

**СХІДНОЄВРОПЕЙСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЕКОНОМІКИ І МЕНЕДЖМЕНТУ**

В.І.Гук

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Методичний посібник

*Для студентів денної та заочної форм навчання
напряму “Програмна інженерія”
освітньо-кваліфікаційного рівня “бакалавр”*

Черкаси
2010

Гук В.І. Лінійна алгебра/ Методичний посібник: Для студентів денної та заочної форм навчання напрямку “Програмна інженерія” освітньо-кваліфікаційного рівня "бакалавр". – Черкаси: Східноєвропейський університет економіки і менеджменту, 2010. –28 с.

Рецензент

С. М. Одокієнко, к.т.н., доцент кафедри загальнотехнічних наук Академії пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля

Відповідальна за випуск

М. А. Меркотан

Затверджено Методичною радою СУЕМ як методичний посібник для студентів денної та заочної форм навчання напрямку “Програмна інженерія” освітньо-кваліфікаційного рівня "бакалавр", протокол № від

© Гук В.І, 2010

© Східноєвропейський університет економіки і менеджменту, 2010

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. Вимоги до вивчення навчальної дисципліни	4
2. Навчальна програма курсу	5
Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії.....	5
ТЕМА 1. Матриці та дії над ними	5
ТЕМА 2. Визначники квадратних матриць та їх властивості.....	5
ТЕМА 3. Обернена матриця та її властивості	5
ТЕМА 4. Розв'язання неособливих систем лінійних алгебраїчних рівнянь	5
ТЕМА 5. Рішення систем m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими	5
Змістовий модуль 2. Векторна алгебра	5
ТЕМА 6. Вектори та операції над ними.....	5
Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія.....	6
ТЕМА 7. Аналітична геометрія на площині.....	6
ТЕМА 8. Елементи аналітичної геометрії в просторі	6
3. Список рекомендованої літератури.....	6
Базові підручники	6
Основна література	6
Додаткова література	6
4. Домашні завдання	7
Домашнє завдання № 1.....	7
Тема. МАТРИЦІ ТА ДІЇ НАД НИМИ.	7
Домашнє завдання № 2.....	9
Тема. ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧНИКІВ	9
Домашнє завдання № 3.....	12
Тема. ОБЕРНЕНА МАТРИЦЯ ТА ЇЇ ОБЧИСЛЕННЯ	12
Домашнє завдання № 4.....	13
Тема. МАТРИЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ	13
Домашнє завдання № 5.....	14
Тема. МЕТОД КРАМЕРА РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ	14
Домашнє завдання № 6.....	14
Тема. МЕТОД ГАУСА РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ	14
Домашнє завдання № 7.....	15
Тема. РОЗВ'ЯЗАННЯ ДОВІЛЬНИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ...	15
Домашнє завдання № 8.....	15
Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА	15
Домашнє завдання № 9.....	17
Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА	17
Домашнє завдання № 10.....	19
Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА	19
Домашнє завдання № 11.....	20
Тема. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ.....	20
5. Теоретичні питання до іспиту з лінійної алгебри	21
6. Практичні завдання до іспиту з лінійної алгебри	22
7. Питання для поточного та рубіжного контролю	27

ВСТУП

Навчальна дисципліна "Лінійна алгебра та аналітична геометрія" є нормативною навчальною дисципліною, що входить до циклу дисциплін природничо-наукової підготовки.

В курсі розглядаються основи лінійної алгебри: дії з матрицями, методи обчислення визначників, поняття мінорів та алгебраїчних доповнень елементів матриці, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, методи їх розв'язання та оцінки точності отриманого рішення, методи уточнення коренів системи.

В курсі розглядаються наступні поняття векторної алгебри: поняття вектора; основні операції над векторами; проекція вектора на вісь; координати вектора в прямокутній ортогональній системі координат та в довільній системі координат; довжина вектора; лінійні векторні простору та їх базиси, розкладання векторів по базисам; скалярний, векторний та змішаний добуток векторів; використання метода координат для знаходження відстаней між точками, кутів між векторами та знаходження елементів трикутника.

В курсі розглядаються наступні поняття аналітичної геометрії: системи координат на площині та у тривимірному просторі та методи їх перетворень, загальне рівняння кривої на площині; різні види рівняння прямої на площині та їх використання для розв'язання задач планіметрії, загальне рівняння кривої другого порядку, види кривих другого порядку, методи приведення загального рівняння до канонічного вигляду, рівняння прямої і площини в просторі, рівняння та види поверхонь другого порядку в просторі.

Вводяться необхідні математичні поняття, формулюються основні математичні задачі, розглядаються твердження та теореми, які дозволяють дослідити поставлені задачі та вказати шляхи їх вирішення. Наводяться алгоритми та аналізуються практичні методи отримання рішення поставлених математичних задач.

В даному курсі розглядаються сучасні підходи до вивчення дисципліни, що засновані на широкому використанні у навчальному процесі елементів інформатики. Традиційні аналітичні методи доповнюються розглядом чисельних методів, орієнтованих на використання ПЕОМ. Робиться спроба привчити студентів до самостійного освоєння та систематичного практичного використання системи комп'ютерної алгебри Maple, а також розглядаються відомі математичні комп'ютерні програми Mathematica, Derive, MatLab, MatCad та ін., що дозволяють без виконання рутинних математичних перетворень та обчислень отримувати рішення досить складних математичних задач.

1. Вимоги до вивчення навчальної дисципліни

Мета курсу - засвоєння базових математичних знань, вивчення основних понять та методів лінійної алгебри та аналітичної геометрії для забезпечення інших навчальних дисциплін.

Завдання курсу - застосування математичних знань у процесі розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, розвиток просторової уяви,

використання координатних методів розв'язання геометричних задач; розвиток аналітичного мислення.

В курсі використовуються наступні методи навчання - лекції, практичні заняття, виконання індивідуальних домашніх завдань (згідно варіанту), виконання розрахунково-графічних робіт, виконання контрольних завдань, самостійна робота над літературою і періодичними джерелами з курсу, робота з конспектом лекцій, робота із спеціалізованими математичними програмами, робота в Інтернеті, науково-дослідна робота та участь у студентських конференціях. Після вивчення першої частини курсу передбачено складання заліку, а після вивчення другої частини курсу – складання іспиту.

2. Навчальна програма курсу

Змістовий модуль 1. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії

ТЕМА 1. Матриці та дії над ними

Поняття системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Матриці та дії над ними.

Рекомендована література: [1, с. 10 – 13]

ТЕМА 2. Визначники квадратних матриць та їх властивості

Поняття визначника. Загальне визначення. Загальне правило обчислення визначників. Властивості визначників.

