}$.
112. Космонавт, маса якого $m = 75\text{кг}$, перебуває в центрифугі, що обертається навколо вертикальної осі з кутовою швидкістю $\omega = 4,33\text{рад/с}$. Радіус центрифуги $R = 3\text{м}$. Визначити числове значення і напрям ваги P космонавта.
113. Тіло масою m прикріплено до двох послідовно з'єднаних пружин із жорсткостями k_1 і k_2 . До вільного кінця ланцюжка пружин прикладена постійна сила F . Яким буде сумарне подовження пружин?
114. Мідний стрижень затиснуто між двома опорами. Його температуру збільшили на $\Delta t = 50^{\circ}\text{C}$. Яке напруження σ виникає в стрижні? Модуль Юнга для міді $E = 130\text{ГПа}$. Температурний коефіцієнт лінійного розширення міді $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$.
115. Стрижень, що має густину ρ , довжину l і площу поперечного перерізу S , стоїть на горизонтальній поверхні. На скільки зменшиться його довжина і об'єм під дією власної маси?

116. Сталевий стрижень, маса якого $m = 7,8 \text{ea}$, довжина $l = 2 \text{м}$, обертається навколо осі, що проходить через його середину, з кутовою швидкістю $\omega = 100 \text{рад/с}$. Визначити найбільші напруження σ_{max} в стрижні, якщо площа його поперечного перерізу $S = 5 \text{см}^2$.
117. Дві пружини з коефіцієнтами жорсткості k_1 і k_2 з'єднують один раз послідовно, другий – паралельно. Якої жорсткості $k_{\text{екв}}$ треба взяти пружини, щоб ними можна було замінити у кожному випадку ці системи з двох пружин?
118. Як зміниться жорсткість пружини, якщо її довжину зменшити у n разів?
119. Визначити час t_n підйому тіла, маса якого m , кинутого вертикально вгору зі швидкістю v_0 . Вважати, що сила опору руху залежить від швидкості за законом $F = -kv$.
120. Чавунне ядро масою m падає у воді з постійною швидкістю v . З якою силою F треба тягти його вгору, щоб воно піднімалося з постійною швидкістю $3v$. Вважайте, що сила опору води прямо пропорційна модулю швидкості.
121. На барабан радіусом $R = 10 \text{см}$ намотана нитка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою $m = 0,5 \text{кг}$. Знайти момент інерції J барабана, якщо вантаж опускається з прискоренням $a = 1 \text{м/с}^2$.
122. Куля скочується по похилій площині з кутом нахилу 30° . Яку швидкість буде мати центр кулі відносно похилої площини через $1,5 \text{с}$, якщо її початкова швидкість була рівна нулю?
123. Знайти кінетичну енергію диска масою $m = 2 \text{кг}$, що котиться без ковзання по горизонтальній поверхні з лінійною швидкістю 2м/с .
124. Яку роботу потрібно виконати, щоб маховику у вигляді диска масою $m = 100 \text{кг}$ і радіусом $R = 0,4 \text{м}$ надати частоту обертання $n = 10 \text{об/с}$, якщо він знаходиться в стані спокою?
125. Куля та суцільний циліндр, виготовлені з одного й того ж матеріалу, однакової маси котяться без ковзання з однаковою швидкістю. Як відносяться їх кінетичні енергії?

126. Повна кінетична енергія T диска, що котиться по горизонтальній поверхні, рівна 24 Дж . Обчислити кінетичну енергію T_1 поступального та T_2 обертального руху диска.
127. До обода однорідного суцільного диска масою $m = 10 \text{ кг}$, насадженого на вісь, прикладена постійна дотична сила $F = 30 \text{ Н}$. Обчислити кінетичну енергію диска через час $t = 4 \text{ с}$ після початку дії сили.
128. Вентилятор обертається з частотою $n = 600 \text{ об/хв}$. Після виключення він почав обертатись рівносповільнено і, зробивши $N = 50$ обертів, зупинився. Робота сил гальмування $A = 31,4 \text{ Дж}$. Обчислити: 1) момент сил M гальмування; 2) момент інерції вентилятора.
129. Маховик у вигляді суцільного диска, момент інерції якого рівний $J = 150 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертається з частотою $n = 240 \text{ об/хв}$. Через час $t = 1 \text{ хв}$, як на маховик став діяти момент сили гальмування, він зупинився. Знайти: 1) момент сил M гальмування; 2) кількість обертів маховика від початку гальмування до повної зупинки.
130. До обода однорідного суцільного диска радіусом $R = 0,5 \text{ м}$ прикладена постійна дотична сила $F = 100 \text{ Н}$. При обертанні диска на нього діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Обчислити масу m диска, якщо відомо, що його кутове прискорення ε постійне і рівне 16 рад/с^2 .
131. Частота обертання n_0 маховика, момент інерції якого рівний $J = 120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, складає 240 об/хв . Після закінчення дії на нього обертального моменту маховик під дією сил тертя в підшипниках зупинився за час $t = \pi \text{ хв}$. Якщо вважати тертя в підшипниках постійним, знайти момент сил тертя M .
132. Маховик у вигляді суцільного диска, момент інерції якого рівний $J = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертаючись при гальмуванні рівносповільнено, за час $t = 1 \text{ хв}$ зменшив частоту свого обертання з $n_0 = 240 \text{ об/хв}$ до $n_1 = 120 \text{ об/хв}$. Знайти: 1) кутове прискорення маховика ε ; 2) момент сил M гальмування; 3) роботу гальмування A .
133. На однорідний суцільний циліндричний вал радіусом $R = 50 \text{ см}$ намотана легка нитка, до кінця якої прикріплений вантаж масою $m = 6,4 \text{ кг}$. Вантаж, розмотуючи нитку, опускається з прискоренням $a = 2 \text{ м/с}^2$. Знайти: 1) момент інерції J вала; 2) масу M вала.

134. На однорідний суцільний циліндричний вал радіусом $R = 20\text{ см}$, момент інерції якого $J = 0,15\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, намотана легка нитка, до кінця якої прикріплений вантаж масою $m = 0,5\text{ кг}$. До початку обертання вала висота h вантажу над підлогою становила $2,3\text{ м}$. Знайти: 1) час опускання вантажу до підлоги; 2) силу натягу нитки; 3) кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу.
135. Через нерухомий блок у вигляді суцільного циліндра масою $m = 0,2\text{ кг}$ перекинута невагома нитка, до кінців якої прикріплені тіла масами $m_1 = 0,35\text{ кг}$ та $m_2 = 0,55\text{ кг}$. Нехтуючи тертям у вісі блока, знайти: 1) прискорення тіл; 2) відношення T_2/T_1 сил натягу нитки.
136. Маховик починає обертатися зі стану спокою з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 0,4\text{ рад}/\text{с}^2$. Знайти кінетичну енергію маховика через час $t_2 = 25\text{ с}$ від початку руху, якщо через $t_1 = 10\text{ с}$ від початку руху момент імпульсу маховика $L_1 = 60\text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.
137. Горизонтальна платформа у вигляді диска обертається з частотою $n_1 = 18\text{ хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина і тримає у розставлених руках гирі. Знайти частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від $J_1 = 3,5\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $J_2 = 1\text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Маса платформи $m = 25\text{ кг}$, її радіус $R = 0,8\text{ м}$.
138. Маховик, насаджений на горизонтальний вал, може легко обертатися. На циліндричну поверхню маховика, що має радіус 40 см , намотали нитку, до вільного кінця якої підвісили вантаж масою $0,5\text{ кг}$, і відпустили. Вантаж почав опускатися, приводячи маховик в обертання, і за 4 с пройшов шлях 2 м . Знайти момент інерції маховика.
139. Маховик у вигляді диска масою 50 кг і радіуса $0,4\text{ м}$, обертається, здійснюючи $240\text{ об}/\text{с}$. Після початку гальмування маховик зупинився через 10 с . Знайти момент сил тертя, який сповільнив обертання маховика.
140. Маховик у вигляді циліндра масою 100 кг і радіуса 50 см , обертається, здійснюючи $360\text{ об}/\text{с}$. На циліндричну поверхню маховика почала діяти гальмуюча сила в 20 Н . Скільки обертів зробить маховик до зупинки?
141. Чому рівний момент інерції тонкого прямого стержня довжиною $0,5\text{ м}$ і масою $0,2\text{ кг}$ відносно вісі, перпендикулярної до його довжини і яка проходить через точку стержня, що віддалена на $0,15\text{ м}$ від одного із його кінців?

