

УДК 536.23

DOI 10.31651/2076-5886-2019-2-11-20

PACS 02.60.-x, 02.60.Pn, 02.70.Wz

ГОЛОВНЯ Борис Петрович

доктор технических наук, доцент кафедры
прикладной математики и информатики
Черкаского национального университета
имени Богдана Хмельницкого
e-mail: bpgolovnya@gmail.com
ORCID 0000-0002-9242-3937

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ, ОБДУВАЕМОЙ ТУРБУЛИЗИРОВАННЫМ ПОТОКОМ

Проблема ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине, обдуваемой турбулизированным потоком, или байпасного перехода, играет очень важную роль в вопросах проектирования турбинных установок. Известны многие попытки моделирования байпасного перехода, но все они ориентированы на расчет коэффициента трения и плохо воспроизводят сам процесс возникновения турбулентности. В работе делается попытка частично исправить эти недостатки.

Ключевые слова: ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое, байпасный переход, переход при повышенной турбулентности внешнего потока.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$C_f = 2\tau_w / \rho U_e^2$	коэффициент трения;	u, v	пульсации скорости, м/сек;
$F = U/U_e$	безразмерная скорость;	$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$	динамическая скорость, м/сек;
F_v, f_0	функции модели;	$u_+ = \bar{U}/u^*$	безразмерная скорость;
$H = \delta^*/\delta^{**}$	формпараметр;	Греческие символы	
$k = 0.5\overline{u_i u_i}$	энергия турбулентности, м ² /с ² ;	δ	толщина пограничного слоя, м;
k_0	энергия больших вихрей, м ² /с ² ;	$\delta^* = \int_0^\infty (1-F)dy$	толщина вытеснения, м;
$L_\varepsilon = k^{3/2}/\varepsilon$	диссипативный масштаб, м;	$\delta^{**} = \int_0^\infty F(1-F)dy$	толщина потери импульса, м;
$Re_x = U_e x/\nu$	число Рейнольдса;	$\varepsilon = \overline{\nu(\partial u_i / \partial x_i)^2}$	скорость диссипации k , м ² /с ³ ;
$Re_L = U_e L_\varepsilon/\nu$	число Рейнольдса;	ν_t	турбулентная вязкость, м ² /с;
$Re_y = \sqrt{k}y/\nu$	число Рейнольдса;	Индексы	
$Re^{**} = U_e \delta^{**}/\nu$	число Рейнольдса;	e	в свободном течении;
$Tu_e = \sqrt{2/3}k_e/U_e$	уровень внешней турбулентности;	w	на стенке;

Постановка задачи

Инженерная постановка задачи и краткий обзор существующих расчетов

Проблема ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине, обдуваемой турбулизированным потоком, или байпасного перехода, играет очень важную роль в вопросах проектирования турбинных установок. Следует

отметить, что эту проблему нельзя признать решенной. В настоящее время известно, что на процесс перехода оказывают влияние, как интенсивность пульсаций внешнего течения, так и масштабы его вихрей. При нулевом или очень малом уровне пульсаций переход возникает в результате развития волн Толлмина-Шлихтинга и их разрушения в результате вторичной неустойчивости. При возрастании уровня турбулентности внешнего потока уже до уровня 0.5-1% переход к турбулентности возникает значительно раньше и имеет место байпасный переход. Другими словами, турбулентность внешнего потока оказывает очень заметное дестабилизирующее воздействие на пограничный слой.

Естественный переход в плоском пограничном слое с нулевым градиентом давления изучался многими авторами. В подавляющем большинстве работы сводятся к расчету развития волн Толлмина-Шлихтинга и их последующему разрушению через вторичную и третичную неустойчивости. Численные результаты в основном находятся в хорошем соответствии с экспериментами.

Но, как известно, механизм байпасного перехода существенно отличается от механизма естественного перехода. Волны Толлмина-Шлихтинга и форма возмущений перестают играть в этом случае столь важную роль, как при естественном переходе. Известны многочисленные попытки расчета этого процесса на базе RANS моделей. К сожалению, практически все модели адекватно воспроизводят только финальную стадию перехода. Начальные этапы развития процесса этими моделями игнорируются. В качестве примера подобных моделей можно привести работы [1-5]. К наиболее успешным и популярным подобным моделям можно отнести работы [6-7].