Рекомендована література: [1, с. 14 – 17]

ТЕМА 3. Обернена матриця та її властивості

Обернена матриця, її властивості та правила обчислення. Ранг матриці.

Рекомендована література: [1, с. 18 – 21]

ТЕМА 4. Розв'язання неособливих систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Матричний спосіб. Метод Крамера. Метод Гауса. Модифікації метода Гауса. Оцінка точності рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Рекомендована література: [1, с. 22 – 23, 25 – 29]

ТЕМА 5. Рішення систем m лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими

Теорема Кронекера-Капеллі. Різновиди рішень. Поняття базисного, фундаментального та опорного рішень. Системи лінійних однорідних рішень.

Рекомендована література: [1, с. 23 – 25, 29 – 30]

Змістовий модуль 2. Векторна алгебра

ТЕМА 6. Вектори та операції над ними

Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Системи координат. Проекції вектора. Розкладання вектора по ортам системи координат. Координати вектора, що заданий точками. Скалярний добуток векторів та його властивості. Векторний добуток векторів та його властивості.

Рекомендована література: [1, с. 31 – 44]

Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія

ТЕМА 7. Аналітична геометрія на площині

Метод координат на площині та деякі його застосування. Лінія на площині. Пряма на площині. Різновиди рівняння прямої на площині. Поняття про криві другого порядку на площині.

Рекомендована література: [1, с. 48 – 75]

ТЕМА 8. Елементи аналітичної геометрії в просторі

Пряма та площина у просторі.

Рекомендована література: [1, с. 76 – 87]

3. Список рекомендованої літератури

Базові підручники

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Часть 1. – М.: Айрис-Пресс, 2007 – 288 с.
2. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-Пресс, 2007.- 576 с.

Основна література.

3. Міхайленко В.М., Федоренко Н.Д. Математичний аналіз для економістів: Навчальний посібник. – К.: Видавництво Європейського університету, 2002. –298 с.
4. Овчинников П.П. та ін. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч.1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення. – К.: Техніка, 2000. – 592 с.
5. Овчинников П.П. та ін. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч.2: Диференціальні рівняння. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові ряди. – К.: Техніка, 2000. –792 с.
6. Вища математика: основні означення, приклади і задачі: Навч. посібник/ Г.Л. Кулініч, Л.О. Максименко, В.В. Плахотник, Г.Й.Призва. – К.: Либідь, 2002. – том 1 - 288 с., том 2 - 256 с.

Додаткова література.

7. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. - К.: Вища школа, 1993. - 648с.: іл.
8. Бугір М.К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. Посібник для студентів вищих навчальних закладів. –К.: Видавництво “Академія”, 1998. –272 с.
9. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах: Навч. посібник/ А.М.Самойленко, С.А.Кривошея, М.О.Перестюк. – К.: Вища школа, 1994. –445 с., іл.
10. Крыньский Х.З. Математика для экономистов. Перевод с польского. - М.: Статистика, 1970. - 583с.
11. Стрижак Т.Г. Елементи лінійної алгебри та конструктивна теорія визначників: Навч. посібник. - К.Либідь, 1993. - 172с.

12. Шунда Н.М., Томусяк А.А. Практикум з математичного аналізу: Вступ до аналізу. Диференціальне числення: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 1993. –375 с., іл.
13. Вірченко Н.О., Ляшко І.І. Графіки елементарних та спеціальних функцій: Довідник. – К.: Наукова думка, 1996.–584 с.
14. Ульяновченко О.В. Дослідження операцій в економіці: Підручник для студентів ВНЗ/ Харк. нац. аграр. ун-т ім. В.В.Докучаєва. – Харків: Гриф, 2002. –580 с.

4. Домашні завдання

Загальна мета виконання домашніх завдань – систематичне закріплення теоретичного матеріалу, використання математичних понять і формул для розв’язання типових задач, підготовка до заліків та іспитів. Кожна домашня робота присвячена вивченню певної теми, що передбачена навчальною програмою дисципліни. Кожне домашнє завдання виконується студентом самостійно, згідно його варіанту. Після виконання домашнього завдання вручну, тобто за допомогою паперу та ручки, слід перевірити правильність розв’язання кожної задачі за допомогою системи комп’ютерної алгебри Maple та роздрукувати отримане рішення. Всі домашні завдання виконуються на стандартних аркушах формату А4 та здаються на перевірку через тиждень після відповідного практичного заняття.

В умовах задач всіх домашніх завдань замість номеру варіанту N слід поставити відповідне число.

Домашнє завдання № 1

Тема. МАТРИЦІ ТА ДІЇ НАД НИМИ.

1. За допомогою елементарних перетворень привести наступні матриці до трикутного або ступеневого вигляду:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} N & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} N & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$$

2. Рангом матриці $r(\mathbf{A})$ будемо називати кількість одиниць в канонічному вигляді матриці. Знайти ранги наступних матриць:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} N & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} N & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Задані матриці \mathbf{A} и \mathbf{B} . $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N-1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & N+3 \end{pmatrix}$

3.1. Знайти $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ и $\mathbf{B} + \mathbf{A}$;

3.2. Знайти $2\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$;

3.3. Знайти $3\mathbf{A} - \mathbf{B}$;

3.4. Знайти $\mathbf{A}^2 - \mathbf{A}$;

3.5. Знайти $\mathbf{B}^3 - 2\mathbf{B}$;

3.6. Знайти $2\mathbf{A}^2 - 3\mathbf{A} + 5\mathbf{E}$

3.7. Знайти \mathbf{A}^2 , \mathbf{B}^2 , \mathbf{AB} , \mathbf{BA} та перевірити виконання рівності $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^2 = \mathbf{A}^2 + \mathbf{AB} + \mathbf{BA} + \mathbf{B}^2$

4. Знайти добутки \mathbf{AB} і \mathbf{BA} заданих матриць:

4.1. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$

4.2. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & N \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -N \end{pmatrix}$

4.3. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -3 & N \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

5. Комутатором двох матриць \mathbf{A} і \mathbf{B} зветься вираз $[\mathbf{AB}] = \mathbf{AB} - \mathbf{BA}$. Знайти комутатори $[\mathbf{AB}]$ для наступних матриць:

5.1. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N+1 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & N & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

5.2. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & N+3 \end{pmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} N-12 & 7 & 18 \\ 0 & 12 & 7 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$

6. Обчислити вирази $(\mathbf{AB})\mathbf{C}$ та $\mathbf{A}(\mathbf{BC})$, якщо задані матриці:

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & -3 \\ 3 & N & -7 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$; $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & -7 \\ 2 & -1 & N \end{pmatrix}$

7. Знайти добутки \mathbf{AB} і \mathbf{BA} :

$$7.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \end{pmatrix}$$

$$7.2. \mathbf{A} = (a_{ij})_{\substack{i=1,\dots,5 \\ j=1,\dots,5}} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{pmatrix}$$

$$7.3. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$7.4. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}$$