142. Маховик, що являє собою диск масою $m = 10\text{кг}$ і радіуса $R = 10\text{см}$, вільно обертається навколо вісі, яка проходить через центр, з частотою 6с^{-1} . При гальмуванні маховик зупиняється через $t = 5\text{с}$. Визначити гальмівний момент.
143. Дві кулі однакового розміру, виготовлені з алюмінію і міді, обертаються незалежно одна від одної навколо спільної нерухомої вісі, яка проходить через їх центри, з кутовими швидкостями $\omega_1 = 5,0\text{рад/с}$ і $\omega_2 = 10\text{рад/с}$. З якою кутовою швидкістю обертались обидві кулі, якби їх жорстко з'єднали?
144. Нитка з прив'язаними до її кінців вантажами масами $m_1 = 50\text{г}$ і $m_2 = 60\text{г}$ перекинута через блок діаметром $D = 4\text{см}$. Визначити момент інерції J блоку, якщо під дією сили тяжіння вантажів він отримав кутове прискорення $\varepsilon = 1,5\text{рад/с}^2$. Тертям нитки по блоку знехтувати.
145. Стрижень обертається навколо вісі, яка проходить через його середину, згідно рівнянню $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 2\text{рад/с}$, $B = 0,2\text{рад/с}^3$. Визначити момент обертання M , що діє на стрижень через час $t = 2\text{с}$ після початку обертання, якщо момент інерції стержня $J = 0,048\text{кг} \cdot \text{м}^2$.
146. По горизонтальній площині котиться диск радіусом $R = 1\text{м}$ зі швидкістю $v = 8\text{м/с}$. Визначити коефіцієнт опору, якщо диск, будучи наданим самому собі, зупинився, пройшовши шлях $s = 18\text{м}$.
147. Визначити момент сили M , який необхідно прикласти до блоку, який обертається з частотою $n = 12\text{с}^{-1}$, щоб він зупинився упродовж часу $t = 8\text{с}$. Діаметр блоку $D = 30\text{см}$. Маса блоку $m = 6\text{кг}$ вважати рівномірно розподіленою по ободу.
148. Блок, що має форму диска масою $m = 0,4\text{кг}$, обертається під дією сили натягу нитки, до кінців якої підвішені вантажі масами $m_1 = 0,3\text{кг}$ і $m_2 = 0,7\text{кг}$. Визначити сили натягу T_1 і T_2 нитки по обидві сторони блоку.
149. До кінців легкої і нерозтяжної нитки, перекинutoї через блок, підвішені вантажі масами $m_1 = 0,2\text{кг}$ і $m_2 = 0,3\text{кг}$. У скільки разів відрізняються сили, які діють на нитку по обидві сторони від блоку, якщо маса блоку $m = 0,4\text{кг}$, а його вісь рухається вертикально вгору з прискоренням $a = 2\text{м/с}^2$? Силами тертя і ковзанням нитки по блоку знехтувати.
150. Виведіть формулу для визначення моменту інерції J тонкого однорідного стержня, маса якого m і довжина l , відносно вісі, що

- приходить: а) через центр мас стержня перпендикулярно до нього; б) паралельно стержню на відстань a від нього.
151. Конічний маятник, маса якого $m = 50\text{г}$, підвішений на нитці завдовжки $l = 50\text{см}$ і обертається з кутовою швидкістю $\omega = \pi \text{ рад/с}$, описуючи конус з кутом розхилу $\theta = 60^\circ$. Визначити момент імпульсу L маятника відносно точки підвісу і вказати його напрям у просторі.
 152. До одного кінця нитки, перекинутої через блок, підвішений вантаж, маса якого $m_1 = 1\text{кг}$. До другого її кінця прикладена донизу сила $F = At + Bt^3$, де $A = 3\text{Н/с}$, $B = 2\text{Н/с}^3$, t – час, с. Блок має форму диска, його маса $m = 3\text{кг}$. З якими прискореннями a_1 і a_2 рухатиметься вантаж через час $t_1 = 1\text{с}$ і $t_2 = 2\text{с}$ від початку дії сили?
 153. Маховик, маса якого $m_1 = 1\text{кг}$, жорстко зв'язаний зі шківом радіуса $r = 5\text{см}$. Маса шківа $m_2 = 200\text{г}$. Система приводиться в рух за допомогою тягарця, маса якого $m_3 = 500\text{г}$. Тягарець прив'язаний до одного з кінців мотузки, що намотана на шків. Визначити частоту ν обертання маховика через перші $t = 21\text{с}$ руху. Вважати, що вся маса маховика розподілена по ободу на відстані $R = 40\text{см}$ від осі обертання.
 154. Тонка сферична оболонка, масою $m = 10\text{кг}$ і радіуса $R = 1\text{м}$, обертається з частотою $\nu = 10\text{с}^{-1}$ навколо своєї вісі симетрії. Визначити момент імпульсу L_z оболонки відносно цієї вісі.
 155. Автоматна куля у вигляді циліндра, діаметр якої $d = 6\text{мм}$, а маса $m = 10\text{г}$, обертається навколо своєї вісі з кутовою швидкістю $\omega = 2 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$. Визначити момент імпульсу L_z кулі відносно вісі.
 156. Куля, радіус якої $R = 0,1\text{м}$ і маса $m = 10\text{кг}$, обертається навколо своєї вісі згідно з рівнянням $\varphi = At^3 + Bt^2 + C$, де $A = 1\text{рад/с}^3$, $B = -3\text{рад/с}^2$. Визначити момент сили M для моментів часу $t_1 = 1\text{с}$ і $t_2 = 2\text{с}$.
 157. Однорідний суцільний диск радіуса $R = 0,1\text{м}$ може обертатися навколо вертикальної вісі, яка збігається з його віссю симетрії. До ободу диска прикладена дотична сила $F = 200\text{Н}$. Визначити масу m диска, якщо його кутове прискорення $\varepsilon = 40\text{рад/с}^2$, а момент сили тертя, що діє при обертанні диска, $M_T = 10\text{Н} \cdot \text{м}$.
 158. Суцільний циліндр, маса якого m і радіус R , обертається навколо своєї вісі згідно закону $\varphi = A \sin \omega t$. Як залежать від часу момент M сили, що діє на циліндр, і момент імпульсу L циліндра?

