

ПЕРЕДВІСНИКИ КРАХІВ КРИПТОВАЛЮТ НА ОСНОВІ ПОКАЗНИКІВ КВАНТУМНОЇ ЕКОНОФІЗИКИ

Анотація. Вступ. Нестабільність глобальних фінансових систем та наявність погано передбачуваних крахів на фінансових ринках свідчать про кризу методології моделювання, прогнозування та інтерпретації сучасних соціально-економічних реалій. Головною причиною цього є висока складність економічних систем, утворених з великої кількості взаємодіючих агентів, здатних генерувати нові властивості на рівні макроскопічної колективної поведінки, проявом якої є мимовільне утворення помітних часових, просторових чи функціональних структур. Одним з підходів до кількісного вимірювання складності є методи, що опираються на аналіз проявів складності системи І. Пригожина. Ключовою ідеєю тут є гіпотеза про зміну складності системи до та у період критичного явища. Ринок криптовалют – приклад економічних систем, складних для прогнозування. Це самоорганізована система, яку у більшості випадків можна розглядати або як складну мережу ринкових агентів, або як інтегрований вихідний сигнал такої мережі – часовий ряд, наприклад, ціни окремої криптовалюти. Дослідження коливань цін на криптовалюту ускладнюється завдяки наявності багатьох чинників – включаючи ринкові попит та пропозицію, обмінний курс долара США, стан фондового ринку, вплив злочинності, тіньовий ринок тощо, які вносять високий рівень шуму у дані. За рахунок цього ціни на криптовалюту демонструють такі складні важко передбачувані характеристики як волатильність, нелінійність та невизначеність.

Метою статті є розгляд деяких інформативних мір складності та адаптація їх для вивчення критичних та кризових явищ на ринку криптовалют.

Проведення дослідження. Для дослідження використано часовий ряд курсу Біткойна, взятого за період з 16.07.2010 р. по 08.12.2018 р., а також часові ряди курсів 1047 криптовалют, взятих за період з 31.12.2017 р. по 15.09.2018 р. На основі часового ряду Біткойна досліджувалась поведінка показника економічної маси до та під час критичного явища на крипторинку. Система криптовалют досліджувалась з використанням інструментів теорії випадкових матриць. Аналізувалась як безпосередньо сама матриця крос-кореляцій агентів економічної системи, так і її похідні, а саме – розподіл власних значень та власні вектори матриці крос-кореляцій.

Результати та висновки. Моніторинг та прогнозування можливих критичних змін на ринку криптовалют мають першочергове значення. У статті досліджено можливість використання квантових мір складності для виявлення динамічних змін у складному часовому ряді. Показано, що застосовані заходи дійсно можуть бути ефективно використані для виявлення аномальних явищ для часових рядів криптовалют. На основі часового ряду Біткойна показано, що моніторинг та прогнозування можливих критичних змін криптовалют є першочерговим завданням аналізу. Досліджено можливість використання принципу невизначеності Гейзенберга та теорії випадкових матриць для виявлення динамічних змін у складному часовому ряді. Показано, що економічна маса та найбільше власне значення матриці крос-кореляцій можуть ефективно використовуватися для виявлення кризових явищ. Саме економічна маса завдяки концептуальній простоті поняття та обчислювальній ефективності є відмінним кандидатом для швидкого та надійного моніторингу незвичайної поведінки економічної системи.

Ключові слова: криптовалюта, біткойн, складна система, міри складності, аварії, критичні події, складні мережі, квантова екофізика, принцип невизначеності Гейзенберга, теорія випадкової матриці, індикатор-попередник.

Одержано редакцією 12.06.2018
Прийнято до публікації 17.10.2018

УДК 519.6:004.8

DOI 10.31651/2076-5886-2019-1-16-26

ГОЛОВНЯ Борис Петрович,
доктор технічних наук, заведуючий
кафедрою прикладної математики і
інформатики Черкаського національного

PACS 02.60.-x, 02.60.Pn, 02.70.Wz

університета імені Богдана Хмельницького
e-mail: bpgolovnya@gmail.com
ORCID 0000-0002-9242-3937

УПРОЩЕННЫЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛО И МАССОПЕРЕНОСА

В работе, на основе модели турбулентности, разработанной автором, строится набор упрощенных моделей ASM типа. Показано, что во многих случаях эти модели можно применять вместо полных моделей турбулентности. Получены ограничения применимости этих моделей.

Ключевые слова: моделирование турбулентности, энергия турбулентности.

Постановка задачи

Модели турбулентности, содержащие уравнения переноса всех турбулентных напряжений и тепловых потоков наиболее универсальны но содержат очень много дифференциальных уравнений. В частности, в двумерном случае система уравнений модели содержит 10 дифференциальных уравнений. Естественно, что подобные системы очень неудобны в эксплуатации. Методы упрощения подобных систем известны, результат упрощения называется ASM моделью. К сожалению, ASM модели построенные на основе известных моделей обладают очень слабыми вычислительными возможностями.

В работе рассматриваются возможные упрощения модели турбулентности предложено автором в [1]-[3].

Цель статьи

Получить модель типа ASM, обладающую приемлемыми вычислительными возможностями.