8. Задані вектори-стовбці $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ та $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}$. Знайти $\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y}$ і $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}^T$

9. Обчислити значення матричних виразів \mathbf{A}^2 , \mathbf{A}^3 , \mathbf{A}^4 , $\mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^2$, $\mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{A}^2$:

$$9.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 9.2. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & N & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 9.3. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & N & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Домашнє завдання № 2

Тема. ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧНИКІВ

1. Використовуючи формулу, що наводиться в визначенні визначника, обчислити визначники 2-го і 3-го порядків:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & N-2 \\ 3 & 4-N \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 4+N & -2 \\ 7-N & 1 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} N-7 & 5 \\ N+3 & -7 \end{vmatrix};$$

$$z) \begin{vmatrix} -5 & N & 8 \\ -1 & N & -1 \\ 2 & -N & -2 \end{vmatrix}; \quad \partial) \begin{vmatrix} N-5 & 1 & 8 \\ N-1 & 1 & -1 \\ 2N & -1 & -2 \end{vmatrix}; \quad e) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Записати загальну формулу для знаходження визначника 4-го порядку

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Для виводу формули виписати всі різні переставлення із 4-х елементів в матриці $\mathbf{A}_{4 \times 4}$. Визначити кількість інверсій для кожного переставлення. Використати знайдені переставлення в якості другого індексу елементів матриці \mathbf{A} .

3. Виписати формули для знаходження мінорів \mathbf{M}_{11} , \mathbf{M}_{22} і \mathbf{M}_{32} квадратних матриць $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ і $\mathbf{A}_{4 \times 4}$.

4. Обчислити алгебраїчні доповнення \mathbf{A}_{11} , \mathbf{A}_{23} і \mathbf{A}_{32} для матриць:

$$a) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ N & -N & N \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}; \quad \bar{b}) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ N & N-2 & N+2 \end{pmatrix}.$$

5. За допомогою формули розкладання Лапласа обчислити визначники:

$$a) \begin{vmatrix} 5-N & N+6 & N-1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \bar{b}) \begin{vmatrix} 2 & N & 0 \\ 3 & N-2 & 1 \\ 4 & 5-N & 0 \end{vmatrix}; \quad \bar{e}) \begin{vmatrix} N & 0 & 1 \\ N & 1 & 1 \\ N & 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$z) \begin{vmatrix} 2 & N & 3 & 5 \\ 0 & 7 & N & 0 \\ 3 & 2 & N & 0 \\ N & 2 & 2 & N \end{vmatrix}; \quad \partial) \begin{vmatrix} N & 0 & 0 & 2 \\ -2 & N & -N & 4 \\ 4 & -2 & -N & 3 \\ -N & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad e) \begin{vmatrix} N & N & 0 & 2 \\ -2 & -2 & N & 0 \\ 4 & N & 3 & 2 \\ -7 & 4 & N & N \end{vmatrix}$$

6. Виписати формули для обчислення визначників:

а) трикутної матриці
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & N \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix};$$

б) діагональної матриці
$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

7. Обчислити визначники, скористувавшись винесенням множника за знак визначника:

а)
$$\begin{vmatrix} 36N & 24N & 48N & 30N \\ 48 & 64 & 16 & 32 \\ 12 & -9 & 15 & 3 \\ 24 & 4 & 28 & -16 \end{vmatrix};$$
 б)
$$\begin{vmatrix} 49 & -21 & 63 \\ 10N & 20N & 25N \\ 22 & 44 & 33 \end{vmatrix}.$$

8. Обчислити визначники, у яких обмінялися місцями два стовпчики:

$$\begin{vmatrix} N & a_{12} & a_{13} \\ -N & a_{22} & a_{23} \\ N & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{та} \quad \begin{vmatrix} N & a_{13} & a_{12} \\ -N & a_{23} & a_{22} \\ N & a_{33} & a_{32} \end{vmatrix}$$

9. Безпосереднім обчисленням показати, що справедлива рівність:

$$\begin{vmatrix} 1 & N & 4 \\ 7 & -N & 1 \\ 2 & 9N & 4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 4 & N & 1 \\ 1 & -N & 7 \\ 4 & 9N & 2 \end{vmatrix}$$

10. Безпосереднім обчисленням показати, що справедлива рівність:

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & -N \\ 5 & 2 & 3N \\ 11 & 5 & N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & -N \\ 4 & 2 & 3N \\ 8 & 5 & N \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 6 & -N \\ 1 & 2 & 3N \\ 3 & 5 & N \end{vmatrix}$$

11. Безпосереднім обчисленням показати, що $|\mathbf{A}| = |\mathbf{A}^T|$, якщо

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & N & 6 \\ 7 & -2 & 9 \\ -3 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

12. Обчислити визначники шляхом приведення матриці до трикутного вигляду:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & N \\ 2 & N & 3 & 3 \\ 0 & -2 & N & 4 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & N & 5 & N \\ N & -1 & 2 & N \\ 3 & 0 & 4 & N \end{vmatrix}.$$

13. Обчислити визначники з використанням формули розкладання Лапласу. Попередньо, за допомогою елементарних перетворень матриць, отримати нулі в вибраних рядку або стовпчику:

$$a) \begin{vmatrix} 3 & 7 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -4 \\ 5 & 5 & -3 & N \\ N & 6 & -5 & 3 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} -2 & 5 & 0 & -N & 3 \\ N & 0 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -4 & N & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

Домашнє завдання № 3

Тема. ОБЕРНЕНА МАТРИЦЯ ТА ЇЇ ОБЧИСЛЕННЯ

1. Знайти визначники наступних матриць

$$1.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -3 \\ -N & 0 & 3 \\ -9 & 2 & 7 \end{pmatrix}; \quad 1.2. \mathbf{B} = \begin{pmatrix} N-3 & -7 & -2 \\ 4 & N-3 & -2 \\ 4 & -2 & N+3 \end{pmatrix}; \quad 1.3.$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & N-6 & -4 & -8 \\ 8 & -4 & N+2 & -4 \\ N+6 & -4 & 5 & -6 \\ -4 & -8 & -1 & -N \end{pmatrix}$$

2. Знайти союзні матриці для наступних матриць

$$2.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad 2.2. \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & N \\ N & -1 & 0 \\ 0 & N+2 & 0 \end{pmatrix}; \quad 2.3. \mathbf{C} = \begin{pmatrix} N & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & N & 0 \\ 2 & -N & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & N \end{pmatrix}$$

