кожній з трьох розглянутих лотереях менша ніж вартість однієї спроби. Це означає, що в середньому гравець буде програвати, граючи у цю лотерею. Можливо, ця інформація допоможе тим, хто вирішив зіграти в азартні ігри, більш відповідально поставитися до свого рішення.

Представлене у роботі дослідження може бути продовжене у таких напрямах: 1) обчислення середнього виграшу в усіх лотереях, які діють на території України, 2) обчислення середнього виграшу у лотереях, що діють на територіях інших держав, 3) порівняти середні виграші в українських лотереях та закордонних.

Список використаних джерел

- Дописувачі Вікіпедії. Лудоманія [Інтернет]. Вікіпедія, ; 2021 січ 24, 17:57 UTC [процитовано 2021 січ 22]. Доступно з: https://uk.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9B%D1%83%D0%B4%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D1%96%D1%8F&oldid=30611623.
- Елленберґ, Джордан. Як ніколи не помилятися. Наш формат, 2017.
- Лютикас, В. С. «Факультативный курс по математике: теория вероятностей.» М.: Просвещение (1990).
- МСЛ. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу 20.11.2020: https://blog.unl.ua/archives/vigrash_lotereya/
- Проблеми ігроманії серед населення. Аналітичний звіт. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://msl.ua/storage/31/cf/26e585fe7aed1604910cce220aaf.pdf
- УНЛ. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу 20.11.2020: https://unl.ua/uk/games/loto3
- Mann, Prem S. Introductory statistics. John Wiley & Sons, 2007.

Науковий керівник: Бабенко С.В.

Гончаренко А. В.

Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького

ПОБУДОВА ФУНКЦІЇ КІЛЬКОСТІ РОЗМІНІВ ДЛЯ ДЕЯКИХ ГРИВНЕВИХ СУМ

Практично кожен покупець, при розрахунку паперовими грошима, стикається з такою проблемою: враховуючи наявні купюри та монети, необхідно з'ясувати, якими грішми можна оплатити покупку. Таку ж задачу доводиться розв'язувати продавцеві, який дає решту покупцеві. Математично цю задачу можна сформулювати так: нехай a_1, a_2, …, a_m, N – задані натуральні числа. Скільки невід'ємних цілих розв'язків має лінійне рівняння

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_mx_m = N \tag{1}$$

Розв'язанню цієї та суміжних з нею задач присвячена велика кількість публікацій. Зокрема, у роботах [1] та [5] різними способами обчислена кількість розмінів 100 центів американського долара монетами різних номіналів. У [1] з'ясовано, що існує 292 способи розміняти суму в 100 центів, використовуючи монети номіналами в 1, 5, 10, 25 та 50 центів. Задача про розмін також тісно пов'язана із до цих пір не розв'язаною задачею Фробеніуса (див. [3]).

Деякі з публікацій на тему розмінів присвячені дослідженню так званого денумеранта Сильвестра (Sylvester's denumerant) – кількості розв'язків рівняння (1), як функції від n (наприклад, [2], [4]). Ще за часів Джеймса Сильвестра (англійський математик XIX століття) було відомо, що ця функція є квазімногочленом. При цьому, актуальною є задача про пошук ефективних алгоритмів обчислення коефіцієнтів денумеранта Сильвестра. Навіть для конкретних значень a_1, a_2, …, a_m та N може бути складно обчислити згадані коефіцієнти. Робота присвячена розв'язанню цієї задачі у частинному випадку, а саме, *обчисленню кількості розмінів суми в N копійок, де N кратне 25, використовуючи монети номіналів 5, 10, та 25 копійок.*