Известны попытки расчета байпасного перехода методом типа LES.

К наиболее успешным следует отнести работу Янга и Воука [8]. Авторы [8] проводили расчеты LES методом. Авторам удалось добиться хорошего соответствия с экспериментами по всем важнейшим параметрам.

Более сложный расчет байпасного перехода проведен в работах [9] и [10] DNS методом. Точность полученных результатов очень хорошая. Но, в то же время, следует отметить, что в [10] расчет проводился на параллельном компьютере, содержащем 128 процессоров, и потребовал порядка 500 часов времени на процессор. Используемая сетка содержала $2048 \times 180 \times 192$ узлов. Очевидно, что при всех его достоинствах, подобный подход не может быть рекомендован к внедрению в инженерную практику.

Физическая постановка задачи

В однородном турбулентном потоке параллельно основному направлению течения установлена плоская пластина. Известны распределения всех пульсационных и осредненных параметров течения во внешнем течении и перед пластиной. На поверхности пластины развивается пограничный слой. На некотором расстоянии от начала пластины, благодаря воздействию внешней турбулентности, характеристики пограничного слоя на пластине начинают отличаться от характеристик ламинарного пограничного слоя, т.е. начинается переход. Со временем слой на пластине становится турбулентным. Требуется рассчитать процесс развития турбулентности в пограничном слое. Из соображений экономичности расчета уравнения Навье-Стокса требуется решать в приближении пограничного слоя. Начальные условия должны задаваться в виде прямоугольных профилей всех параметров непосредственно в начальной точке пластины, т.е. в единственной физически обоснованной форме.

Цель статьи

На основе модели турбулентности [1] предложить модель для расчета байпасного перехода. Тем самым подтвердить большие возможности данной модели.

Методы решения

Модель, использованная в расчетах

В расчетах использовалась модель автора [11]

$$\frac{Dk_0}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v + \frac{v_t}{C_k} \right) \frac{\partial k_0}{\partial x_k} + f_0 P - \varepsilon_0, \quad (1)$$

$$\frac{D\varepsilon_0}{Dt} = f_0 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v + \frac{v_t}{C_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial x_k} + \frac{\varepsilon_0}{k_0} (C_1 f_0 P - C_2 \varepsilon_0). \quad (2)$$

$$f_0 = f_{0-wall} f_{0-base}, \quad (3)$$

$$f_{0-wall} = 1 - \exp(-\text{Re}_{y_0}/5.5), \quad f_{0-base} = 1 - \exp(-2.4 y/L_{\varepsilon_0}),$$

$C_v=0.09, C_\varepsilon=1.3, C_k=1, C_2=1.45, C_1=0.9C_2.$

$y=0 - k_0=\varepsilon_0=0, y \rightarrow \infty - k_0=k_e, \varepsilon_0=\varepsilon_e.$

Модель потребовала небольшой модификации. Как известно, генерация корреляции \overline{uv} описывается выражением $-\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y}$. Поэтому корреляция \overline{uv} должна

быть пропорциональна $\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y}$, откуда следует, что v_t пропорциональна $\overline{v^2}$. При

расчете турбулентной вязкости по выражению $v_t = C_v F_v k^2/\varepsilon$ соотношение между $\overline{v^2}$ и k учитывается функцией F_v . Из экспериментов известно, что в случае переходного слоя это соотношение резко отличается от соотношения в случае развитой турбулентности. По этой причине в функцию F_v вводился дополнительный множитель φ_v , учитывающий эту разницу в ламинарном режиме и равный единице в турбулентном режиме течения

$$\varphi_v = 1 - C_0 \exp(-2.5\sqrt{v_t}) / \exp\left(0.25\left(\frac{C_f}{C_{f_lam}} - 1\right)^2\right).$$