3. Обчислити обернені матриці і виконати перевірку отриманого результату

$$3.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 7 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \quad 3.2. \mathbf{B} = \begin{pmatrix} N & 2 & 3 \\ 3 & 2N & -1 \\ -1 & 0 & N \end{pmatrix}; \quad 3.3. \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \\ N & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3.4. \mathbf{D} = \begin{pmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N \\ 0 & N & 0 \end{pmatrix}; \quad 3.5. \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 2 & N & N \\ N & 0 & 2 \\ 3 & N & 2 \end{pmatrix}; \quad 3.6. \mathbf{F} = \begin{pmatrix} N & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & 9 \end{pmatrix};$$

4. Задані матриці \mathbf{A} і \mathbf{B} . Знайти добутки $\mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}$, $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$, $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ і $\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} N & 2 & N \\ 2 & N & N \\ N & 3 & N \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} N & 2 & 0 \\ -N & N & N \\ 2 & N & 0 \end{pmatrix};$$

5. Знайти обернену матрицю з використанням методу приведення до канонічного вигляду

$$5.1. \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -N \\ 0 & 2 & 2 & N \\ N & -2 & -3 & -2 \\ 0 & N & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 5.2. \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & N & N & 0 \\ 3 & 2 & N & 3 \\ N & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & N \end{pmatrix} \quad 5.3. \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & N & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ N & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

6. Розв'язати матричні рівняння

$$6.1. \begin{pmatrix} N & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -N & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} N & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}; \quad 6.2. \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & N \\ N & -3 & -2 \\ -5 & 2 & N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & N & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

Домашнє завдання № 4

Тема. МАТРИЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

1. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного методу. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого рішення.

$$\begin{array}{cccc} N & -13 & -18 & -9 \\ 17 & -2 & N-13 & -6 \\ -5 & N-4 & 9 & 16 \end{array}$$

2. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою матричного методу. Для перевірки знайти точний розв'язок системи за допомогою оператора **solve** системи комп'ютерної алгебри **Maple** та визначити абсолютну і відносну похибки розв'язку системи матричним методом. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого розв'язку. Порівняти значення нев'язок та абсолютних похибок.

$$\begin{array}{ccccc} N*100000 & -10*N & 80*N & 1.7 & -16 \\ -1 & 2*N*1000 & -5 & -1.6 & -17 \\ 18*N & -16 & -100*N & -1.5 & -4 \\ -4 & 15 & -11 & -0.7 & 5 \end{array}$$

Домашнє завдання № 5

Тема. МЕТОД КРАМЕРА РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

1. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою метода Крамера. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого рішення.

$$\begin{array}{cccc} N & -12 & -10 & -4 \\ N-4 & -10 & 19 & 2 \\ N+11 & -11 & 13 & -19 \end{array}$$

2. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою метода Крамера. Для перевірки знайти точний розв'язок системи за допомогою оператора **solve** системи комп'ютерної алгебри **Maple** та визначити абсолютну і відносну похибки. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого розв'язку. Порівняти значення нев'язок та абсолютних похибок.

$$\begin{array}{ccccc} N*100000 & -10*N & 80*N & 1.7 & -16 \\ -1 & 2*N*1000 & -5 & -1.6 & -17 \\ 18*N & -16 & -100*N & -1.5 & -4 \\ -4 & 15 & -11 & -0.7 & 5 \end{array}$$

Домашнє завдання № 6

Тема. МЕТОД ГАУСА РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

1. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою метода Гауса. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого рішення.

$$\begin{array}{cccc} N & -2 & -1 & 11 \\ 18 & -8 & N-9 & 10 \\ -17 & N+10 & 10 & -6 \end{array}$$

2. Розв'язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою метода Гауса. Для перевірки знайти точний розв'язок системи за допомогою оператора **solve** системи комп'ютерної алгебри **Maple** та визначити абсолютну і відносну похибки розв'язку системи. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого розв'язку. Порівняти значення нев'язок та абсолютних похибок.

$$\begin{array}{ccccc} N*100000 & -10*N & 80*N & 1.7 & -16 \\ -1 & 2*N*1000 & -5 & -1.6 & -17 \\ 18*N & -16 & -100*N & -1.5 & -4 \\ -4 & 15 & -11 & -0.7 & 5 \end{array}$$

Домашнє завдання № 7

Тема. РОЗВ'ЯЗАННЯ ДОВІЛЬНИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

1. Система лінійних алгебраїчних рівнянь задана розширеною матрицею коефіцієнтів.

$$\begin{array}{ccccc} N*100000.9 & -10.3*N & 80.3*N & 1.7 & -16.5 \\ -0.1 & 2*N*1000.7 & -5.2 & -1.6 & -17.4 \\ 18.7*N & -16.3 & -100.3*N & -1.5 & -4.2 \\ -4.3 & 15.1 & -11.7 & -0.7 & 5.1 \end{array}$$

Знайти 1-у, 2-у і 3-ю норми матриці коефіцієнтів та знайти число обумовленості матриці А. Знайти розв'язок системи рівнянь методом Крамера. Обчислення проводити з точністю 5 значущих цифр. Для кожного рівняння визначити нев'язку і оцінити точність отриманого рішення. Виконати 2 шаги процедури уточнення коренів.

2. Визначити сумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою теореми Кронекера-Капелі (N – номер варіанту роботи).

$$\begin{array}{cccccc} 1 & -2 & N & -1 & 3 & 1.2*N \\ 2 & -4 & 3 & -2 & 6 & 4.3*N \\ 3 & -6 & 4 & -3.1 & 9 & 3.6*N \end{array}$$

У випадку сумісності знайти загальний розв'язок системи рівнянь методом Гауса з 5-ма значущими цифрами. Записати загальний розв'язок в матричному вигляді. Знайти два довільних часткових розв'язки системи. визначити нев'язки системи для знайдених часткових розв'язків.

Домашнє завдання № 8

Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

1. Розв'язати задачі згідно варіанту з використанням системи Maple.

Варіанти	Задачі
1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81, 85, 89, 93, 97, 101, 105, 109, 113, 117	8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6
2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66, 70, 74, 78, 82, 86, 90, 94, 98, 102, 106, 110, 114, 118	8.7, 8.8, 8.9, 8.10, 8.11, 8.12
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 75, 79, 83, 87, 91, 95, 99, 103, 107, 111, 115, 119	8.13, 8.14, 8.15, 8.16, 8.17, 8.18
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100, 104, 108, 112, 116, 120	8.19, 8.20, 8.21, 8.22, 8.23, 8.24

8.1. В системі координат Oxy задати (графічно) два довільні вектори \vec{a} і \vec{b} . По цих векторам побудувати графічно наступні вектори:

а) $\left(\frac{1}{3}\vec{a} - 2\vec{b}\right)$ б) $4\vec{a} + \vec{b}$ в) $2 \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ г) $\frac{3}{4}(\vec{a} + 2\vec{b}) - \frac{1}{4}(\vec{a} - 2\vec{b}) - \vec{a} - \vec{b}$

8.2. Задані два довільні вектори \vec{a} і \vec{b} . Визначити, чи будуть колінеарними вектори $\vec{c} = \vec{a} - 2\sqrt{3}\vec{b}$ та $\vec{d} = -\sqrt{3}\vec{a} + 6\vec{b}$?