Научная новизна

Научная новизна работы состоит в том, что надежные ASM модели в настоящее время в литературе неизвестны.

Методы решения

Задачу упрощения моделей турбулентности можно поставить двумя способами.

Во первых. Во многих технически важных случаях в течении существует подобие распределения температуры и средней скорости, подобие переноса k_0 и $\overline{t_0^2}$ и т.д. Примером может служить течение в пограничном слое, течение в каналах и трубах и т.д. Но тогда, воспользовавшись эти подобием, можно попытаться упростить основные уравнения переноса, т.е. удалить из уравнений какие-либо слагаемые или даже свести уравнений к простым алгебраическим соотношениям. Общность модельных уравнений при этом снижается, но зато снижаются и трудозатраты на решение конкретных задач. Понятно, что применимость упрощения для решения какой-либо задачи должна предварительно проверяться.

Во вторых. Полученные упрощенные соотношения могут оказаться неприменимыми для использования в расчетной системе уравнений. Но, тем не менее, их вполне можно использовать для проведения оценочных расчетов. Здесь требования, предъявляемые к соотношениям, менее строги, но все равно проверять их применимость хотя бы простейшими расчетами необходимо.

1. Упрощенная модель переноса тепловых потоков при числах $Pr \geq 1$

Упрощению будет подвергаться модель (1)–(13) – полная модель переноса турбулентных напряжений и тепловых потоков.

$$\frac{Dk_0}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} (v + D_k) \frac{\partial k_0}{\partial x_k} + f_0 P - \varepsilon_0, \quad (1)$$

$$\frac{D\varepsilon_0}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v + \frac{D_k}{C_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x_k} + \frac{\varepsilon_0}{k_0} (C_1 f_0 P - C_2 \varepsilon_0), \quad (2)$$

$$\frac{D\overline{u_{i0}^2}}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} (v + D_k) \frac{\partial \overline{u_{i0}^2}}{\partial x_k} + f_0 \left(P_{ii} - C_a \frac{\varepsilon_0}{k_0} \left(\overline{u_{i0}^2} - \frac{2}{3} k_0 \right) \right) - \varepsilon_{ui0}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon_{ui0}}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v + \frac{D_k}{C_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ui0}}{\partial x_k} + \\ + \frac{\varepsilon_0}{k_0} \left(C_1 f_0 \left(P_{ii} - C_a \frac{\varepsilon_0}{k_0} \left(\overline{u_{i0}^2} - \frac{2}{3} k_0 \right) \right) - C_2 \varepsilon_{ui0} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{D\overline{u_{i0} u_{j0}}}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} (v + D_k) \frac{\partial \overline{u_{i0} u_{j0}}}{\partial x_k} + f_0 P_{ij} - C_a \frac{\varepsilon_0}{k_0} \overline{u_{i0} u_{j0}}. \quad (5)$$

$$D_k = C_{Diff} f_0 \frac{k_0}{\varepsilon_0} \overline{u_{0k}^2}, \quad (6)$$

$$P_{ij} \equiv -\overline{u_{0i} u_{0k}} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_{0j} u_{0k}} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad P = 0.5 \sum P_{ii}.$$

$$f_0 = \left(1 - \exp\left(-\frac{Re_{y0}}{5.5}\right) \right) \left(1 - \exp\left(-2.4 \frac{x_2}{L_{\varepsilon 0}}\right) \right), \quad (7)$$

$$Re_{y0} = \frac{\sqrt{k_0} x_2}{\nu}, \quad L_{\varepsilon 0} = \frac{k_0^{3/2}}{\varepsilon_0},$$

$$\frac{D\overline{t_0^2}}{Dt} = f_{0-t} \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha + D_{tk}) \frac{\partial \overline{t_0^2}}{\partial x_k} + 2f_{0-t} P_{t2} - 2(\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}), \quad (8)$$

$$\frac{D\varepsilon_{t0}}{Dt} = f_{0-t} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\alpha + \frac{D_{tk}}{C_{\varepsilon t}} \right) \frac{\partial \varepsilon_{t0}}{\partial x_k} + \frac{\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}}{0.5\overline{t_0^2}} (C_{t1} f_{0-t} P_{t2} - C_{t2} \varepsilon_{t0}), \quad (9)$$

$$\frac{D\overline{u_{0k} t_0}}{Dt} = f_{0-t} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v + \alpha}{2} + D_{tk} \right) \frac{\partial \overline{u_{0k} t_0}}{\partial x_k} + f_{0-t} P_{uk-t} - C_{at} \frac{\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}}{0.5\overline{t_0^2}} \overline{u_{0k} t_0} \quad (10)$$

$$D_{tk} = C_{Diff} f_{0-t} \frac{0.5\overline{t_0^2}}{(\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add})} \overline{u_{0k}^2}, \quad (11)$$

$$P_{uk-t} = -\overline{u_{0k} u_{0j}} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_{0j} t_0} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta g_i \overline{t_0^2}, \quad P_{t2} = -\overline{u_{0i} t_0} \frac{\partial T}{\partial x_i},$$

$$f_{0-t} = \left(1 - \exp\left(-R_0 \frac{Re_{y0}}{5.5}\right) \right) \left(1 - \exp\left(-2.4 \frac{y}{L_{\varepsilon 0}}\right) \right), \quad (12)$$

$$R_0 = \left(\frac{k_0}{\varepsilon_0} / \frac{0.5\overline{t_0^2}}{\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}} \right). \quad (13)$$