159. Тонкий обруч, маса якого $m = 1\text{кг}$ і радіус $R = 0,5\text{м}$, котиться без проковзування зі швидкістю $v = 2\text{м/с}$ по горизонтальній поверхні. Визначити модуль моменту імпульсу L обруча відносно точки торкання його з поверхнею (відносно миттєвої вісі обертання).
160. Гіроскоп, що має форму диска радіуса $R = 5\text{см}$, обертається навколо своєї вісі симетрії з частотою $n = 9000\text{хв}^{-1}$. Вісь гіроскопа утворює деякий кут α з вертикаллю і може вільно повертатися навколо точки O . Відстань від точки O до центра мас гіроскопа $l = 10\text{см}$. Обчислити кутову швидкість Ω обертання вісі гіроскопа навколо вертикалі (кутову швидкість прецесії). Як залежить кутова швидкість Ω прецесії від кута α нахилу вісі гіроскопа?
161. Мінімальна робота, необхідна для кидання тіла на відстань $l = 20\text{м}$, дорівнює $A = 150\text{Дж}$. Знайти масу тіла.
162. Людина масою 70кг біжить зі швидкістю 7м/с , доганяє візок масою 30кг , що рухається зі швидкістю 2м/с , і стрибає на нього. З якою швидкістю рухатиметься візок після цього?
163. Якої швидкості відносно води набуде нерухомий човен, маса якого з вантажем 200кг , коли пасажир, що сидить у човні, зробить постріл у напрямі корми? Маса кулі 10г , а початкова швидкість 800м/с .
164. Вагон масою 15т , що рухався зі швидкістю $2,4\text{м/с}$, стикається з нерухомим вагоном масою 25т так, що спрацьовує механізм зчеплення. Якою буде швидкість з'єднаних вагонів?
165. Тіло масою $m = 5\text{кг}$ починає падати з висоти $h = 20\text{м}$. Знайти суму потенціальної та кінетичної енергії в точці, що знаходиться від поверхні Землі на висоті $h_1 = 5\text{м}$, якщо тіло має швидкість 30м/с . Тертям тіла об повітря знехтувати. Порівняти цю енергію з початковою енергією тіла.
166. Тіло, що падало з певної висоти, в момент дотику до Землі має імпульс $p = 100\text{кг} \cdot \text{м/с}$ та кінетичну енергію $T = 500\text{Дж}$. Знайти: 1) масу тіла; 2) висоту, з якої падало тіло.
167. Матеріальна точка масою $m = 20\text{г}$ рухається по колу радіусом $R = 10\text{см}$ з постійним тангенціальним прискоренням. У кінці п'ятого оберту після початку руху кінетична енергія матеріальної точки стала рівною $T = 6,3\text{мДж}$. Обчислити тангенціальне прискорення.

168. Тіло кинули вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Нехтуючи опором повітря, знайти на якій висоті h кінетична енергія тіла буде рівна його потенціальній енергії.
169. Тіло, вагою $P = 40 \text{ Н}$, кинули з вежі вертикально вниз без початкової швидкості. Знайти кінетичну та потенціальну енергію у середній точці шляху, якщо тіло падало 3 с . Опором повітря знехтувати.
170. Яку роботу потрібно виконати, щоб по похилій площині з кутом нахилу 30° підняти вантаж масою 100 кг на висоту $h = 2 \text{ м}$, якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,2$?
171. Тіло масою 10 кг , що падає з висоти 20 м , проникає в м'який ґрунт на глибину 12 см . Визначити силу опору ґрунту.
172. Автомобіль масою 1500 кг починає розгін із стану спокою по горизонтальному шляху з прискоренням 1 м/с^2 . Коефіцієнт опору рухові $0,02$. Знайти: 1) роботу, що виконується за перші 10 с руху; 2) середню потужність, що розвиває автомобіль за цей інтервал часу.
173. Дві кулі масами 2 кг і 4 кг рухаються по гладкій горизонтальній поверхні назустріч одна одній зі швидкостями 3 м/с і 6 м/с відповідно. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії куль після їх непружного зіткнення?
174. Пружина жорсткістю 1000 Н/м була стиснута на 4 см . Яку потрібно виконати роботу, щоб стиснути пружину на 18 см ?
175. Тіло масою $m = 5 \text{ кг}$ летить зі швидкістю 500 м/с і пружно вдаряється у стінку під кутом 45° до неї. Знайти імпульс сили при ударі.
176. Кран піднімає вантаж масою $m = 2 \text{ т}$ на висоту 24 м за 2 хв . Знайдіть механічну потужність крана. Силами тертя знехтувати.
177. Літак має чотири двигуна, сила тяги кожного 103 кН . Яка корисна потужність двигунів при польоті літака зі швидкістю 846 км/год ?
178. На висоті $h = 2,2 \text{ м}$ від поверхні Землі м'яч мав швидкість 10 м/с . З якою швидкістю він буде рухатись біля поверхні Землі? Опором повітря знехтувати.

179. Знайти мінімальне значення гальмівного шляху автомобіля, якщо він почав сповільнювати рух на горизонтальній ділянці шосе при швидкості руху 20 м/с . Коефіцієнт тертя $0,5$.
180. Автомобіль масою $m = 2\text{ т}$ розганяється з місця на гору під кутом 30° . Коефіцієнт опору $\mu = 0,05$. Автомобіль набуває швидкості 72 км/год на ділянці завдовжки 70 м . Яку середню потужність P_c розвиває двигун?
181. Яку роботу потрібно виконати, щоб змусити тіло масою 2 кг , яке рухається: 1) збільшити свою швидкість від 2 м/с до 5 м/с ; 2) зупинитися при початковій швидкості в 8 м/с ?
182. Вагон вагою в 20 Т , який рухається рівносповільнено, під дією сили тертя в 6000 Н через деякий час зупиняється. Початкова швидкість вагону рівна 54 км/год . Знайти: 1) роботу сил тертя, 2) відстань, яку вагон пройде до зупинки.
183. Побудувати графік залежності від часу кінетичної, потенціальної і повної енергії каменя масою в 1 кг , кинутого вертикально вгору з початковою швидкістю $9,8\text{ м/с}$, для $0 \leq t \leq 2\text{ с}$ через кожні $0,2\text{ с}$.
184. З вежі висотою $H = 25\text{ м}$ горизонтально кинутий камінь зі швидкістю $v_0 = 15\text{ м/с}$. Знайти кінетичну і потенціальну енергію каменя через одну секунду після початку руху. Маса каменя $m = 0,2\text{ кг}$. Опором повітря знехтувати.
185. Матеріальна точка масою 10 г рухається по колу радіусом в $6,4\text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням. Знайти величину тангенціального прискорення, якщо відомо, що до кінця другого оберту після початку руху кінетична енергія матеріальної точки стала рівною $8 \cdot 10^{-4}\text{ Дж}$.
186. З похилої площини висотою 1 м і довжиною схилу 10 м ковзає тіло масою в 1 кг . Знайти: 1) кінетичну енергію тіла біля основи площини; 2) швидкість тіла біля основи площини; 3) відстань, пройдену тілом по горизонтальній частині шляху до зупинки. Коефіцієнт тертя на всьому шляху вважати постійним і рівним $0,05$.
187. Людина масою 60 кг , яка біжить зі швидкістю 8 км/год доганяє візок масою 80 кг , що рухається зі швидкістю $2,9\text{ км/год}$, і вистрибує на нього. Знайти з якою швидкістю стане рухатись візок? З якою швидкістю рухався б візок, якби людина бігла йому назустріч?

188. Граната, що летіла зі швидкістю 10 м/с , вибухнула і розірвалася на дві частини. Велика частина, вага якої складала 60% ваги всієї гранати, продовжувала рухатися в попередньому напрямку, але із збільшеною швидкістю, рівною 25 м/с . Знайти швидкість меншої частини.
189. Із гармати масою $5 \cdot 10^3\text{ кг}$ вилітає снаряд вагою 100 кг . Кінетична енергія при вильоті снаряду рівна $7,5 \cdot 10^6\text{ Дж}$. Яку кінетичну енергію отримує гармата внаслідок віддачі.
190. Два тіла рухаються назустріч один одному і ударяються не пружно. Швидкість першого тіла до удару рівна $v_1 = 2\text{ м/с}$, швидкість другого $v_2 = 4\text{ м/с}$. Загальна швидкість після удару по напрямку співпадає з напрямком швидкості v_1 і рівна $v = 1\text{ м/с}$. У скільки разів кінетична енергія першого тіла була більша кінетичної енергії другого тіла?
191. Куля, що летить горизонтально, потрапляє у вантаж, підвішений на дуже легкому жорсткому стержні, і застряє в ньому. Маса кулі в 1000 разів менша маси вантажу. Відстань від точки підвісу стержня до центру вантажу рівна 1 м . Знайти швидкість кулі, якщо відомо, що стержень з вантажем відхилився від удару кулі на кут 10° .
192. Дерев'яна куля падає вертикально вниз з висоти 2 м без початкової швидкості. Коефіцієнт відновлення при ударі кулі об підлогу вважати рівним 0,5. Знайти : 1) висоту, на яку підніметься куля після удару об підлогу, 2) кількість тепла, яка виділиться при цьому ударі. Маса кулі 100 г .
193. Крижина площею поперечного перерізу $S = 1\text{ м}^2$ і висотою $H = 0,4\text{ м}$ плаває у воді. Яку роботу треба здійснити, щоб повністю занурити крижину у воду?
194. Хлопчик, стріляючи з рогатки, натягнув гумовий шнур так, що його довжина стала більша на 10 см . З якою швидкістю полетів камінь масою 20 г ? Для натягу гумового шнура на 1 см потрібна сила в 1 кг . Опором повітрі при польоті каменя знехтувати.
195. Яку роботу виконують двигуни електропотягу на шляху 100 м при розгоні с прискоренням $1,5\text{ м/с}^2$ вгору по площині з кутом нахилу 10° , якщо маса електропотягу $1,2 \cdot 10^5\text{ кг}$, а коефіцієнт тертя 0,05?
196. Визначити потужність двигуна шахтної клітки, який піднімає із шахти глибиною 200 м вантаж масою 10^4 кг за 60 с , якщо ККД рівний 80%.