8.3. Дано: $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$. Знайти $|\vec{a} + \vec{b}|$ і $|\vec{a} - \vec{b}|$.

8.4. В трикутнику ABC: M – точка перетину медіан трикутника, $AM = \vec{a}$, $AC = \vec{b}$. Розкласти AB та BC по векторам \vec{a} і \vec{b} .

8.5. В паралелограмі ABCD: K і M – середини сторін BC і CD, $AK = \vec{a}$, $AC = \vec{b}$. Виразити вектори BD і AD через \vec{a} і \vec{b} .

8.6. Задані координати трьох послідовних вершин паралелограму A(1; -2; 3), B(3; 2; 1), C(4; 4; 4). Знайти координати його четвертої вершини D.

8.7. Заданий розклад вектора \vec{c} по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: $\vec{c} = 16\vec{i} - 15\vec{j} + 12\vec{k}$. Знайти розклад по цьому ж базису вектора \vec{d} , який паралельний вектору \vec{c} та протилежний йому за напрямом, при умові, що $|\vec{d}| = 75$.

8.8. ABCDEF – правильний шестикутник, $AB = \vec{p}$, $BC = \vec{q}$. Виразити через \vec{p} та \vec{q} вектори CD, DE, EF, FA, AC, AD, AE.

8.9. Вектори \vec{a} і \vec{b} утворюють кут $\varphi = 60^\circ$, при цьому $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$. Знайти $|\vec{a} + \vec{b}|$ і $|\vec{a} - \vec{b}|$.

8.10. На площині Oxy побудувати вектори $OA = \vec{a} = 2\vec{i}$, $OB = \vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$, $OC = \vec{c} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$. Розкласти вектор \vec{c} по векторам \vec{a} і \vec{b} .

8.11. Даний вектор $\vec{c} = 4\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}$. Знайти вектор \vec{d} , який паралельний вектору \vec{c} та протилежний йому за напрямом, при умові, що $|\vec{d}| = 27$.

8.12. Знайти вектор \vec{x} , який колінеарний вектору $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$, утворює з ортом \vec{j} гострий кут та має довжину $|\vec{x}| = 15$.

8.13. Задані вектори $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. Знайти:

а) координати орта \vec{a}^0 ;

б) координати вектора $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$;

в) розклад вектора $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$ по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$;

г) проекцію $\text{Pr}_{\vec{j}}(\vec{a} - \vec{b})$

8.14. Відомі радіус-вектори $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ трьох послідовних вершин паралелограму. Знайти радіус-вектор четвертої вершини паралелограму.

8.15. Дані радіус-вектори вершин трикутника ABC: $r_A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $r_B = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $r_C = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$. Показати, що трикутник рівносторонній.

8.16. Радіус-вектор точки M утворює з віссю Oy кут 60° , а з віссю Oz – кут 45° ; довжина радіус-вектора $|\vec{r}| = 8$. Знайти координати точки M, якщо її абсциса від'ємна.

8.17. Чи можуть вектори $\vec{a} = (-2, 1, -2)$, $\vec{b} = (-2, -4, 4)$, $\vec{c} = (4, 3, -2)$ бути сторонами трикутника?

8.18. Чи може вектор утворювати з координатними осями кути $30^\circ, 120^\circ, 60^\circ$?

8.19. Три вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ попарно перпендикулярні, а їхні довжини дорівнюють, відповідно, 2, 3, та 6. Знайти довжину суми S цих векторів та напрямні косинуси вектора S.

8.20. Три сили F_1, F_2, F_3 прикладені до однієї точки та мають взаємно перпендикулярні напрями. Знайти величину їх рівнодіючої сили, якщо відомі величини сил: $|F_1|=2$, $|F_2|=10$, $|F_3|=11$.

8.21. Знайти рівнодіючу силу R сил F_1 та F_2 , а також кути α та β , які утворює сила R з силами F_1 та F_2 , якщо $|F_1|=15$, $|F_2|=10$, а кут між силами F_1 та F_2 дорівнює 45° .

8.22. Знайти напрям та швидкість вітру, що є результатом взаємодії морського бризу, що дує зі швидкістю 14 м/с на берег, та вітру, що дує з берега на море зі швидкістю 9 м/с під кутом 60° до берегової лінії.

8.23. Якій умові повинні задовольняти вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ в тривимірному просторі, щоб з них можна було утворити трикутник.

8.24. В трикутнику ABC пряма AM є бісектрисою кута BAC, причому точка M лежить на стороні BC. Знайти вектор AM, якщо вектор $AB = \vec{b}$, вектор $AC = \vec{c}$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 1$.

Домашнє завдання № 9

Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

1. Задані вектори $\vec{a} = (N-40; N-25)$ і $\vec{b} = (N-60; N-30)$. Знайти координати векторів

- 1) $\vec{a} + 2\vec{b}$, 2) $\vec{a} - \vec{b}$, 3) $3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, 4) $2\vec{b} - \vec{a}$.

2. Знайти довжину вектора \overrightarrow{AB} , якщо точки A і B задані своїми координатами:

- 1) $A(1, 30-N)$; $B(-1, 20-N)$; 2) $A(0, -2N)$; $B(4N, 1)$;
3) $A(1, 20-N, 7)$; $B(1, -1, 60-N)$; 4) $A(3, 2N, 2)$; $B(4, N, 1)$.

3. Знайти координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо точки A і B задані своїми координатами:

- 1) $A(2, N)$, $B(N, 3)$; 2) $A(-N, 2)$, $B(-N, 3)$;
3) $A(3, 2, N)$, $B(1, N, N)$; 4) $A(-2, 3, 60-N)$, $B(3, 3, -60-N)$;

4. Знайти координати точки B , якщо задана точка A і вектор \overrightarrow{AB} :

- 1) $A(3, 5, N)$, $\overrightarrow{AB}=(-2, N, 1)$; 2) $A(0, -N, 3)$, $\overrightarrow{AB}=(3, 4, -N)$;
3) $A(-N, 0, 3)$, $\overrightarrow{AB}=(60-N, 0, 30)$; 4) $A(N, N, 10)$, $\overrightarrow{AB}=(-3, 40-N, 21)$

5. Задані точки $A(N, 3, 5)$, $B(2, -1, N)$, $C(-2, 2, 40-N)$.