В случае $Pr \geq 1$ уравнения (8) – (9) представляющие собой модель $\overline{t^2} - \varepsilon_t$ типа, допускают значительное упрощение. Смысл его состоит в следующем. Известно, что температурные пульсации создаются в жидкости в результате захвата турбулентными вихрями более нагретых слоев жидкости и переноса их в менее нагретые слои и наоборот. Но, вследствие того, что $Pr > 1$, вихри, как кинематические образования, должны распадаться быстрее, чем температурные пульсации будут устранены теплопроводностью. С точки зрения моделирования турбулентности его можно трактовать следующим образом: турбулентность забирает у осредненного течения тепловой энергии больше, чем может диссипировать, или, другими словами, на поддержание пульсаций используется не вся энергия, описываемая генерационным слагаемым. Эта проблема была разрешена с помощью введения в модель дополнительной диссипации ε_{t0-add}

$$\varepsilon_{t0-add} = \max\left(0.5\overline{t_0^2} \frac{\varepsilon_0}{k_0} - \varepsilon_{t0}, 0\right).$$

Из приведенного рассуждения можно заключить, что при числах $Pr \geq 1$ мы всегда будем получать

$$0.5\overline{t_0^2} / (\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}) = k_0 / \varepsilon_0. \quad (14)$$

Из (14) следует, что в этом случае R_0 в выражении (13) равно единице, т.е. вместо функции f_{0-t} (12) можно использовать функцию f_0 (7). Тогда вместо коэффициента диффузии (11) можно использовать коэффициент (6). В итоге вместо уравнения (10) можно использовать уравнение

$$\frac{Du_{0k}t_0}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v + \alpha}{2} + D_k \right) \frac{\partial u_{0k}t_0}{\partial x_k} + f_0 P_{uk-t} - C_{at} \frac{\varepsilon_0}{k_0} \overline{u_{0k}t_0} \quad (15)$$

Более того, в случае течения без массовых сил уравнения переноса $\overline{t_0^2}$ и ε_{t0} из модели могут быть удалены.

1.1. Область применимости упрощений

Модель (1)-(7), (15) проверялась расчетами развитых турбулентных течений в пограничном слое и канале при $Pr \geq 1$. На рис. 1 приведены результаты расчетов теплообмена в турбулентном пограничном слое с $Q_{wall} = const$ по упрощенной модели. Сопоставление расчетов с работой Жукаускаса [120] аппроксимацией $0.5C_f / St = 0.93 + 12.5\sqrt{0.5C_f} (Pr^{2/3} - 1)$ показывает хорошую точность полученных результатов. Отметим также, что хотя приведенное упрощение в полной мере применимо только к диапазону $Pr \geq 1$, решение для $Pr = 0.7$ также оказывается вполне удовлетворительным.

Упрощенная модель удовлетворительно рассчитывает не только теплообмен, а и осредненные и пульсационные параметры течения.

О неприменимости упрощения. Очевидно, что подобие полей пульсационных параметров может существовать только в случае хоть

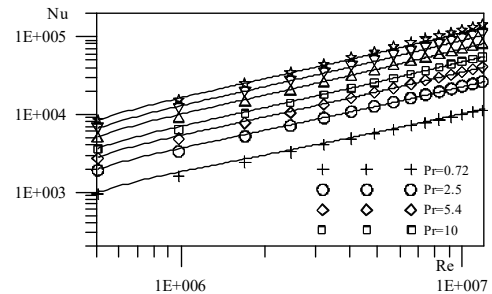


Рис. 1. Расчет теплообмена в пограничном слое при вынужденной конвекции по упрощенной модели (символы - Жукаускас).

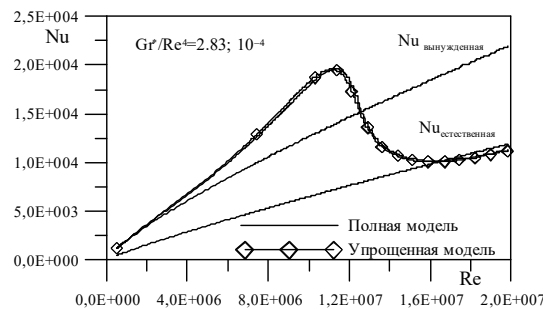


Рис. 2. Расчет смешанной конвекции на вертикальной поверхности по двум моделям.

какого-то подобия полей средних параметров. Расчеты течения за обратной ступенью показывают, что в застойной области поля средней скорости и температуры отличаются очень значительно. Так в частности в застойной области существуют максимальные/минимальные значения скоростей. В то же время поле температуры в застойной зоне согласно принципу максимума не может иметь экстремальных точек. Расчеты показывают, что в этом случае даже при $Pr=1$ мы будем иметь $0.5\overline{t_0^2}/\varepsilon_{t_0} < k_0/\varepsilon_0$, т.е. соотношение (14) здесь неприменимо.