Здесь $C_{f_lam} = 0.664/\sqrt{\text{Re}}$ – коэффициент трения при ламинарном режиме течения, $C_0=1-1.0e-5$ – используется только для того, чтобы не обнулять F_v в самом начале расчета (там имеем $v_t=0, C_f=C_{f_lam}$ откуда следует, что $\varphi_v=0$, если $C_0=1$) так как тогда турбулентная вязкость обнулится навсегда. Как видно из выражения, при ламинарном режиме трения знаменатель равен единице. При возрастании трения, т.е. начале перехода, знаменатель также резко возрастает и, в итоге, практически превращает второе слагаемое поправки в нуль, а саму поправку в единицу

Краевые условия

Традиционной формой постановки краевых условий при расчете байпасного перехода служит аппроксимация экспериментальных данных вида $Tu_e = C(X + X_b)^n$. Здесь X – расстояние от начала пластины, C, X_b и n – параметры расчета. Типичное значение $n = -5/7$. Краевые условия для диссипации как правило в опубликованных работах не указываются. В данной работе аналогичные условия получены аналитически.

Известно, что уравнения k - ε модели в свободном течении выглядят следующим образом

$$U_e \frac{dk_e}{dx} = -\varepsilon_e, \quad (4)$$

$$U_e \frac{d\varepsilon_e}{dx} = -C_2 \frac{\varepsilon_e^2}{k_e}, \quad (5)$$

$$k_e(x_{start}) = k_{start}, \quad \varepsilon_e(x_{start}) = \varepsilon_{start}.$$

Эта система имеет точное решение

$$k_e = k_{start} \left(1 + \frac{x - x_{start}}{x_a} \right)^{\frac{1}{1-C_2}}, \quad \varepsilon_e = \varepsilon_{start} \left(1 + \frac{x - x_{start}}{x_a} \right)^{\frac{C_2}{1-C_2}} \quad (6)$$

где $x_a = \frac{k_{start} U_e}{\varepsilon_{start} (C_2 - 1)}$, $\tilde{x} = x_a + x - x_{start}$.

Выражения (6) переписываем в безразмерном виде

$$k_e = k_{start} \left(1 + \frac{Re - Re_{start}}{Re_a} \right)^{\frac{1}{1-C_2}}, \quad (7)$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon_{start} \left(1 + \frac{Re - Re_{start}}{Re_a} \right)^{\frac{C_2}{1-C_2}} \quad (8)$$

Значение C_2 подбиралось из требований соответствия (7) с экспериментальными данными.

На рис.1 приведено сравнение краевых условий (7) с экспериментальными данными [12] и LES расчетами [8].

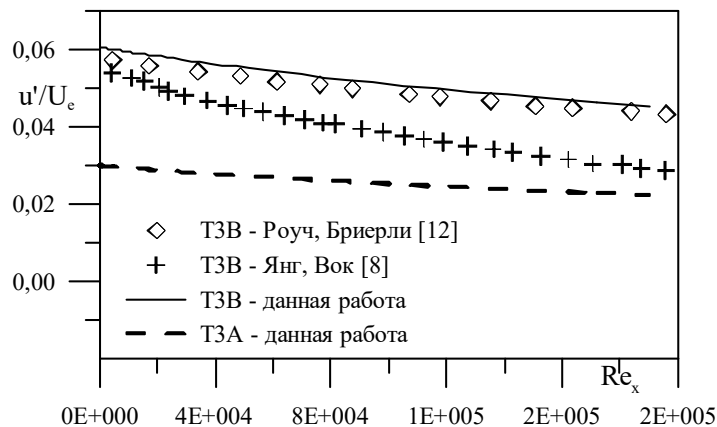


Рис. 1. Расчетные значения турбулентности внешнего потока

Начальные условия

Во всех расчетах начальные условия задавались в точке, соответствующей $Re=1$. В качестве начальных условий использовались прямоугольные профили всех параметров, т.е. единственно возможные физически осмысленные значения. Модель проверялась расчетами пограничного слоя с двумя уровнями турбулентности внешнего потока - 3% и 6%. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, известными в литературе, как Т3А и Т3В [12], а также с результатами расчетов на основе LES подхода. LES данные взяты из работы [8]. На рис. 1 приведены использовавшиеся в расчетах значения Tu_e . Как видно из рис. 1, в данной работе уровень турбулентности внешнего потока, а значит и условия эксперимента, воспроизведен точнее, чем в [8].