Перевірити справедливість рівності $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

6. Обчислити напрямні косинуси векторів:

$$\vec{a}=(-3, 40-N); \quad \vec{b}=(2, -2, N); \quad \vec{c}=(40-N, -2, -4).$$

7. Знайти координати векторів $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b}$, $-\vec{a} + 4\vec{b}$, якщо:

- 1) $\vec{a}=(2, -N, 3)$; $\vec{b}=(2, 4, 40-N)$; 2) $\vec{a}=(0, -3, N)$; $\vec{b}=(0, -2, 40-N)$;
3) $\vec{a}=(N, 1, 3)$; $\vec{b}=(2, 60-N, 2)$. 4) $\vec{a}=(0, N, 20)$; $\vec{b}=(N, -1, -N)$

8. Визначити, при якому значенні α вектори \vec{a} і \vec{b} будуть колінеарними:

- 1) $\vec{a}=(N, 2, -2)$; $\vec{b}=(-3N, \alpha, 6)$; 2) $\vec{a}=(2N, \alpha, -8)$; $\vec{b}=(-N, 6, 4)$;
3) $\vec{a}=(N, 2, 3)$; $\vec{b}=(\alpha, 4, 6)$. 4) $\vec{a}=(N, 2\alpha, 5)$; $\vec{b}=(-N, 2, -5)$

9. Знайти скалярний добуток векторів, якщо задана їх довжина та кут між векторами:

- 1) $|\vec{a}|=2N$, $|\vec{b}|=3N$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$; 2) $|\vec{a}|=50-N$, $|\vec{b}|=60-N$, $\varphi = 0$;
3) $|\vec{a}|=N$, $|\vec{b}|=40$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$; 4) $|\vec{a}|=30-N$, $|\vec{b}|=100-N$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$;

10. Відома довжина векторів $|\vec{a}|=N$, $|\vec{b}|=N$ та кут між векторами $\varphi=45^\circ$. Знайти скалярні добутки:

- 1) (\vec{a}, \vec{a}) 2) $(-3\vec{b}, \vec{b})$
3) $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b})$ 4) $(2\vec{a} + 2\vec{b}, 3\vec{b} - 3\vec{a})$

11. Обчислити скалярні добутки заданих векторів:

- 1) $\vec{a}=(2, -N)$; $\vec{b}=(3, 2)$ 2) $\vec{a}=(N, 3, 3)$; $\vec{b}=(2, -1, N)$
3) $\vec{a}=(2, 0, -N)$; $\vec{b}=(4, 7, 2)$ 4) $\vec{a}=(-6, N, 10)$; $\vec{b}=(2, -3, -N)$

12. Обчислити кут між векторами:

- 1) $\vec{a}=(4, 3)$; $\vec{b}=(-6, N)$ 2) $\vec{a}=(N, 0, -1)$; $\vec{b}=(2, 5, 3)$
3) $\vec{a}=(4, 2, 4)$; $\vec{b}=(-2, 2, N)$ 4) $\vec{a}=(1, 5, N)$; $\vec{b}=(-N, -5, -1)$

13. Знайти кути трикутника ABC , якщо задані координати його вершин:

- 1) $A(5, 2, 60-N)$; $B(3, N, 4)$; $C(2, -N, 60-N)$
2) $A(1, 2, N)$; $B(3, -N, 7)$; $C(N, 4, -2)$

14. Обчислити модуль векторного добутку $\left| \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \right|$, якщо задані довжина векторів і кут між ними:

1) $|\vec{a}| = 3N$; $|\vec{b}| = 6$; $\varphi = \frac{\pi}{6}$

2) $|\vec{a}| = 2N$; $|\vec{b}| = 3$; $\varphi = \frac{\pi}{4}$

3) $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = N$; $(\vec{a}, \vec{b}) = -20$

4) $|\vec{a}| = N$; $|\vec{b}| = 3$; $(\vec{a}, \vec{b}) = 3$

15. Обчислити векторні добутки $\left| \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \right|$ і $\left| \left[\vec{b}, \vec{a} \right] \right|$, якщо задані вектори:

1) $\vec{a} = (3, N, -1)$; $\vec{b} = (2, 1, N)$

2) $\vec{a} = (5, 0, N)$; $\vec{b} = (-1, N, -1)$

3) $\vec{a} = (N, 2, 0)$; $\vec{b} = (0, 3, N)$

4) $\vec{a} = (0, N, 0)$; $\vec{b} = (-N, 0, -N)$

Домашнє завдання № 10

Тема: ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

Трикутник ABC заданий координатами своїх вершин.

- 1) Знайти:
- довжину висоти СН трикутника;
 - косинус кута А трикутника;
 - косинус кута φ між висотою СН і медіаною ВF;
 - площу трикутника;
 - розклад вектора \vec{CH} по базису \vec{AB} , \vec{AC}
- 2) Записати рівняння:
- сторони АВ;
 - медіани АМ;
 - висоти ВD;
 - бісектриси кута В трикутника;
 - кола, що проходить через всі вершини трикутника.

Координати вершин А, В, С задаються у відповідності з варіантом:

Варіант 1.	A (- 6 ; -12);	B (1 ; 12)	C (12 ; - 1).
Варіант 2.	A (- 6 ; -11);	B (1 ; 11)	C (12 ; - 2).
Варіант 3.	A (- 7 ; -12);	B (2 ; 12)	C (11 ; - 3).
Варіант 4.	A (- 7 ; -10);	B (2 ; 10)	C (11 ; - 4).
Варіант 5.	A (- 8 ; -10);	B (3 ; 10)	C (10 ; - 5).
Варіант 6.	A (- 8 ; - 8);	B (3 ; 9)	C (10 ; - 6).
Варіант 7.	A (- 9 ; - 9);	B (4 ; 9)	C (9 ; - 7).
Варіант 8.	A (- 9 ; - 7);	B (4 ; 8)	C (9 ; - 8).
Варіант 9.	A (-10; - 7);	B (5 ; 8)	C (8 ; - 9).
Варіант 10.	A (-10; - 6);	B (5 ; 7)	C (8 ; - 9).
Варіант 11.	A (-10; - 5);	B (5 ; 6)	C (7 ; -10).
Варіант 12.	A (-10; - 4);	B (5 ; 5)	C (7 ; -11).
Варіант 13.	A (- 9 ; - 3);	B (6 ; 4)	C (6 ; -12).