197. Якою кінетичною енергією володіло тіло масою 2кг, якщо воно піднялося по похилій площині з кутом нахилу 30° на висоту 1м? Коефіцієнт тертя між тілом і похилою площиною 0,10.
198. Яка енергія пішла на деформацію двох куль, які зіткнулися, масами $m_1 = m_2 = 4\text{кг}$, якщо вони рухались на зустріч одна одній зі швидкостями $v_1 = 3\text{м/с}$ і $v_2 = 8\text{м/с}$, а удар був прямий і непружний?
199. Із гармати масою $1,1 \cdot 10^3\text{кг}$ зроблений постріл в горизонтальному напрямку. Маса снаряду 54кг. Швидкість снаряду відносно Землі $v = 900\text{м/с}$. Визначити швидкість вільного відкоту знаряддя в момент вильоту снаряда.
200. Два човни масами $M = 100\text{кг}$ кожний ідуть паралельним курсом назустріч один одному з однаковою швидкістю 5м/с . Коли човни зустрічаються, із першого в другий перекидають вантаж $m = 25\text{кг}$, а потім із другого човна в перший перекидають такий же вантаж. В інший раз вантажі перекидають із човна в човен одночасно. Визначити швидкості човнів в обох випадках.
201. Визначити масу тіла, яке здійснює гармонічне коливання з амплітудою $0,10\text{м}$, частотою 2Гц і початковою фазою 30° , якщо повна енергія коливання $7,7\text{мДж}$. Через скільки секунд від початку відліку часу кінетична енергія буде рівна потенціальній?
202. Тіло масою 5г здійснює коливання, яке описується рівнянням:

$$x = 0,1 \sin \frac{\pi}{2} \left(t + \frac{1}{3} \right)$$
Знайти значення кінетичної і потенціальної енергії тіла через 20с від моменту часу $t = 0$. Чому рівна повна енергія тіла?
203. Визначити амплітуду гармонічних коливань матеріальної точки, якщо її повна енергія коливання 40мДж , а діюча на неї сила при зміщенні, рівному половині амплітуди, 2Н .
204. Точка здійснює коливання за законом $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. У деякий момент часу зміщення o точки рівне $5ni$, її швидкість $v = 20ni/n$, прискорення $a = -80ni/n^2$. Знайти амплітуду A , кутову швидкість ω , період O коливань у цей момент часу.
205. У скільки раз зменшиться повна енергія коливань секундного маятника за 5хв , якщо логарифмічний декремент затухання 0,031?

206. Амплітуда коливання камертона за $15c$ зменшилася в 100раз. Знайти коефіцієнт затухання коливань.
207. Як зміниться хід маятничого годинника при піднятті їх на висоту $20km$ над поверхнею Землі?
208. Визначити амплітуду вимушених коливань вантажу масою $0,2kg$, підвішеного на пружині жорсткістю $20H/m$, якщо діє вимушена сила з амплітудою $2H$ і частотою в 2 рази більшою власної частоти коливання вантажу, а коефіцієнт затухання $0,5c^{-1}$.
209. Дві кулі масами m_1 і m_2 , скріплені між собою пружиною, жорсткість якої k , лежать на горизонтальній площині. Пружина розтягується і відпускається. Визначити період коливань системи. Тертям знехтувати.
210. На якій відстані від джерела коливань, що здійснюються по закону синуса, в момент часу $t = \frac{T}{2}$ зміщення точки від положення рівноваги рівне половині амплітуди? Швидкість розповсюдження коливань $340m/c$. Період коливань $10^{-3}c$.
211. У скільки раз змінюється довжина ультразвукової хвилі при переході хвилі із сталі в мідь, якщо швидкість розповсюдження ультразвуку в міді і сталі відповідно 3600 і $5000m/c$?
212. Знайти швидкість розповсюдження ультразвуку в залізі, якщо модуль Юнга для заліза $20ГПа$, а густина $7800kg/m^3$.
213. Чому рівна швидкість розповсюдження звукової хвилі в мідній дротині довжиною $10m$, яка натягнута силою $200H$? Маса дротини $50g$.
214. Рівень гучності шуму літака на відстані $5m$ рівний $120дБ$, а тихої розмови на тій же відстані – $40дБ$. Визначити відношення інтенсивностей і абсолютні значення інтенсивностей цих звуків.
215. Підводний човен, який рухається зі швидкістю $v = 10m/c$, посилає ультразвуковий сигнал частотою $\nu = 30kГц$, який відбившись від перешкод, повертається назад. Визначити різницю між частотами посланого і прийнятого сигналів.
216. Два електропоїзди йдуть назустріч один одному зі швидкостями $v_1 = 30m/c$ і $v_2 = 10m/c$. Перший поїзд дає свисток, висота тону якого відповідає частоті $\nu = 500Гц$. Визначити частоту, яка сприймається

- пасажиром другого електропоїзду перед зустріччю і після зустрічі поїздів. Чому були б рівні відповідні частоти, якби пасажир знаходився у першому електропоїзді, а сигнал давав другий?
217. Амплітуда гармонічних коливань точки $A = 5\text{см}$, амплітуда швидкості $v_{\max} = 7,85\text{см/с}$. Обчислити циклічну частоту ω коливань і максимальне прискорення a_{\max} точки.
218. Точка здійснює коливання за законом синуса з періодом $T = 12\text{с}$. У деякий момент часу зміщення x точки дорівнювало 1см . Коли фаза коливань збільшилась удвічі, швидкість v точки стала дорівнювати $\frac{\pi}{6}\text{см/с}$. Визначити амплітуду A коливань.
219. Точка бере участь одночасно у двох коливаннях однакового напрямку, які відбуваються за законами $x_1 = A\cos\omega t$ і $x_2 = A\cos 2\omega t$. Визначити швидкість v і прискорення a точки через час $t = T/12$ після початку коливань, а також максимальну швидкість v_{\max} точки.
220. Матеріальна точка, маса якої $m = 10\text{г}$, здійснює гармонічні коливання за законом косинуса з періодом $T = 2\text{с}$ і початковою фазою $\varphi = 0$. Повна механічна енергія точки $E = 0,1\text{мДж}$. Визначити амплітуду коливань A і записати закон руху точки. Обчислити максимальне значення F_{\max} сили, що діє на точку.
221. Матеріальна точка, маса якої $m = 10\text{г}$, здійснює гармонічні коливання. Амплітуда коливань $A = 3\text{см}$, частота $\nu = 10\text{см}^{-1}$, початкова фаза $\varphi = 0$. Встановити закон, за яким змінюється сила F , що діє на точку. Визначити повну механічну енергію E точки, значення діючої сили F та відношення потенціальної енергії до кінетичної U/W_k для моменту часу, коли точка відхилена від положення рівноваги на $x = 2\text{см}$.
222. Кулька підвішена на нитці завдовжки $l = 2\text{м}$. Її відхиляють на кут $\alpha = 4^\circ$ і спостерігають коливання. Визначити швидкість кульки під час проходження нею положення рівноваги, вважаючи коливання незгасаючими гармонічними. Перевірити розв'язок, обчисливши швидкість кульки з рівнянь механіки.
223. Брусок, маса якого $m = 0,5\text{кг}$, лежить на гладкому столі. Його з'єднано горизонтально пружиною жорсткістю $k = 32\text{Н/м}$ зі стіною. У початковий момент часу пружину стиснули на $x_0 = 1\text{см}$ і відпустили. Встановити закон руху бруска. Тертям нехтувати.