Результаты расчетов

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов коэффициента трения и

формпараметра H для двух случаев турбулентности набегающего потока. Для сравнения здесь же приведены экспериментальные данные Роуча и Бриерли [12]. Высокая точность расчетов, в особенности параметра H , очевидна.

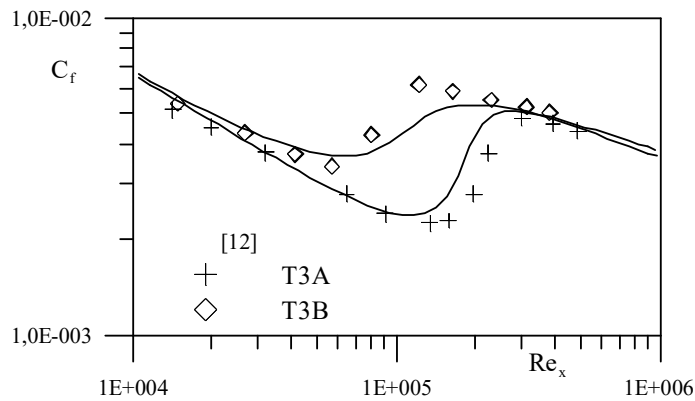


Рис. 2. Байпасный переход. Расчет коэффициента трения для двух случаев турбулентности внешнего течения.

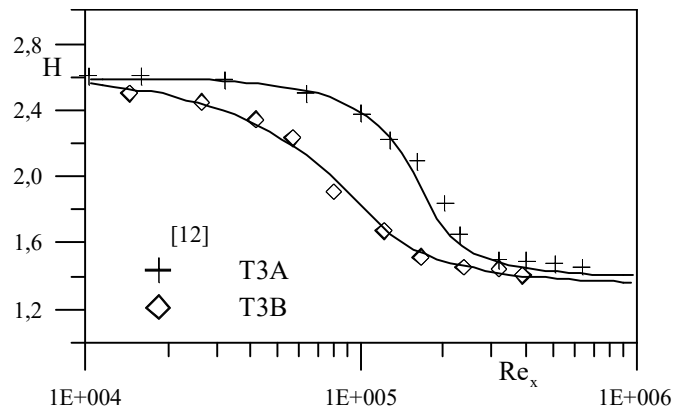


Рис. 3. Байпасный переход. Расчет формпараметра H для двух случаев турбулентности внешнего течения.

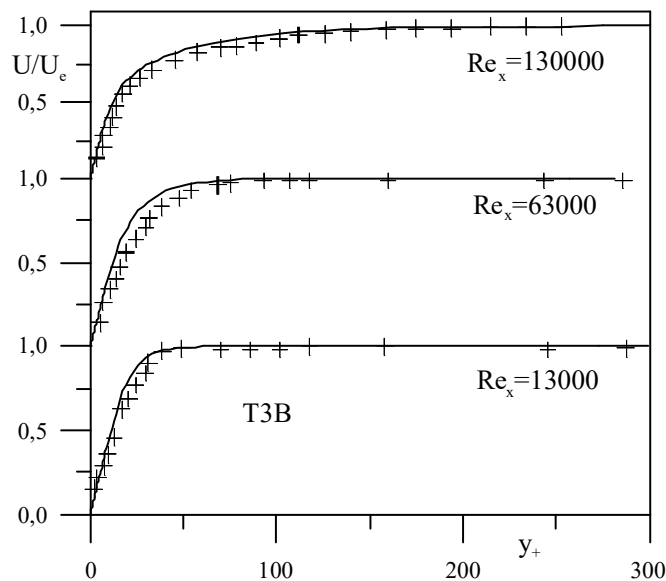


Рис. 4. Байпасный переход. Расчет средней скорости при трех числах Re .