Варіант 14.	A (- 9 ; - 2);	B (6 ; 3)	C (6 ; - 1).
Варіант 15.	A (- 8 ; - 1);	B (7 ; 2)	C (5 ; - 2).
Варіант 16.	A (- 8 ; 0);	B (7 ; 1)	C (5 ; - 3).
Варіант 17.	A (- 7 ; 1);	B (8 ; 0)	C (4 ; - 4).
Варіант 18.	A (- 7 ; 2);	B (8 ; - 1)	C (4 ; - 5).
Варіант 19.	A (- 6 ; 3);	B (9 ; - 2)	C (3 ; - 6).
Варіант 20.	A (- 6 ; 4);	B (10 ; - 3)	C (3 ; - 7).
Варіант 21.	A (- 5 ; 5);	B (10 ; - 4)	C (2 ; - 8).
Варіант 22.	A (- 5 ; 5);	B (10 ; - 5)	C (2 ; - 9).
Варіант 23.	A (- 4 ; 5);	B (9 ; - 6)	C (1 ; - 9).
Варіант 24.	A (- 4 ; 6);	B (9 ; - 7)	C (1 ; - 10).
Варіант 25.	A (- 3 ; 7);	B (8 ; - 8)	C (0 ; - 11).
Варіант 26.	A (- 3 ; 8);	B (8 ; - 9)	C (0 ; - 12).
Варіант 27.	A (- 2 ; 9);	B (7 ; - 9)	C (2 ; - 12).
Варіант 28.	A (- 2 ; 10);	B (6 ; - 10)	C (2 ; - 10).
Варіант 29.	A (- 1 ; 11);	B (5 ; - 11)	C (4 ; - 8).
Варіант 30.	A (- 1 ; 12);	B (4 ; - 12)	C (4 ; - 5).

Домашнє завдання № 11

Тема. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

Привести до канонічного виду рівняння кривої другого порядку, визначити тип кривої та побудувати її графік. Знайти ексцентриситет, координати фокусів і рівняння директриси. На графіку показати фокуси, директрису і проілюструвати характерну властивість кривої.

Загальне рівняння кривої другого порядку задається у відповідності з варіантом:

Варіант 1. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$

Варіант 2. $f(x,y) = 5x^2 + 5y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$

Варіант 3. $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2 - 5x - 5y - 5 = 0$

Варіант 4. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$

Варіант 5. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$

Варіант 6. $f(x,y) = 5x^2 + 6y^2 + 40x + 36y = 26$

Варіант 7. $f(x,y) = 8x^2 + 12y^2 - 40x - 36y = 124$

Варіант 8. $f(x,y) = 3x^2 + 7y^2 + 42x - 49y = 105$

Варіант 9. $f(x,y) = 9x^2 + 25y^2 - 90x + 60y = 225$

Варіант 10. $f(x,y) = 3x^2 + 16y^2 - 72x - 48y = 192$

Варіант 11. $f(x,y) = 8x^2 + 25y^2 - 48x - 90y + 60 = 0$

Варіант 12. $f(x,y) = 9x^2 + 4y^2 + 54x - 40y - 36 = 0$

Варіант 13. $f(x,y) = 12x^2 + 8y^2 + 72x - 72y + 40 = 0$

Варіант 14. $f(x,y) = 8x^2 + 6y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$

Варіант 15. $f(x,y) = 45x^2 + 32y^2 - 135x + 96y - 18 = 0$

Варіант 16.	$f(x,y) = 8x^2 - 5y^2 - 48x - 40y = -85$
Варіант 17.	$f(x,y) = 8x^2 - 12y^2 + 40x + 36y = -96$
Варіант 18.	$f(x,y) = 9x^2 - 25y^2 - 54x - 48y = 45$
Варіант 19.	$f(x,y) = 25x^2 - 49y^2 - 70x + 42y = 175$
Варіант 20.	$f(x,y) = 25x^2 - 36y^2 + 200x + 72y = -150$
Варіант 21.	$f(x,y) = 5y^2 - 8x^2 - 48x - 40y - 85 = 0$
Варіант 22.	$f(x,y) = 7y^2 - 12x^2 - 54x + 56y - 252 = 0$
Варіант 23.	$f(x,y) = 9y^2 - 16x^2 + 50x - 100y + 25 = 0$
Варіант 24.	$f(x,y) = 8y^2 - 5x^2 - 4x + 10y - 319 = 0$
Варіант 25.	$f(x,y) = 5y^2 - 30x^2 - 6x + 32y = 0$
Варіант 26.	$f(x,y) = y^2 - 12y - 4x + 48 = 0$
Варіант 27.	$f(x,y) = 2y^2 + 4y - x + 1 = 0$
Варіант 28.	$f(x,y) = 2x^2 - 6x - y + 7 = 0$
Варіант 29.	$f(x,y) = 5y - y^2 - x = 0$
Варіант 30.	$f(x,y) = 4x^2 - 8x - y + 3 = 0$

5. Теоретичні питання до іспиту з лінійної алгебри

1. Поняття системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Матриця коефіцієнтів. Розв'язок системи. Види систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
2. Матриці та їх види. Поняття елементарних перетворень матриці.
3. Канонічний вид матриці. Приведення матриці до канонічного виду за допомогою елементарних перетворень. Поняття рангу матриці.
4. Операції додавання матриць та множення матриці на число. Обчислення матричних виразів з цими операціями.
5. Добуток матриць. Некомутативність операції множення матриць. Приклади.
6. Метод Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
7. Множення квадратної матриці на діагональну, на трикутну матрицю та на вектор. Множення вектора-рядку на вектор-стовпчик та навпаки.
8. Степінь матриці та її обчислення. Перевірка асоціативності множення при обчисленні степені матриці.
9. Визначник матриці. Обчислення визначників другого та третього порядку. Правило Саруса.
10. Властивості визначників. Вплив на значення визначника операції транспонування та перестановки місцями рядків та стовпців визначника.
11. Поняття мінору k -го порядку. та алгебраїчного доповнення. Обчислення алгебраїчних доповнень до елементів матриці.
12. Обчислення визначників n -го порядку шляхом розкладання по елементам рядка або стовпця.
13. Метод Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

14. Застосування елементарних перетворень матриці для обчислення визначника.
15. Поняття оберненої матриці та її властивості.
16. Поняття союзної матриці та правила її обчислення.
17. Поняття матричних рівнянь та методи їх розв'язання.
18. Алгоритм знаходження оберненої матриці.
19. Властивості операції множення матриць. Асоціативність множення. Приклади.
20. Добуток матриць. Некомутативність операції множення матриць. Приклади.
21. Матричний метод розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
22. Поняття оберненої матриці та її властивості.
23. Аналіз сумісності систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою теореми Кронекера-Капеллі.
24. Загальний випадок системи m лінійних рівнянь з n невідомими. Головні та вільні невідомі. Базові розв'язки системи.
25. Множення квадратної матриці на діагональну, на трикутну матрицю та на вектор. Множення вектора-рядка на вектор-стовпчик та навпаки.
26. Обчислення визначників n -го порядку шляхом розкладання по елементам рядка або стовпця.