224. Тягарець масою $m = 0,1\text{кг}$, підвішений на спіральній пружині, розтягує її на $\Delta x = 0,1\text{мм}$. Яку амплітуду A матимуть коливання тягарця, якщо повна механічна енергія $E = 1\text{Дж}$?
225. Точка, здійснює коливання за законом $x = 10\sin 3t$, де x – зміщення, см . У деякий момент часу прискорення становило $a_1 = 45\text{см}/\text{с}^2$. Визначити модуль швидкості $|v_1|$ точки в цей момент часу.
226. Матеріальна точка, маса якої $m = 50\text{г}$, здійснює коливання за законом $x = 10\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$, де x – зміщення, см ; $\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ – аргумент синуса, рад . Визначити максимальні значення сили F_{max} , що повертає точку в положення рівноваги, і кінетичної енергії $W_{\text{кmax}}$.
227. Написати рівняння гармонічного коливального руху з амплітудою 5см , якщо за 1хв здійснюється 150 коливань і початкова фаза коливань рівна 45° . Накреслити графік цього руху.
228. Амплітуда гармонічних коливань рівна 50мм , період 4с і початкова фаза $\frac{\pi}{4}$. 1) Написати рівняння цього коливання. 2) Знайти зміщення точки, яка коливається від положення рівноваги при $t = 0$ і при $t = 1,5\text{с}$. 3) Накреслити графік цього руху.
229. Накреслити на одному графіку два гармонічних коливання з однаковими амплітудами ($A_1 = A_2 = 2\text{см}$) і однаковими періодами ($T_1 = T_2 = 8\text{с}$), але які мають різницю фаз $\frac{\pi}{4}$.
230. Через який час від початку руху точка, яка здійснює коливальний рух за рівнянням $x = 7\sin 0,5\pi t$, проходить шлях від положення рівноваги до максимального зміщення?
231. Амплітуда гармонічного коливання рівна 5см , період 4с . Знайти максимальну швидкість точки, яка коливається, і її максимальне прискорення.
232. Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливання 2с , амплітуда 50мм , початкова фаза рівна нулю. Знайти швидкість точки в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги рівне 25мм .

233. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки $A = 2\text{см}$, повна енергія коливань $W = 3 \cdot 10^{-7} \text{Дж}$. При якому зміщенні від положення рівноваги на точку, яка коливається, діє сила $F = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{Н}$?
234. До пружини підвішений вантаж 10кг . Знаючи, що пружина під дією сили в 1кГ розтягується на $1,5\text{см}$, визначити період вертикальних коливань вантажу.
235. Ареометр вагою $P = 0,2\text{кГ}$ плаває в рідині. Якщо занурити його трохи в рідину і відпустити, то він почне здійснювати коливання з періодом $T = 3,4\text{с}$. Вважаючи коливання незатухаючими, знайти за результатами досліду густину рідини ρ , в якій плаває ареометр. Діаметр вертикальної циліндричної труби ареометра рівний $d = 1\text{см}$.
236. Логарифмічний декремент затухання математичного маятника рівний $0,2$. Знайти, в скільки разів зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника.
237. Математичний маятник здійснює затухаючі коливання з логарифмічним декрементом затухання, рівним $0,2$. У скільки разів зменшиться повне прискорення маятника в його крайньому положенні за одне коливання?
238. Період затухаючих коливань 4с , логарифмічний декремент затухання $1,6$, початкова фаза рівна нулю. Зміщення точки при $t = \frac{\pi}{4}$ рівне $4,5\text{см}$. Записати рівняння усього коливного процесу та побудувати його графік у межах двох періодів.
239. Рівняння незатухаючих коливань дано у вигляді $x = \sin 2,5\pi t \text{ см}$. Знайти зміщення від положення рівноваги, швидкість і прискорення точки, яка знаходиться на відстані 20м від джерела коливань, для моменту $t = 1\text{с}$ після початку коливань. Швидкість розповсюдження коливань рівна 100м/с .
240. Два поїзди їдуть назустріч один одному зі швидкостями 72км/год і 54км/год . Перший поїзд дає сигнал з частотою 600Гц . Знайти частоту коливань звуку, який чує пасажир другого поїзду: 1) перед зустрічю поїздів; 2) після зустрічі поїздів. Швидкість звуку прийняти 300м/с .
241. Визначити глибину, на яку необхідно занурити у воду повітряний пістолет калібру $d = 7\text{мм}$, щоб при натиску на спусковий гачок постріл не здійснився. Довжини ствола пістолета $l = 22\text{см}$. Маса кулі $m = 7\text{г}$, а її швидкість в момент вильоту із стволу при пострілі в повітрі $v = 27\text{м/с}$.

242. Визначити натяг тросу при піднятті із води залізобетонної плити об'ємом $2,4\text{ м}^3$ з прискоренням $0,50\text{ м/с}^2$. Лобовим опором знехтувати. Вважати густину залізобетону $\rho_T = 2,2 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.
243. Дві кулі – алюмінієва і мідна, одна з яких суцільна, а інша порожниста, підвішені до кінців не рівноплечого важеля і врівноважені в повітрі. Встановити, яка із цих куль суцільна, якщо при зануренні їх в посудину з водою рівновага не порушується. Чому рівний об'єм порожнини, якщо маса мідної кулі $0,4\text{ кг}$.
244. У посудину зі ртуттю і водою кинута сталевий куля. Яка частина об'єму кулі буде знаходитися у воді?
245. Визначити масу коркового пояса, який здатний втримати людину масою $m_1 = 60\text{ кг}$ у воді так, щоб голова і плечі ($n = 1/8$ об'єму) не були зануренні у воду. Густину тіла людини прийняти рівною $\rho_1 = 1007\text{ кг/м}^3$.
246. Посудина з водою рухається вертикально з прискоренням $a = 1,2\text{ м/с}^2$, направленим вгору. Визначити тиск на глибині $h = 0,20\text{ м}$.
247. До плаваючого у воді коркового поясу об'ємом $V = 50\text{ дм}^3$ підвішена на нитці залізна гиря. Визначити масу гирі і натяг нитки, якщо у воду занурена $1/2$ об'єму пояса.
248. По трубці перетином $S = 4\text{ см}^2$, зігнутий під прямим кутом, тече вода. З якою силою вода діє на трубу, якщо щосекундна витрата води $Q = 2\text{ кг/с}$?
249. Який опір чинить повітряний потік, який набігає на автомобіль при швидкості руху 144 км/год , якщо площа лобової поверхні 3 м^2 ? Коефіцієнт лобового опору прийняти рівним $C_x = 0,6$.
250. Визначити потужність повітряного потоку, який набігає на електропоїзд, який рухається зі швидкістю 100 км/год , якщо площа лобової поверхні 10 м^2 .
251. Яку потужність розвиває серце людини, якщо при кожному ударі лівий шлуночок, скорочуючись, виштовхує в аорту кров масою $m = 70\text{ г}$ під тиском $p = 26\text{ кПа}$, а за $t = 1\text{ хв}$ відбувається приблизно $n = 75$ скорочень шлуночка?
252. Визначити роботу, яка виконується при переміщенні води об'ємом 2 м^3 в горизонтальній трубці змінного перерізу з тиском від 50 до 20 кПа .