На рис. 4 сплошной линией приведены результаты расчетов профиля средней

скорости – данные ТЗВ. Для сравнения на графике символами приведены экспериментальные данные Роуча и Бриерли [12]. Соответствие вполне удовлетворительное.

На рис. 5 приводится сопоставление расчетов корреляции $\overline{u_0 v_0}$ с экспериментальными данными Роуча и Бриерли [12] и LES данными Янга и Воука [8]. Нетрудно видеть, что данная работа обеспечивает лучшее соответствие с экспериментом, чем LES.

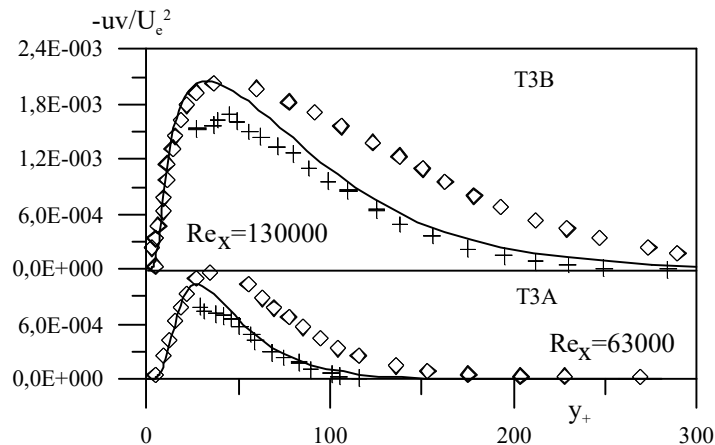


Рис. 5. Байпасный переход. Расчет турбулентного трения при двух числах R

На рис. 6 показаны результаты сравнения расчетов энергии турбулентности с экспериментальными данными Роуча и Бриерли [12]. Видно, что данный расчет дает несколько заниженные значения энергии, что вполне объясняется расчетом только первичных вихрей. В то же время общая структура распределения, положение максимума и т.д. воспроизводятся достаточно точно.

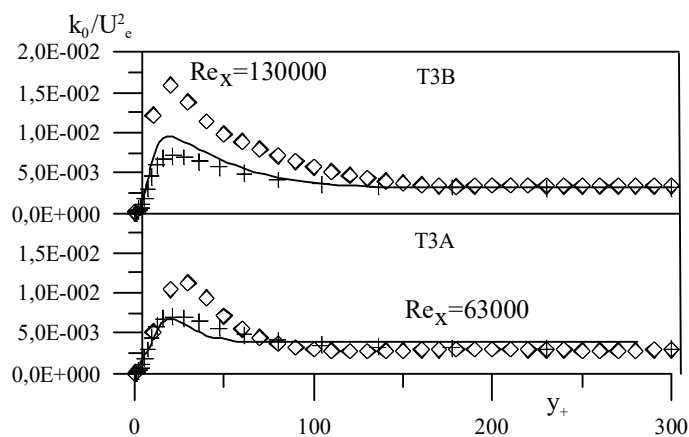


Рис. 6. Байпасный переход. Расчет энергии турбулентности при двух числах R

Таким образом, данный подход позволяет с достаточной точностью воспроизводить все основные как интегральные, так и локальные параметры байпасного переходного пограничного слоя.

Расчет надслоя при байпасном ламинарно-турбулентном переходе. Гипотетические причины его возникновения

Тщательный анализ проведенных расчетов показывает очень важную особенность развития байпасного перехода, не отмечавшуюся ранее в расчетных работах. При

больших энергиях и диссипативных масштабах внешнего течения корреляция \overline{uv} распространяется гораздо дальше пограничного слоя. Это отчетливо видно на рис. 7. Причины этого можно объяснить следующим образом. Автором была выдвинута следующая гипотеза – корреляция \overline{uv} порождается в результате деформации вихрей, возникающей из-за наличия сдвига в течении.