6. Практичні завдання до іспиту з лінійної алгебри

1. Знайти матрицю $C = (2A-3E)B$, якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$,

а E - одинична матриця.

2. Знайти матрицю $C = (2E-B)A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,

а E - одинична матриця.

3. Знайти матрицю $C = (3B-2E)A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$,

а E - одинична матриця.

4. Знайти матрицю $C = (2E-B)A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,

а E - одинична матриця.

5. Знайти матрицю $C = B(2A+3E)$ якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,

а E - одинична матриця.

6. Обчислити визначники наступних матриць:

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Обчислити визначники наступних матриць:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

8. Обчислити визначники наступних матриць:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & -2 \\ -4 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

9. Обчислити визначники наступних матриць:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 8 \\ 3 & -4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Обчислити визначники наступних матриць:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

12. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

14. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

15. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

16. Знайти матрицю A^{-1} , обернену до матриці A :

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 3 & 8 \\ -11 & 3 & 9 \\ 14 & -4 & -11 \end{pmatrix}$$

17. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 12 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 - 5x_2 + x_3 = -7 \end{cases}$$

18. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 0x_2 - 4x_3 = -20 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 11 \\ 3x_1 - 1x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

19. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 = -5 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 31 \\ 2x_1 - 3x_2 - 1x_3 = -21 \end{cases}$$

20. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} 4x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 12 \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

21. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 5x_3 = -13 \\ x_1 + 5x_2 + 1x_3 = 14 \\ x_1 + 5x_2 + 0x_3 = 11 \end{cases}$$

22. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом :

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

23. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом :

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 0x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 0x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

24. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом :

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 1x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 6x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 0 \end{cases}$$

25. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом :

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1 \end{cases}$$

26. Розв'язати систему лінійних рівнянь матричним методом :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

27. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом виключення невідомих (методом Гауса):

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 0x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 0x_3 = -1 \end{cases}$$

28. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом виключення невідомих (методом Гауса):

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5 \end{cases}$$

29. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом виключення невідомих (методом Гауса):

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -6 \\ 0x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = -7 \end{cases}$$

30. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом виключення невідомих (методом Гауса):

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

31. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом виключення невідомих (методом Гауса):

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -9 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -9 \\ x_1 + 0x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

32. Задано три точки $A(2; 5)$; $B(-4; 7)$; $C(8; 3)$. Знайти координати та довжину вектора $\overline{D} = 2\overline{AC} - \overline{AB}$

33. Задано три точки $A(4; -3)$; $B(4; 9)$; $C(-6; 5)$. Знайти координати та довжину вектора $\overline{D} = \overline{AC} + 2\overline{AB}$

34. Задано три точки $A(6; -7)$; $B(2; 3)$; $C(-4; 1)$. Знайти координати та довжину вектора $\overline{D} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC}$

35. Задано три точки $A(2; -3)$; $B(4; 3)$; $C(-2; 1)$. Знайти координати та довжину вектора $\overline{D} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$

36. Задано три точки $A(2; -3)$; $B(4; 3)$; $C(-2; 1)$. Знайти скалярний добуток векторів \overline{AB} та \overline{BC}

37. Задано три точки $A(6; -7)$; $B(2; 3)$; $C(-4; 1)$. Знайти кут між векторами \overline{AB} та \overline{AC} .

38. Задано три точки $A(4; -3)$; $B(4; 9)$; $C(-6; 5)$. Знайти кут між векторами \overline{BA} та \overline{BC} .

39. Задано три точки $A(2; 5)$; $B(-4; 7)$; $C(8; 3)$. Знайти проекцію вектора \overline{AB} на вектор \overline{AC} .

40. Задано три точки $A(0; 3)$; $B(4; 5)$; $C(6; 3)$. Знайти проекцію вектора \overline{BC} на вектор \overline{BA}

41. Задано точки $A(2; 5)$; $B(4; 1)$. Знайти рівняння прямої, що проходить через ці точки та визначити координати точки перетину цієї прямої з прямою $x=5$.

42. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку $B(2; 4)$ та нахилена до осі Ox під кутом 45° .

43. Знайти відстань від точки $A(4; 5)$ до прямої, що проходить через точки $B(2; 3)$ та $C(8; 8)$.

44. Знайти площу трикутника, вершини якого мають координати $A(1; 2)$; $B(9; 4)$; $C(3; 8)$.

45. Знайти рівняння медіани трикутника, вершини якого мають координати $A(1; 2)$; $B(9; 4)$; $C(3; 8)$.

46. Визначити тип лінії другого порядку та побудувати графік цієї лінії:

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$$

47. Визначити тип лінії другого порядку та побудувати графік цієї лінії:

$$5x^2 + 6y^2 + 40x + 36y = 0$$

48. Визначити тип лінії другого порядку та побудувати графік цієї лінії:

$$x^2 + 4y^2 - 16x - 16y + 64 = 0$$

49. Визначити тип лінії другого порядку та побудувати графік цієї лінії:

$$x^2 + 4y^2 + 8x + 16y - 32 = 0$$

50. Визначити тип лінії другого порядку та побудувати графік цієї лінії:

$$x^2 - 4y^2 - 16x + 16y - 32 = 0$$

51. Побудувати графік елементарної функції: $y = x \cdot \sin x$

52. Побудувати графік елементарної функції: $y = x + x^2$

53. Побудувати графік елементарної функції: $y = x^2 + \frac{1}{x}$

54. Побудувати графік елементарної функції: $y = \frac{1}{\cos x}$

55. Побудувати графік елементарної функції: $y = 2x^2 + 5x$

7. Питання для поточного та рубіжного контролю

Тема 1. Елементи лінійної алгебри

1. Матриці, дії над матрицями.
2. Визначники та їх властивості.
3. Обернена матриця.
4. Правило Крамера.
5. Метод Гауса.
6. Системи лінійних однорідних рівнянь.

Тема 2. Елементи аналітичної геометрії

1. Метод координат на площині.
2. Вектори та операції над ними.
3. Базис.
4. Власні значення матриць.
5. Власні вектори матриць.
6. Лінія на площині.
7. Пряма на площині.
8. Поняття про криві другого порядку.

*Зразок титульної сторінки
для оформлення домашньої або контрольної роботи*

**СХІДНОЄВРОПЕЙСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЕКОНОМІКИ І МЕНЕДЖМЕНТУ**

**Кафедра Інформаційних технологій
та економічної кібернетики**

**КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 1
з дисципліни «Лінійна алгебра»**

Варіант № 12

**Виконав
Студент гр. ПІ-91
Ткаченко В.С**

**Перевірив
доцент кафедри ІТЕК
Гук В.І.**

Черкаси, 2010