253. Чан місткістю $V = 2\text{ м}^3$ повинен бути наповненим водою за $t = 5\text{ хв}$. Визначити найменший радіус труби, яка може бути використана для з'єднання чану з водонапірною вежею, яка знаходиться на відстані $l = 500\text{ м}$, якщо рівень води у вежі на $h = 20\text{ м}$ вищий рівня отвору в чані.
254. Який опір відчуває куля діаметром $0,5\text{ см}$, яка рухається у повітрі зі швидкістю 10 м/с ? Вважати коефіцієнт лобового опору для кулі $C_x = 0,25$.
255. Знайти максимальне значення швидкості потоку води в трубці діаметром 2 см , при якому, цей потік буде залишатись ламінарним. Критичне значення числа Рейнольдса для труби приблизно рівне 3000 . Яке відповідне значення швидкості для трубки діаметром $0,10\text{ см}$?
256. На висоті $h = 200\text{ км}$ густина атмосфери рівна $\rho = 1,6 \cdot 10^{-10}\text{ кг/м}^3$. Оцінити силу опору, яку відчуває супутник з поперечним перерізом $S = 0,50\text{ м}^2$ і масою $m = 10\text{ кг}$, який летить на цій же висоті.
257. Один із методів визначення в'язкості рідин полягає у вимірюванні швидкості падіння кулі в циліндрі, яка заповнена досліджуваною рідиною, і обрахунку η за формулою Стокса. Приймавши для кулі критичне значення числа Рейнольдса $Re = 0,05$, знайти максимальне значення радіуса сталевий кулі, яка може бути використана в дослідженні при визначенні в'язкості гліцерину.
258. У посудині знаходяться дві ідеальні рідини, які не змішуються, густиною ρ_1 і ρ_2 . Товщина шарів відповідно h_1 і h_2 . З поверхні рідини в посудину опускають кулю. Визначити густину матеріалу кулі, якщо відомо, що вона досягає дна посудини в той час, коли швидкість стає рівною нулю.
259. У підводному човні на глибині $h = 200\text{ м}$ утворилася пробоїна, площа якої $S = 5\text{ см}^2$. Яка мінімальна сила F_{\min} потрібна, щоб закрити пробоїну із внутрішнього боку? Яка сила $F_{\text{упр}}$ необхідна, щоб утримати латку?
260. На яку висоту h підніметься струмінь води, що витікає зі шланга, якщо надлишковий тиск води у водопроводі $0,1\text{ МПа}$? Опором повітря нехтувати.
261. Визначити максимальну силу F_{\max} , з якою вітер тисне на стіну будівлі, площа поверхні якої $S = 2000\text{ м}^2$. Густина повітря $\rho = 1,23\text{ кг/м}^3$, швидкість вітру $v = 20\text{ м/с}$ і він дме перпендикулярно до стіни.

262. За який час t можна витиснути ідеальну рідину зі шприца, якщо на поршень діє сила $F = 20\text{Н}$, об'єм рідини в шприці $V = 10\text{см}^3$, а площі поршня та внутрішнього перерізу голки відповідно $S_1 = 1\text{см}^2$, $S_2 = 0,3\text{мм}^2$? Тертя не враховувати. Густина рідини $\rho = 1000\text{кг/м}^3$.
263. Циліндричний бак, розташований вертикально, наповнений водою та мазутом. Висота води в баку $h_1 = 1\text{м}$, густина мазуту 900кг/м^3 . У днищі бака зроблено отвір, крізь який витікає вода з початковою швидкістю $v = 9,5\text{м/с}$. Визначити висоту h_2 шару мазуту в баку. В'язкість води й мазуту не враховувати.
264. Центрифуга обертається з кутовою швидкістю $\omega = 6000\text{рад/с}$. У ній міститься вода, поверхню якої за даних умов можна розглядати як циліндричну з радіусом $R = 5\text{см}$. З якою швидкістю v відносно центрифуги витікатиме вода з отвору, що розміщений на відстані $r = 15\text{см}$ від осі центрифуги?
265. Обчислити швидкість v усталеного руху краплі води, діаметр якої $d = 0,05\text{мм}$, що падає в повітрі. Динамічна в'язкість повітря $\eta = 17\text{мкПа}\cdot\text{с}$. Вважати, що рух повітря при обтіканні краплі є ламінарним.
266. Обчислити максимальне значення швидкості v_{max} потоку води в трубі, що має діаметр $d = 2\text{см}$, при якому рух рідини залишається ламінарним. Вважати, що критичне число Рейнольдса $\text{Re}_{\text{кр}} = 3000$. В'язкість води $\eta = 1\text{мПа}\cdot\text{с}$.
267. За час $t = 1\text{с}$ крізь поперечний переріз труби протікає вода, об'єм якої $V = 0,5\text{л}$. Динамічна в'язкість води за даних умов $\eta = 1\text{мПа}\cdot\text{с}$, критичне число Рейнольдса $\text{Re}_{\text{кр}} = 3000$. Яким має бути діаметр d труби, щоб рух залишався ламінарним?
268. Дві кульки однакової густини, радіуси яких R_1 і R_2 , рухаються під дією сили тяжіння в суцільному середовищі з усталеними швидкостями v_1 і v_2 відповідно. Встановити відношення швидкостей v_1/v_2 кульок, якщо сила опору F рухові пропорційна k -му степеню добутку площі поперечного перерізу S кульки та швидкості v її руху? Силою Архімеда нехтувати.
269. Знайти швидкість течії по трубі вуглекислого газу, якщо відомо, що за півгодини через поперечний переріз труби протікає $0,51\text{ea}$ газу. Густина газу прийняти рівним 75кг/м^3 . Діаметр труби рівний 2см .

270. На дні циліндричної посудини є круглий отвір діаметром $d = 1\text{см}$. Діаметр посудини $D = 0,5\text{м}$. Знайти залежність швидкості v зниження рівня води в посудині від висоти h цього рівня. Знайти чисельне значення цієї швидкості для висоти $h = 0,2\text{м}$.
271. У посудину ллється вода, при чому за 1с наливається $0,2\text{л}$. Який повинен бути діаметр d отвору на дні посудини, щоб вода в ньому трималась на постійному рівні, рівному $h = 8,3\text{см}$?
272. Який тиск створює компресор у фарбопульті, якщо струмінь рідини фарби витікає з нього зі швидкістю 25м/с ? Густина фарби рівна $0,8\text{г/см}^3$.
273. Куля спливає з постійною швидкістю в рідині, густина якої в 4 рази більша густини матеріалу кулі. У скільки разів сила тертя, що діє на спливаючу кулю, більша ваги цієї кулі.
274. Якої найбільшої швидкості може набути дощова крапля діаметром $d = 0,3\text{мм}$, якщо динамічна в'язкість повітря рівна $1,2 \cdot 10^{-4}\text{г/см} \cdot \text{с}$?
275. Стальна куля діаметром 1мм падає з постійною швидкістю $0,185\text{см/с}$ у велику посудину заповнену гліцерином. Знайти динамічну в'язкість гліцерину.
276. Суміш свинцевих дробинок діаметром 3мм і 1мм відпустили в бак з гліцерином глибиною в 1м . На скільки пізніше впадуть на дно дробинки меншого діаметру в порівнянні з дробинками більшого діаметру? Динамічна в'язкість при температурі досліду $14,7\text{г/см} \cdot \text{с}$.
277. Коркова куля радіусом в 5мм спливає в посудині, наповненою гліцерином. Чому рівна динамічна і кінематична в'язкості гліцерину в умовах досліду, якщо куля спливає з постійною швидкістю $3,5\text{см/с}$?
278. Стальна куля падає в широку посудину, наповнену трансформаторним маслом, густина якого $\rho = 900\text{кг/м}^3$ і динамічна в'язкість $\eta = 0,8\text{Н} \cdot \text{с/м}^2$. Вважаючи, що закон Стокса має місце при $\text{Re} \leq 0,5$ (якщо при обрахуванні Re в якості величини D взяти діаметр кулі), знайти граничне значення діаметра кулі.
279. Вода тече по трубі, при чому за 1с через поперечний переріз труби протікає 200см^3 води. Динамічна в'язкість води в умовах досліду рівна $0,001\text{Н} \cdot \text{с/м}^2$. При якому граничному значенні діаметра труби рух води залишатиметься ламінарним? $\text{Re} \leq 3000$.