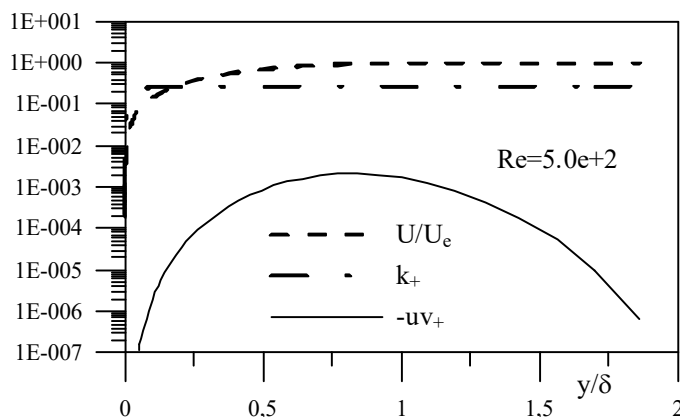


Рис. 7. Расчет существования надслоя.

Представим себе эластичную сферу, подвергаемую периодическим воздействиям в двух диаметрально противоположных точках. Если эти воздействия равны между собой по амплитуде и противоположны по фазе, то центр сферы останется неподвижным. Если воздействия не противофазны, то центр можно считать неподвижным в среднем. В любом случае в центре произведение $u \times v = 0$. Но в случае неравенства амплитуд центр начнет двигаться, а произведение скоростей в точке, совпадающей с центром неподвижной сферы, станет неравным нулю. Очевидно, что этот процесс максимизируется, если сфера касается какой-либо твердой поверхности, т.е. одна из точек остается неподвижной.

Согласно современным представлениям основная кинетическая энергия турбулентности сосредоточена в вихрях, имеющих размеры, соизмеримые с толщиной пограничного слоя. Если считать диссипативный масштаб адекватной характеристикой размера турбулентного вихря, то расчеты, проведенные по модели $k-\varepsilon$ типа, показывают, что, размеры этих вихрей во всем слое больше расстояния до стенки, т.е. эти вихри все время прижаты к стенке. В то же время эти вихри постоянно подвергаются воздействию турбулентных пульсаций, что в сочетании с воздействием стенки и порождает ненулевое значение корреляции \overline{uv} .

Но, если в развитом турбулентном течении размеры основных энергосодержащих вихрей соизмеримы с толщиной пограничного слоя, то при байпасном переходе со слоем взаимодействуют вихри очень значительных размеров, превосходящих толщину слоя в тысячи раз, особенно на начальных этапах развития слоя. Естественно, что деформация вихрей таких размеров практически не связана с толщиной пограничного слоя и, следовательно, корреляция \overline{uv} может распространяться от стенки очень далеко. Это явление наблюдалось экспериментально (см. например, Дыбан, Эпик [13]). Авторами [13] подобная турбулизирующая надстройка над пограничным слоем была названа надслоем.

Но тогда можно сказать, что на самом деле в байпасном переходе участвуют два различных по природе пограничных слоя – динамический пограничный слой, порождаемый осредненным течением, и слой турбулентности, порождаемый взаимодействием вихрей внешнего течения с поверхностью. Расчеты показывают, что

на начальной стадии перехода их толщины очень слабо связаны друг с другом. Разница в этих толщинах обеспечивает существование надслоя. В то же время, очевидно, что толщина надслоя, а значит и необходимая область расчета заранее неизвестны. Поэтому расчетная область должна быть, по крайней мере на начальной стадии расчета, достаточно большой для того, чтобы корректно учитывать всю область взаимодействия пограничного слоя с внешней турбулентностью. Но тогда отсюда следует, что пограничный слой при байпасном переходе нельзя рассчитывать в отрыве от внешнего течения, т.е. использовать внешнее течение только в качестве краевых условий для расчета пограничного слоя. Более того. Развитие байпасного перехода необходимо рассматривать как взаимодействие двух процессов – развития собственно пограничного слоя и затухания внешней турбулентности.

Результаты исследования и выводы

1. Автором были проведены расчеты байпасного перехода на плоской пластине. Расчеты проводились, начиная непосредственно от носика пластины, т.е. с единственными физически обоснованными начальными условиями. Аналогичных расчетов на основе k-ε модели обнаружить в литературе не удалось. Результаты расчетов находятся в очень хорошем соответствии с экспериментальными данными (Роуч, Бриерли [12]). Сопоставление с LES расчетами Янга и Воука [8], показывает, что данная модель воспроизводит основные закономерности байпасного перехода не хуже, а местами и лучше, чем LES метод.