2. Упрощенные соотношения для расчета $\overline{t_0^2}$, $\overline{u_{0i}t_0}$ и $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ ($i \neq j$)

Стандартная методика получения упрощенных соотношений для расчета $\overline{t_0^2}$, $\overline{u_{0i}t_0}$ и $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ ($i \neq j$) базируется либо на основе предположения о пропорциональности переноса указанных корреляций переносу энергии турбулентности k , либо на основе гипотезы равновесности. Как показали тестовые расчеты, выражения, построенные на основе гипотезы равновесности и гипотезы пропорциональности переноса корреляций переносу k , имеют примерно одинаковые свойства, но выражения, построенные на гипотезе равновесности, выглядят проще.

Применение гипотезы равновесности к уравнению (8) дает соотношение $f_{0-t}P_{t2} = (\varepsilon_{t_0} + \varepsilon_{t_0-add})$. В разделе 1 показано, что при числах $Pr \geq 1$ выполняется соотношение (14) – $0.5\overline{t_0^2}/(\varepsilon_{t_0} + \varepsilon_{t_0-add}) = k_0/\varepsilon_0$. Из этого соотношения вычисляем диссипацию. Там же показано, что в этом случае вместо функции f_{0-t} можно использовать функцию f_0 . В итоге получаем алгебраическое соотношение

$$\overline{t_0^2} = 2f_0P_{t2} \frac{k_0}{\varepsilon_0}. \quad (16)$$

Соотношения для расчета $\overline{u_{0i}t_0}$ и $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ ($i \neq j$) также получаем на основе гипотезы равновесности. Так, в частности, для $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ ($i \neq j$) имеем

$$\overline{u_{0i}u_{0j}} = \frac{f_0}{C_a} \frac{k_0}{\varepsilon_0} P_{ij}. \quad (17)$$

Тестовые расчеты показали, что выражение (17) может приводить к неустойчивости вычислений. В связи с этим соотношение (17) было заменено на обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\overline{u_{0i}u_{0j}}}{dt} = f_0P_{ij} - C_a \frac{\varepsilon_0}{k_0} \overline{u_{0i}u_{0j}}. \quad (18)$$

Алгоритм решения этого уравнения простейшим методом Эйлера выглядит следующим образом (см. выражение (19))

$$\overline{u_{0i}u_{0j}}^{k+1} = \left(\frac{\overline{u_{0i}u_{0j}}^k}{\Delta t} + f_0P_{ij}^k \right) / \left(C_a \left(\frac{\varepsilon_0}{k_0} \right)^k + \frac{1}{\Delta t} \right). \quad (19)$$

При расчетах параболизированных течений верхний индекс k в выражении (19) означает величины, вычисленные на k -ом шаге по продольной координате.

Аналогичным образом получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для $\overline{u_{0i}t_0}$

$$\frac{d\overline{u_{0i}t_0}}{dt} = -f_0P_{it} - C_a \frac{\varepsilon_0}{k_0} \overline{u_{0i}t_0}. \quad (20)$$

2.1. Область применимости упрощений

Тестовые расчеты показывают, что формулы для $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ ($i \neq j$) (18), (19) вполне применимы для расчетов развитых течений без застойных зон, т.к. в застойных зонах на развитие корреляции $\overline{u_{0i}u_{0j}}$ начинает весьма существенно влиять конвекция и диффузия. В итоге гипотеза равновесности оказывается неприменимой. В частности это относится к течению за обратной ступенью.

Выражение для $\overline{u_{0i}t_0}$ (20) применимо в тех условиях при числах $Pr \geq 1$.

На рис. 3 показаны результаты расчета теплообмена при смешанной турбулентной конвекции на вертикальной пластине с отброшенными уравнениями переноса $\overline{t_0^2}$ и ε_{i0} и обыкновенными дифференциальными уравнениями для корреляций $\overline{u_0v_0}$, $\overline{v_0t_0}$ и $\overline{u_0t_0}$. Как видно из рисунка, разница между результатами расчетов по упрощенной и полной моделям пренебрежимо мала. Рис. 3 и 4 показывают, что эти соотношения можно использовать и при расчетах естественной конвекции.

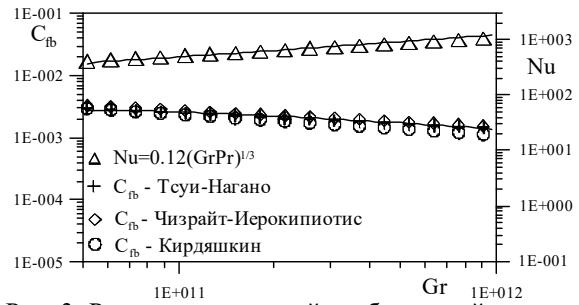


Рис. 3. Расчет естественной турбулентной конвекции на вертикальной поверхности по упрощенной модели. Интегральные параметры

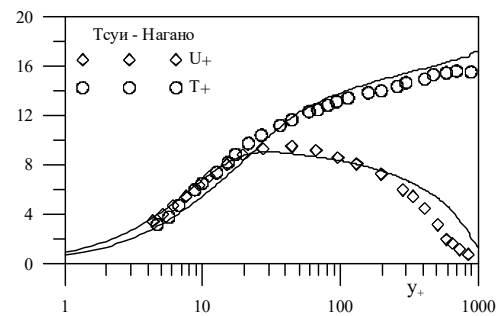


Рис. 4. Расчет естественной турбулентной конвекции на вертикальной поверхности по упрощенной модели. Скорость и температура.