280. Визначити швидкість електропоїзда в момент початку гальмування, вважаючи його рух рівносповільним, якщо він зупинився, пройшовши шлях $S = 200\text{ м}$, а підвішений у вагоні висок при гальмуванні відхилився на кут $\alpha = 5^\circ$ від вертикального напрямку.
281. З яким прискоренням повинна рухатися в горизонтальному напрямку похила площина з кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$, щоб при відсутності тертя тіло яке знаходиться на ній не переміщалося відносно похилої площини?
282. На похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 10^\circ$ лежить тіло. Похила площина рухається з прискоренням $a = 1\text{ м/с}^2$, направленим горизонтально. Чому повинно бути рівне найменше значення коефіцієнта тертя μ між тілом і похилою площиною, щоб тіло не ковзало по ній? Чому повинно бути рівне відповідне значення коефіцієнта тертя, якщо прискорення похилої площини буде направлено в протилежний бік?
283. По горизонтальній ділянці дороги їде велосипедист, описуючи дугу радіусом 10 м . Під яким кутом до горизонту нахилений велосипедист, якщо його швидкість 6 м/с ?
284. З якою найменшою швидкістю може їхати мотоцикліст по внутрішній вертикальній стіні циліндричної будови радіусом $R = 12\text{ м}$, описуючи горизонтальне коло, якщо коефіцієнт тертя покришок об стіну $\mu = 0,50$, а центр мас мотоцикліста і мотоцикла знаходиться на відстані $l = 1\text{ м}$ від стіни?
285. Електровоз масою 10^5 т рухається з півночі на південь в північній півкулі по горизонтальному прямолінійному шляху зі швидкістю 30 м/с на широті 60° . Визначити горизонтальну складову сили, з якою електровоз давить на рейки.
286. Визначити, на скільки зміниться сила, яка діє на поверхні Землі, якщо тіло масою m , яке рухається вздовж екватора зі сходу на захід зі швидкістю v , змінить напрям руху на протилежний.
287. На географічній широті $\varphi = 60^\circ$ тіло вільно падає на Землю з висоти $h = 200\text{ м}$. Визначити відхилення тіла під дією коріолісової сили інерції, викликані обертанням Землі.
288. В точці, розміщеній на широті $\varphi = 60^\circ$, із рушниці зроблений постріл строго вертикально вгору. Через деякий час куля упала на Землю. Визначити, на скільки змістилась куля, яка упала, від точки пострілу, якщо її початкова швидкість $v_0 = 200\text{ м/с}$. Опір руху не враховувати.

289. Встановлений у Санкт-Петербурзі маятник Фуко, має довжину 98 м . На який кут повернеться площина коливань маятника за час 10 хв ? Географічна широта Санкт-Петербурга 60° .
290. Стрижень рухається з деякою постійною швидкістю v . Його довжина в нерухомій системі $l_1 = 3\text{ м}$, а в системі відліку, зв'язаній зі стрижнем, $l_2 = 6\text{ м}$. Визначити власну довжину стрижня і його швидкість відносно нерухомої системи відліку.
291. Швидкість руху Землі навколо Сонця $v = 30\text{ км/с}$. Знайти скорочення діаметра Землі в системі координат, зв'язаній з Сонцем.
292. Реактивний літак летить зі швидкістю 1000 м/с . На скільки годинник, який знаходиться в літаку, буде відставати від годинника на Землі?
293. Користуючись формулами додавання швидкостей у теорії відносності, довести, що додавання швидкостей ніколи не приводить до швидкостей, більших за швидкість світла.
294. Дві ракети віддаляються від Землі в прямо протилежні сторони зі швидкістю $0,8c$ відносно Землі. Знайти, з якою швидкістю рухається одна ракета в системі відліку, пов'язаній з іншою ракетою.
295. Прискорювач надав радіоактивному ядру швидкість $v = 0,4c$. У момент вильоту із прискорювача ядро викинуло в напрямку свого руху β – частинку зі швидкістю $0,75c$ відносно прискорювача. Знати швидкість частинки відносно ядра.
296. У скільки раз релятивістська маса електрона, який рухається зі швидкістю $v = 0,999c$, більша за його маса спокою?
297. Релятивістська маса тіла, яке рухається з деякою швидкістю, зросла в порівнянні з його масою спокою на 20% . У скільки разів при цьому зменшилась його довжина?
298. Релятивістська маса протона, який рухається, в 10^2 раз більша від його маси спокою. Знайти швидкість протона.
299. Знайти відношення кінетичної енергії електрона до його енергії спокою, якщо швидкість електрона 150 Мм/с . Який релятивістський імпульс електрона?
300. Повна енергія мезона у 8 разів більша його енергії спокою. Яка швидкість мезона?

301. Якій зміні маси відповідає зміна енергії на $1Дж$?
302. Корабель рухається вздовж меридіана на північ зі швидкістю $v_0 = 72км/год$. Чому дорівнює прискорення a корабля? На яку відстань Δs і в якому напрямі корабель відхилиться від курсу за $t = 1год$? Широта місцевості $\varphi = 30^0$. Зміною широти знехтувати.
303. Порожниста сталева кулька піднімається з глибини $h = 500м$ води на поверхню. Швидкість усталеного руху кульки $v = 1м/с$. На яку відстань x і в якому напрямі відносно вертикалі відхилиться кулька? Широта місцевості $\varphi = 30^0$.
304. Ріка ширина якої $l = 1,2км$, тече з півночі на південь на широті $\varphi = 45^0$. На скільки метрів рівень h води біля одного берега вищий, ніж біля іншого? Покласти, що швидкість течії річки $v_0 = 0,3м/с$.
305. В атмосфері Землі на відстані $l = 20км$ від її поверхні в космічних променях утворився мюон. Рухаючись зі швидкістю $v = 0,9996c$ відносно системі відліку, зв'язаної із Землі, мюон досягає земної поверхні. До яких розмірів l_0 скоротиться ця відстань, якщо не враховувати сповільнення часу?
306. З якою максимальною швидкістю v має рухатися стрижень, щоб відносна похибка, яка допускається при вимірюванні його довжини без врахування руху, не перевищувала б $0,01\%$?
307. Ребра куба орієнтовані паралельно осям координат. З якою швидкістю v куб має рухатися вздовж однієї з осей, для того щоб перетворитися на паралелепіпед із об'ємом втричі меншим, ніж об'єм куба?
308. Дві частинки рухаються назустріч одна одній зі швидкостями $v_1 = 0,8c$ і $v_2 = 0,9c$ відносно лабораторної системи відліку. Визначити відносну швидкість $v_{відн}$ частинок.
309. Одна з частинок рухається відносно лабораторії зі швидкістю $v = 0,9c$, а інша – зі швидкістю $v_{відн} = 0,5c$ відносно першої в тому самому напрямі. Чому дорівнює швидкість v_1 другої частинки відносно лабораторії?
310. Як змінюється імпульс p релятивістської частинки у разі зміни її швидкості від $v_1 = 0,2c$ до $v_2 = 0,8c$?

311. Визначити імпульс p частинки, кінетична енергія якої $T = 900 \text{ MeV}$, а швидкість $v = 0,8c$.
312. Частинка, маса якої m_0 , а швидкість $v = 0,99c$ відносно лабораторії налітає на нерухому частинку такої самої маси. Визначити масу спокою M і швидкість v' частинки, що утворилася під час непружного зіткнення.
313. При якій відносній швидкості руху релятивістське скорочення довжини, тіла яке рухається, становить 25% .
314. Яку швидкість повинно мати тіло, яке рухається, щоб його поздовжні розміри зменшились удвічі?
315. На скільки збільшиться маса α -частинки при прискоренні її від початкової швидкості, рівній нулю, до швидкості, рівній 0,9 швидкості світла?
316. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб його швидкість склала 95% швидкості світла?
317. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти протон, щоб його поздовжні розміри стали менші удвічі?
318. Знайти швидкість мезону, якщо його повна енергія в 10 разів більша за енергію спокою.
319. Синхрофазотрон дає пучок протонів з кінетичною енергією в 10000 MeV . Яку частину швидкості світла складає швидкість протонів в цьому пучку?
320. Електрон рухається зі швидкістю 200 Mm/c . Визначити кінетичну енергію за класичною та релятивістською формулами.