Для розв'язання поставленої задачі було використано підхід, запропонований у роботі [1]. Суть методу можна пояснити на прикладі простішої задачі. Нехай задача полягає в тому, щоб знайти кількість розмінів суми 100 монетами умовними номіналами 3 та 5. Кількість таких розмінів рівна кількості невід'ємних цілих розв'язків рівняння $3x_1 + 5x_2 = 100$. Розглянемо степеневі ряди

$$1 + x^3 + x^6 + x^9 + \cdots \text{ та } 1 + x^5 + x^{10} + x^{15} + \cdots \qquad (2)$$

Можна переконатися, що шукана кількість розмінів рівна коефіцієнту при x^{100} в ряді, що є добутком наведених рядів:

$$(1 + x^3 + x^6 + x^9 + \cdots)(1 + x^5 + x^{10} + x^{15} + \cdots)$$

Для розв'язання поставленої задачі про кількість розмінів суми N гривень було застосовано цей підхід. А саме, спочатку задача була переформульована так: знайти кількість невід'ємних цілих розв'язків рівняння $5x_1 + 10x_2 + 25x_3 = 25l$, де l – натуральне. Поділимо це рівняння на 5:

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5l$$

Згідно описаного вище підходу, кількість невід'ємних цілих розв'язків цього рівняння рівна коефіцієнту при x^{5l} у ряді:

$$(1 + x + x^2 + x^3 + \cdots)(1 + x^2 + x^4 + x^6 + \cdots)(1 + x^5 + x^{10} + x^{15} + \cdots)$$

Кожен з рядів можна замінити на його суму за формулою нескінченно спадної геометричної прогресії, в результаті чого добуток цих рядів перетвориться на дробово-раціональну функцію:

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{1-x^5},$$

і тоді за формулою Тейлора шуканий коефіцієнт буде рівний числу $\frac{f^{(5l)}(0)}{(5l)!}$. Для полегшення обчислення цієї похідної, функцію $f(x)$ було розкладено на суму восьми елементарних дробів над полем комплексних чисел. В результаті проведених обрахунків одержали шукане число розмінів:

$$A(l) = \frac{5}{4}l^2 + 2l + \frac{(-1)^{5l}}{8} + \frac{7}{8}$$

Нижче наведено графік цієї функції, побудований за допомогою WolframAlpha (https://www.wolframalpha.com/).

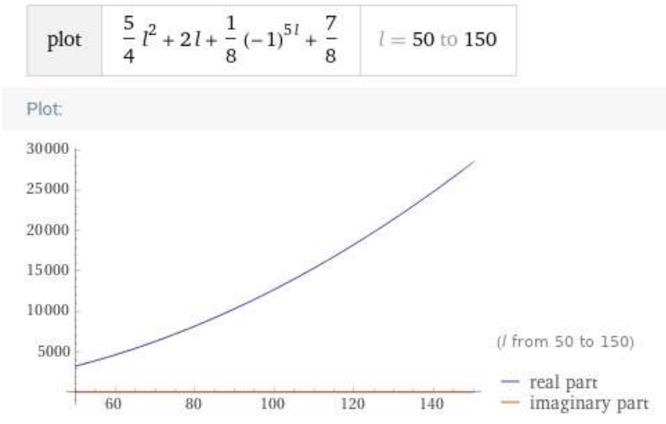

Рис. 1. Графік функції кількості розмінів.

Список використаної літератури

1. Кац М., Улам С. Математика и логика. Ретроспектива и перспективы / М. Кац, С. Улам / Перевод с английского Н.И. Плужниковой под редакцией И.М. Яглома. — М.: Мир, 1971.
2. BALDONI, Velleda, et al. Coefficients of Sylvester's Denumerant. arXiv preprint arXiv:1312.7147, 2013.
3. Coin problem. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/Coin_problem
4. GASARCH, William. How many ways can you make change: Some easy proofs. arXiv preprint arXiv:1406.5213, 2014.
5. D. Levine. Making change: a problems solving activity. The Mathematics Teacher, 75:114– 117, 1982.

Науковий керівник: канд. фіз.-мат. н., ст. викладач Бабенко С. В.