3. Упрощенные соотношения для расчета $\overline{u_{0i}^2}$

Рассмотрим уравнение переноса $\overline{u_{0i}^2}$. Простейшее из упрощений этого уравнения состоит в замене диссипации ε_{ui0} одним из выражений

$$\varepsilon_{ui0} = 2/3 \varepsilon_0, \quad (21)$$

$$\varepsilon_{ui0} = \varepsilon_0 \overline{u_{0i}^2} / k. \quad (22)$$

Для проверки применимости соотношений (21)-(22) была проведена серия тестовых расчетов. Расчеты проводились по модели переноса турбулентных напряжений, но вместо дифференциальных уравнений переноса скорости диссипации ε_{ui0} использовались соотношения (21) и (22). Результаты показали, что такое упрощение модели неправомерно даже при решении простейших задач расчета вынужденной конвекции на плоской пластине и смешанной конвекции на вертикальной поверхности. Подчеркнем, что преобразование системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей перенос $\overline{u_{0i}^2}$ и ε_{ui0} , в обыкновенное дифференциальное уравнение или алгебраическое соотношение для $\overline{u_{0i}^2}$ возможно только при использовании какой-либо аппроксимации для ε_{ui0} .

В то же время оценочное соотношение для $\overline{u_{0i}^2}$ ASM типа несложно получить из полного уравнения переноса (3) используя для расчета ε_{ui0} выражение $\varepsilon_{ui0} = \overline{u_{0i}^2} / k \varepsilon_0$ и

полагая течение равновесным, т.е. считая, что диффузионный перенос равен конвективному.

$$\overline{u_{i0}^2} = \frac{k_0}{\varepsilon_0} \frac{f_0}{(C_a f_0 + 1)} \left(P_i + \frac{2}{3} C_a \varepsilon_0 \right). \quad (23)$$

3.1. Область применимости упрощений

Как уже говорилось, непосредственное использование выражений (21) – (23) в вычислениях ведет к неверным результатам даже при решении простейших задач. В то же время использование формул (23) для оценочных расчетов оказывается вполне удовлетворительным. В качестве подтверждения на рис. 5 и 6 показаны расчеты компонент пульсаций скорости по полной и упрощенной моделям при течениях в пограничном слое и за обратной ступенью. Расхождение оказывается заметным только в пристенных областях.

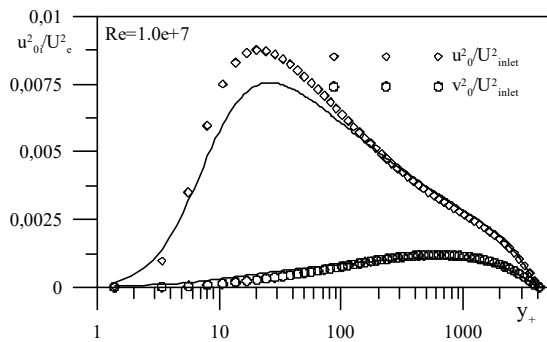


Рис. 5. Сопоставление расчетов пульсаций скорости в пограничном слое по модели переноса турбулентных напряжений (сплошные линии) с расчетами по ASM выражению (23) (символы).

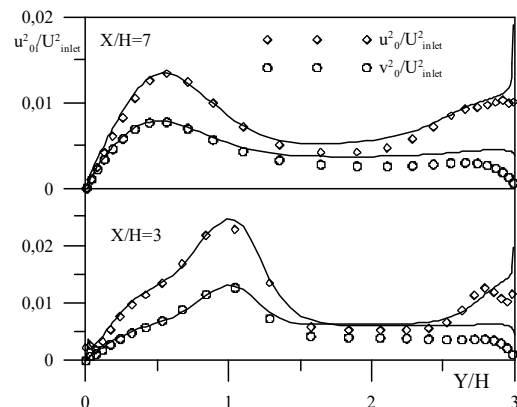


Рис. 6. Сопоставление расчетов пульсаций скорости в течении за обратной ступенью по модели переноса турбулентных напряжений (сплошные линии) с расчетами по ASM выражению (23) (символы).

4. Упрощение модели типа $k-\varepsilon-t'^2-\varepsilon_t$

Результаты предыдущего раздела показывают, что при расчетах течений с подъемными силами уравнение, описывающее перенос пульсационной компоненты скорости нормальной к направлению подъемных сил в модели должно присутствовать без каких-либо упрощений. Отсюда следует, что течения с подъемными силами должны рассчитываться как минимум по упрощенной модели переноса турбулентных тепловых потоков и напряжений, построенной в разделе 1. В то же время, течения без подъемных сил вполне доступны расчетам по модели типа $k-\varepsilon-t'^2-\varepsilon_t$. Поэтому рассмотрим, как методика упрощения моделей может быть применена к модели типа $k-\varepsilon-t'^2-\varepsilon_t$.