7. ТАБЛИЦІ ОСНОВНИХ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Основні фізичні константи

	Назва	Значення констант в одиницях СІ
1.	Швидкість світла у вакуумі	$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
2.	Гравітаційна стала	$G = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
3.	Нормальне прискорення сили тяжіння	$g = 9,80665 \text{ м} / \text{с}^2$
4.	Густина води (максимальна при $t = 3,98 \text{ }^\circ\text{C}$ і $p = 101325 \text{ Н} / \text{м}^2$)	$\rho = 999,973 \text{ кг} / \text{м}^3$
5.	Швидкість звуку: – в сухому повітрі ($t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$) – у воді ($t = 13 \text{ }^\circ\text{C}$)	$v = 331,36 \text{ м} / \text{с}$ $v = 1440 \text{ м} / \text{с}$
6.	Сила	$1 \text{ дина (дин)} = 10^{-5} \text{ Н}$ $1 \text{ кілограм-сила (кГ)} = 9,81 \text{ Н}$ $1 \text{ тона-сила (Т)} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Н}$
7.	Робота, енергія, кількість теплоти	$1 \text{ ерг} = 10^{-7} \text{ Дж}$ $1 \text{ кГм} = 9,81 \text{ Дж}$ $1 \text{ ват-годин (Вт} \cdot \text{год)} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ $1 \text{ електрон-вольт (еВ)}$ $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $1 \text{ калорія (кал)} = 4,19 \text{ Дж}$
8.	Динамічна в'язкість Кінематична в'язкість	1 пуаз (пз) $= 0,1 \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2 = 0,1 \text{ кг} / \text{м} \cdot \text{с}$ $1 \text{ стокс (ст)} = 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}$

Деякі астрономічні величини

Радіус Сонця $R = 6,9598 \cdot 10^8 \text{ м}$.

Маса Сонця $M = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Радіус Землі $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

Маса Землі $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Радіус Місяця $R = 1737,9 \text{ км}$.

Маса Місяця $M = 7,349 \cdot 10^{22} \text{ кг}$.

Середня густина Місяця $\rho = 3,34 \cdot 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$.

Середня відстань від Землі до Місяця $3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$

Середня відстань від Землі до Сонця $1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Густина речовин, 10^3 кг/м^3 (760 мм.рт.ст., $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$)

<i>Речовина</i>	ρ	<i>Речовина</i>	ρ
Хімічні елементи		Хімічні елементи	
Алюміній	2,70	Плюмбум	11,342
Карбон (алмаз)	3,52	Ферум	7,87
Карбон (графіт)	2,25	Купрум	8,93
Дерево (сухе)		Мінерали	
Бальза (коркове)	0,11-0,14	Алмаз	3,01-3,52
Інші речовини		Вугілля (антрацит)	1,4-1,8
Лід	0,917	Крейда	1,9-2,8
залізобетон	2,2	Сіль кам'яна	2,18
<i>Речовина</i>	ρ	<i>Речовина</i>	ρ
Деякі рідини		Гази, кг/м^3	
Гліцерин	1,62	Азот	1,2505
Гас	0,82	Вуглекислий газ	1,9768
Олія:		Гелій	0,1785
– оливкова	0,915-0,920	Кисень	1,4290
– соняшникова	0,924-0,926	Метан	0,7168
Спирт:		Озон	2,22
– метиловий	0,7928	Повітря	1,2928
– етиловий	0,7893	Хлор	3,22

Пружні властивості матеріалів

<i>Матеріал</i>	$E, 10^{10} \text{ Н/м}^2$	$G, 10^{10} \text{ Н/м}^2$	μ
Алюміній	6,3-7,0	2,5-2,6	0,32-0,36
Залізо лите	10-13	3,5-5,3	0,23-0,31
Каучук	0,0008	0,0003	0,46
Мідь	12,7	4,8	0,33
Свинець	1,62	0,562	0,446
Сталь	20-21	7,9-8,1	0,25-0,33

Коефіцієнти тертя ковзання

<i>Дотичні поверхонь</i>	f
Гума (шини) по твердому ґрунту	0,4-0,6
Дерево сухе по сухому дереву	0,25-0,5
Підшипник ковзання при змащенні	0,02-0,08
Тверде тіло по льоду	0,02-0,03

Швидкість поширення звукових хвиль, м/с

<i>Речовина</i>	<i>У стрижні</i>	<i>Речовина</i>	<i>У стрижні</i>
Алюміній	5080	Свинець	1200
Дерево (дуб)	4050	Сталь	5050
Залізо	5170	Вода звичайна	1497
Лід	3280	Гас	1295

Значення синусів і тангенсів

Градуси	Синуси	Тангенси	Градуси	Синуси	Тангенси
0	0,0000	0,0000	46	0,7193	1,036
1	0,0175	0,0175	47	0,7314	1,072
2	0,0349	0,0349	48	0,7431	1,111
3	0,0523	0,0524	49	0,7547	1,150
4	0,0698	0,0699	50	0,7660	1,192
5	0,0872	0,0875	51	0,7771	1,235
6	0,1045	0,1051	52	0,7880	1,280
7	0,1219	0,1228	53	0,7986	1,327
8	0,1392	0,1405	54	0,8090	1,376
9	0,1564	0,1584	55	0,8192	1,428
10	0,1736	0,1763	56	0,8290	1,483
11	0,1908	0,1944	57	0,8387	1,540
12	0,2079	0,2126	58	0,8480	1,600
13	0,2250	0,2309	59	0,8572	1,664
14	0,2419	0,2493	60	0,8660	1,732
15	0,2588	0,2679	61	0,8746	1,804
16	0,2756	0,2867	62	0,8829	1,881
17	0,2924	0,3057	63	0,8910	1,963
18	0,3090	0,3249	64	0,8988	2,050
19	0,3256	0,3443	65	0,9063	2,145
20	0,3420	0,3640	66	0,9135	2,246
21	0,3584	0,3839	67	0,9205	2,356
22	0,3746	0,4040	68	0,9272	2,475
23	0,3907	0,4245	69	0,9336	2,605
24	0,4067	0,4452	70	0,9397	2,747
25	0,4226	0,4663	71	0,9455	2,904
26	0,4384	0,4877	72	0,9511	3,078
27	0,4510	0,5095	73	0,9563	3,271
28	0,4695	0,5317	74	0,9613	3,487
29	0,4818	0,5543	75	0,9659	3,732
30	0,5000	0,5574	76	0,9703	4,011
31	0,5150	0,6009	77	0,9744	4,331
32	0,5299	0,6249	78	0,9781	4,705
33	0,5446	0,6494	79	0,9816	5,145
34	0,5592	0,6745	80	0,9848	5,671
35	0,5736	0,7002	81	0,9877	6,314
36	0,5878	0,7256	82	0,9903	7,115
37	0,6018	0,7536	83	0,9925	8,114
38	0,6157	0,7813	84	0,9945	9,514
39	0,6293	0,8098	85	0,9962	11,34
40	0,6428	0,8391	86	0,9976	14,30
41	0,6561	0,8693	87	0,9986	19,08
42	0,6691	0,9004	88	0,9994	28,64
43	0,6820	0,9325	89	0,9998	57,29
44	0,6947	0,9657	90	1,000	∞
45	0,7071	1,0000			

Навчально-методичне видання

**Кулик Людмила Олександрівна
Ткаченко Анна Валеріївна
Богатирьов Олег Іванович**

МЕХАНІКА

Навчально-методичний посібник для студентів
напряму підготовки 6.040203 Фізика
класичних і педагогічних університетів

Комп'ютерне верстання:
С. Ф. Старов

Підписано до друку14. Формат 60x84/16
Ум. друк. арк. 2,6. Тираж пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького
Адреса: бульвар Шевченка, 81, м. Черкаси, Україна, 18031
Тел. (0472) 37-13-16, факс (0472) 35-44-63,
e-mail: vydav@cdu.edu.ua, <http://www.cdu.edu.ua>
Свідоцтво про внесення до державного реєстру
суб'єктів видавничої справи ДК № 3427 від 17.03.2009 р.