В данной модели для корреляций $\overline{u_0 v_0}$ и $\overline{v_0 t_0}$ используются соотношения

$$v_t = C_v F_v \frac{k_0^2}{\varepsilon_0}, \quad -\overline{u_0 v_0} = v_t \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (24)$$

$$F_v = \left(1 - \exp\left(-\frac{Re_y}{45}\right) \right) \left(1 - \exp\left(-2.4 \frac{y}{L_\varepsilon}\right) \right),$$

$$\alpha_t = C_\lambda F_\lambda k_0 \frac{0.5 t_0^2}{\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}}, \quad -\overline{v_0 t_0} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial y} \quad (25)$$

$$F_\lambda = \left(1 - \exp\left(-R_0 \frac{\text{Re}_y}{45}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2.4 \frac{y}{L_\varepsilon}\right)\right), \quad R_0 = \left(\frac{k_0}{\varepsilon_0} / \frac{0.5\overline{t_0^2}}{\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}}\right)$$

Рассуждая по аналогии со случаем модели переноса турбулентных тепловых потоков, в случае чисел $\text{Pr} \geq 0.7$ можно положить $0.5\overline{t_0^2}/(\varepsilon_{t0} + \varepsilon_{t0-add}) = k_0/\varepsilon_0$. Отсюда следует, что

$$\alpha_t = C_\lambda F_\lambda \frac{k_0^2}{\varepsilon_0}, \quad -\overline{v_0 t_0} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial y} \tag{26}$$

$$F_\lambda = \left(1 - \exp\left(-\frac{\text{Re}_y}{45}\right)\right) \left(1 - \exp\left(-2.4 \frac{y}{L_\varepsilon}\right)\right).$$

Как видно из выражений (26) теперь F_λ полностью совпадает с F_v . Но, так как уравнение переноса $\overline{t_0^2}$, а значит и уравнение переноса ε_{t0} , необходимы только для расчета корреляции $\overline{v_0 t_0}$, то эти уравнения вполне можно удалить из модели.

Отметим, что соотношения (24) и (26) показывают, что

$$\alpha_t = \frac{C_\lambda}{C_v} v_t. \tag{27}$$

Выражение (27) полностью соответствует гипотезе о существовании турбулентного числа Прандтля Pr_t , но получено оно на основе прозрачных физических соображений.

4.1. Область применимости упрощений

Из способа получения упрощенных соотношений (26) следует, что они применимы в расчетах параболических течений в отсутствие массовых сил и при нулевых краевых условиях на стенках.

На рис. 7 оказаны результаты расчетов теплообмена в турбулентном пограничном слое при вынужденной конвекции. Соответствие с экспериментальными данными очень хорошее.

Символами обозначены расчеты числа Нуссельта по аппроксимации $0.5C_f / St = 0.93 + 12.5\sqrt{0.5C_f}(\text{Pr}^{2/3} - 1)$, взятой в работе Жукаускаса [4]. Еще раз отметим, что жидкие металлы в данной работе не рассматривались.

На рис. 8 показан расчет средней температуры при течении на начальном участке трубы по полной модели $k-\varepsilon-t'^2-\varepsilon_t$ и с использованием упрощения (26). Как видно из рисунка – соответствие практически точное.

5. Заключительные рекомендации по выбору наименее трудоемкой модели

Прежде, чем переходить к конкретным рекомендациям, необходимо сказать

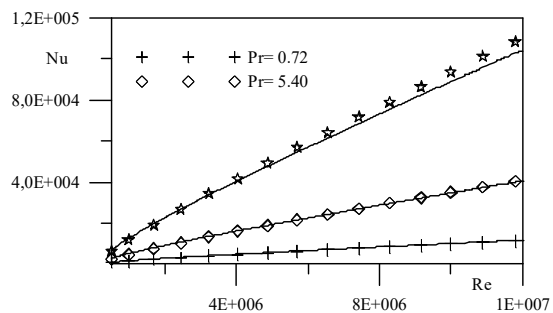


Рис. 7. Расчет теплообмена в пограничном слое при вынужденной конвекции по упрощенной модели (символы - Жукаускас).

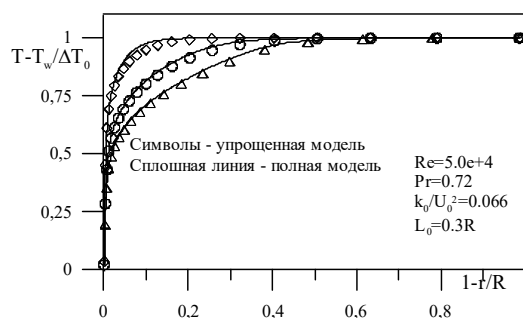


Рис. 8. Расчет течения на начальном участке в трубе по полной модели типа $k-\varepsilon-t'^2-\varepsilon_t$ и по упрощенной модели.

следующее. В предложенной в данной работе модели к-ε типа для течений в пограничном слое корреляция $\overline{u_0 v_0}$ рассчитывается по выражению

$$\overline{u_0 v_0} = -C_v F_v \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \frac{\partial U}{\partial y}. \quad (27)$$

Предполагая слой ненагрываемым и сопоставляя (27) и (17) замечаем, что из этих соотношений следует, что

$$\overline{v_0^2} = C_v C_a \frac{F_v}{f_0} k_0. \quad (28)$$

Отметим, что здесь не учтена разница в константах к-ε модели и модели переноса турбулентных напряжений. Из выражения (28) следует, что модель к-ε типа работоспособна только при наличии в течении связи между $\overline{v_0^2}$ и k_0 , описанной соотношением (28). Если же эта связь по каким-либо причинам нарушается, то гарантировать адекватность решения нельзя. Причины нарушения могут быть самыми разными, например – сложная геометрия области, наличие вдува или отсоса на границе, наличие массовых сил и т.д.

Таким образом, мы имеем целую иерархию моделей турбулентности разной сложности. На основании проведенных рассуждений можно предложить следующие рекомендации по их использованию.

Случай вынужденной конвекции без учета массовых сил. В любом случае попытку расчета следует начинать с простейшей модели к-ε типа. Если решение проводится в какой-либо сложной области или в задаче присутствуют необычные краевые условия, причем полученный результат по каким-либо критериям не удовлетворяет исследователя, то в модель можно добавить систему уравнений, описывающую перенос корреляции $\overline{v_0^2}$. В этом случае вместо соотношения (27) для расчета турбулентного трения используется решение обыкновенного дифференциального уравнения (19) или алгебраическое соотношение вида (17). Если же и теперь расчеты получаются неудовлетворительными, то от упрощенного соотношения для корреляции $\overline{u_0 v_0}$ следует переходить к полному уравнению вида (5).

Если течение происходит в присутствии массовых сил, то почти наверняка модель должна включать четыре дифференциальных уравнения в частных производных, а именно уравнения модели к-ε типа плюс уравнения переноса $\overline{v_0^2}$ и ε_v .

При расчете теплообмена для чисел $Pr \geq 0.72$ в параболизированных течениях по всей видимости почти всегда можно использовать либо соотношение (20), либо соотношение (27). Выбор соотношения зависит от модели расчета кинематических пульсаций. Распределение температурных пульсаций при необходимости можно найти из простого алгебраического соотношения (16). При расчетах течений в средах с малыми числами Pr необходимо в модель включать уравнения переноса $\overline{t^2}$ - ε_t .

Результаты исследования и выводы

Как уже говорилось, предложенная модель для расчета турбулентных тепловых потоков и полного тензора турбулентных напряжений, как, впрочем, и любая другая модель этого класса, очень сложна в эксплуатации. По этой причине подобные модели, несмотря на все свои положительные качества, вряд ли могут быть рекомендованы к использованию в инженерной практике. В связи с этим автором было проведено систематическое упрощение исходной полной модели. Все варианты упрощения проверялись тестовыми расчетами решаемых по полной модели задач. Упрощение

получилось очень значительным. Так, в частности, упрощенная версия модели для расчета смешанной конвекции на вертикальной поверхности содержит всего четыре параболических дифференциальных уравнения и три обыкновенных. Расчеты трения и теплообмена полностью соответствуют расчетам по полной модели. Обыкновенные дифференциальные уравнения в данном случае решаются простейшим методом ломаных и, фактически, сводятся к алгебраическим соотношениям. Отметим, что полная модель содержит 11 параболических дифференциальных уравнений.

Список использованной литературы:

1. Golovnya V.P. Modelling of the fluctuating component in the form of the sum of an infinite number of random quantities/ V.P.Golovnya // Int.J. of Heat and Mass Transf. - V 52 - 2009 - pp.5218-5228
2. Golovnya V.P. Modelling of the fluctuating component in the form of the sum of an infinite number of random quantities. Part 2. Model of transfer of turbulent stresses and turbulent heat fluxes/ V.P.Golovnya // Int.J. of Heat and Mass Transf. - V. 52 – 2009 - pp. 5229-5240
3. Головня, Б. П. Модель переноса турбулентных напряжений и турбулентных тепловых потоков/ Б.П. Головня // Холодильна техніка і технологія. – 2007. — Т.110, № 6. - С.49-54.
4. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках/ А.А. Жукаускас. - Москва: - Наука - 1982.
5. Tsuji T., Nagano Y. Turbulence Measurements in a Natural Convection Boundary Layer Along a Vertical Flat Plate. // Int. J. Heat and Mass Transfer – 1988 - V.31 - P. 2101-2111.
6. Cheeswright R., Ierokipiotis, E. Velocity Measurements in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer // Proc 7th Int. Heat Transfer Conference, Munich, F.R.G. – 1982 - V.2 - P.305-309.
7. Кирдяшкин А.Г. Структура термогравитационных потоков около поверхности теплообмена. Дисс. докт. т. н., Новосибирск: ИТФ СОАН СССР, 1975.

Bibliography:

1. Golovnya V.P. Modelling of the fluctuating component in the form of the sum of an infinite number of random quantities// Int.J. of Heat and Mass Transf. - V 52 - 2009 - pp.5218-5228
2. Golovnya V.P. Modelling of the fluctuating component in the form of the sum of an infinite number of random quantities. Part 2. Model of transfer of turbulent stresses and turbulent heat fluxes// Int.J. of Heat and Mass Transf. - V. 52 – 2009 - pp. 5229-5240
3. Golovnya V.P. Model of turbulent stresses and turbulent heat fluxes transfer // Refrigeration technology and technology.. – 2007. — Т.110, № 6. - С.49-54.
4. Žukauskas A.A. Convective transfer in heat exchangers. M.: - Nauka - 1982.
5. Tsuji T., Nagano Y. Turbulence Measurements in a Natural Convection Boundary Layer Along a Vertical Flat Plate. // Int. J. Heat and Mass Transfer – 1988 - V.31 - P. 2101-2111.
6. Cheeswright R., Ierokipiotis, E. Velocity Measurements in a Turbulent Natural Convection Boundary Layer // Proc 7th Int. Heat Transfer Conference, Munich, F.R.G. – 1982 - V.2 - P.305-309.
7. Kirdyashkin A.G. The structure of thermogravitational flows near the surface of heat transfer. Diss. Doct.Tech. Sci., Novosibirsk: ITF SBAS USSR, 1975.

GOLOVNYA Boris,

Doctor of Science, Chair of Department of Applied Mathematics and Informatics, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy

SIMPLIFIED MODELS OF TURBULENCE FOR SIMULATION CALCULATION OF TURBULENT HEAT AND MASS TRANSFER

Summary. Introduction. *The problem of simplifying turbulence models can be put in two ways. At first. In many technically important cases, there is a similarity in the flow of temperature distribution and mean velocity, a similarity in the transfer of k_0 and etc. An example is the current in the boundary layer, the flow in channels and pipes, etc. But then, using this similarity, one can try to simplify the basic transport equations, i.e. remove from the equations some summands or even reduce the equations to simple algebraic relations. The generality of the model equations is reduced, but the labor costs for solving specific problems are also reduced. It is clear that the applicability of simplification for the solution of a problem should be checked beforehand. Second. Obtained simplified relations may not be applicable for use in the computational system of equations. But, nevertheless, they can be fully used for making estimates. Here the requirements for the relations are less strict, but it is still necessary to verify their applicability at least by the simplest calculations.*

Results and conclusion. As already mentioned, the proposed model for calculating turbulent heat fluxes and the total turbulent stress tensor, as, indeed, any other model of this class, is very difficult to operate. For this reason, such models, despite all their positive qualities, can hardly be recommended for use in engineering practice. In connection with this, the author made a systematic simplification of the original complete model. All variants of simplification were verified by test calculations of the problems solved by the full model. Simplification was very significant. Thus, in particular, a simplified version of the model for calculating mixed convection on a vertical surface contains only four parabolic differential equations and three ordinary ones. Calculations of friction and heat transfer fully correspond to the calculations for the full model. Ordinary differential equations in this case are solved by the simplest method of broken lines and, in fact, reduce to algebraic relations. We note that the complete model contains 11 parabolic differential equations.

Одержано редакцією 30.08.2018 р.
Прийнято до публікації 21.11.2018 р.

УДК 519.6:004.8

DOI 10.31651/2076-5886-2019-1-26-33

PACS 02.60.-x, 02.60.Pn, 02.70.Wz

ІЛЬЯХОВА Наталія Олександрівна

студентка Черкаського національного
університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: ilyahova.nata@gmail.com
ORCID 0000-0003-0737-514X

КРАСНОШЛИК Наталія Олександрівна

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри прикладної математики та
інформатики Черкаського національного
університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: wlik007@ukr.net
ORCID 0000-0003-4661-6997

БАГАТОРОЙОВИЙ АЛГОРИТМ MULTI-SWARM OPTIMIZATION ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ БІНАРНОЇ КЛАСИФІКАЦІЇ

У роботі розглянуто багаторойовий алгоритм оптимізації частинок (Multi-Swarm Optimization Algorithm) для розв'язування задач глобальної оптимізації, який відноситься до метаевристичних методів. Метою даної роботи є реалізація та дослідження даного алгоритму при розв'язуванні задач оптимізації, а також його застосування до розв'язування задач бінарної класифікації. Проведено порівняльний аналіз та досліджено ефективність алгоритму при знаходженні глобального мінімуму деяких тестових функцій. Описано постановку задачі бінарної лінійної класифікації. Для мінімізації функціоналу похибки при побудові класифікатора використано багаторойовий алгоритм MSO та метод стохастичного градієнтного спуску.

Ключові слова: багаторойовий алгоритм оптимізації частинок, алгоритм MSO, задача оптимізації, задача бінарної класифікації

Постановка проблеми

У сучасних умовах в науці і техніці існує стійка тенденція, пов'язана з необхідністю розв'язання широкого спектру практичних задач в оптимізаційній постановці. Для цього застосовуються досить різноманітні методи, але далеко не всі з поставлених задач можуть бути розв'язані з використанням традиційних підходів. Умовно існуючі методи розв'язання задач глобальної оптимізації можна розділити на