2. Модель позволяет обнаружить в расчетах байпасного перехода существование турбулизированной надстройки над пограничным слоем, т.н. надслоя. Это явление экспериментально исследовалось в работе Дыбан, Эпик [13].

Список использованной литературы:

1. ERCOFTAC. A Summary of ERCOFTAC Transition SIG Progress for the 1st WORKSHOP // UMIST. – December 14-15th, 1993.
2. Savill, A.M. A synthesis of T3 test case predictions / A.M. Savill; O. Pironneau (Eds) // Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence. – 1992.
3. Liou, W.W. Bypass transitional flow calculations using a Navier-Stokes solver and two-equations models / W.W. Liou, S. Tsan-Hsing. – NASA CR-2000-209923. – 2000.
4. Yang, Z. Calculations of inlet/nozzle flows using a new k-ε model / Z. Yang, N. Georgiadis, J. Zhy, T.-H. Shih // AIAA paper. – 1995. – V. 95-2761.
5. Pèneau, F. Bypass Transition of a Boundary Layer subjected to Free-Stream Turbulence / F. Pèneau, H.C. Boisson, A. Kondjoyan, A. Uranga // An international conference on boundary and interior layers – computational and asymptotic methods ONERA. – Centre de Toulouse, France. – 2004.
6. Langtry, R. B. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes / R. B. Langtry, F. R. Menter // AIAA Journal. – 2009. – V. 47 (12). – P. 2894-2906.
7. Durbin, P. A. An intermittency model for bypass transition / P. A. Durbin // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2006. – V.36. – P. 1-6.
8. Yang, Z. Large-Eddy Simulation Studies of Bypass Transition / Z. Yang, P.R. Voke // Engineering Turbulence Modelling and Experiments 2, W. Rodi & F. Martelli (Eds). – Amsterdam. – 1993.
9. Jacobs, R.G. Simulation of bypass transition / R.G. Jacobs, P.A. Durbin // J. of Fluid Mech. – 2001. – V. 428. – P. 185-212.
10. Ovchinnikov, V. Numerical simulations of boundary-layer bypass transition due to high-amplitude free-stream turbulence / V. Ovchinnikov, M. Choudhari, U. Piomelli // J. Fluid Mech. – 2008. – V. 613. – P. 135-169
11. Golovnya, B.P. Important properties of turbulent near-wall flows which are not accounted by modern RANS models / B.P. Golovnya // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2020. – V. 146. – 118813.
12. Roach, P.E. The Influence of a Turbulent Free-Stream on Zero Pressure Gradient Transitional Boundary Layer Development / P.E. Roach, D.H. Brierley // Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence. O. Pironneau (ed). – W. – 1992.
13. Дыбан, Е.П. Тепломассобмен и гидродинамика турбулизированных потоков / Е.П. Дыбан, Э.Я. Эпик. – Киев: Наукова думка. – 1985. – 295 с.

Bibliography:

1. (1993). ERCOFTAC. A Summary of ERCOFTAC Transition SIG Progress for the 1st WORKSHOP. UMIST. December 14-15th.
2. Savill, A.M. (1992). A synthesis of T3 test case predictions. *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence*.
3. Liou, W.W., & Tsan-Hsing, S. (2000). Bypass transitional flow calculations using a Navier-Stokes solver and two-equations models. NASA CR-2000-209923.
4. Yang, Z., Georgiadis, N., Zhy, J., Shih, T.-H. (1995). Calculations of inlet/nozzle flows using a new k- ϵ model. *AIAA paper*, 95-2761.
5. Pénéau, F., Boisson, H.C., Kondjoyan, A., Uranga, A. (2004). Bypass Transition of a Boundary Layer subjected to Free-Stream Turbulence. *An international conference on boundary and interior layers – computational and asymptotic methods ONERA*.
6. Langtry, R. B., Menter, F. R. (2009). Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes. *AIAA Journal*, 47 (12), 2894-2906.
7. Durbin, P. A. (2006). An intermittency model for bypass transition. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 36, 1-6.
8. Yang, Z., & Voke, P.R. (1993). Large-Eddy Simulation Studies of Bypass Transition. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*. W. Rodi & F. Martelli (Ed). Amsterdam.
9. Jacobs, R.G., Durbin, P.A. (2001). Simulation of bypass transition. *J. of Fluid Mech*, 428, 185-212.
10. Ovchinnikov, V, Choudhari, M., & Piomelli, U. (2008). Numerical simulations of boundary-layer bypass transition due to high-amplitude free-stream turbulence. *J. Fluid Mech*, 613, 135-169.
11. Golovnya, B.P. (2020). Important properties of turbulent near-wall flows which are not accounted by modern RANS models. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 146, 118813.
12. Roach, P.E., & Brierley, D.H. (1992). The Influence of a Turbulent Free-Stream on Zero Pressure Gradient Transitional Boundary Layer Development. *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence*. O. Pironneau (Ed.), W.
13. Dyban, E.P., & Epik, E.Y. (1985). Teplomasssobmen i gidrodinamika turbulizirovannykh potokov [Heat and mass transfer and hydrodynamics of turbulent flows]. Kyiv, Naukova Dumka [in Russian].

GOLOVNYA Boris,

Doctor of Technical Sciences, Associated Professor, Department of Applied Mathematics and Informatics, The Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy

CALCULATION OF A LAMINAR-TURBULENT TRANSITION IN A BOUNDARY LAYER ON A FLAT PLATE BLOWED BY A TURBULIZED FLOW

Summary. Introduction. *The task of modeling the bypass transition can be formulated as follows. In a uniform turbulent flow, a flat plate is installed parallel to the main flow direction. The distributions of all pulsating and averaged flow parameters in the external flow and in front of the plate are known. A boundary layer develops on the surface of the plate. At a certain distance from the beginning of the plate, due to external turbulence, the characteristics of the boundary layer on the plate begin to differ from the characteristics of the laminar boundary layer, i.e. the transition begins. Over time, the layer on the plate becomes turbulent. It is required to calculate the process of development of turbulence in the boundary layer. For reasons of economy, the calculation of the Navier-Stokes equation needs to be solved in the approximation of the boundary layer. The initial conditions should be specified in the form of rectangular profiles of all parameters directly at the starting point of the plate, i.e. in a single physically sound form.*

The Purpose. *To solve this problem, on the basis of the turbulence model developed by the author [11], a model is proposed for modeling the bypass transition.*

Results and conclusion. *1. Simulations of the bypass transition on a flat plate were provided by the author. The calculations were carried out starting directly from the leading edge of the plate, i.e. with the only physically significant initial conditions. The simulation results are in very good agreement with experimental data (Roach, Brierly [12]). Comparison with the LES calculations by Young and Wook [8] shows that this model reproduces the basic laws of the bypass transition not worse, but in some places better, than the LES method.*

2. The model allows us to detect the existence of a turbulized superstructure over the boundary layer in the bypass transition calculations, the so-called superlayer. This phenomenon was experimentally investigated in the work of Dyban, Epik [13].

Keywords: laminar-turbulent transition in the boundary layer, bypass transition, transition with high level of the external flow turbulence.

Одержано редакцією 06.08.2019 р.
Прийнято до публікації 09.10.2019 р.

UDK 519.24, 530.19, 330.46

DOI 10.31651/2076-5886-2019-2-20-34

PACS 02.50.Cw, 02.70.Rr, 03.65.-w,
89.65.Gh

СОЛОВІЙОВ Володимир Миколайович,
доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач кафедри інформатики
та прикладної математики Криворізького
державного педагогічного університету
e-mail: vnsoloviev2016@gmail.com
ORCID 0000-0002-4945-202X

СЕРДЮК Олександр Анатолійович,
кандидат економічних наук, старший
викладач кафедри прикладної математики
та інформатики Черкаського національного
університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: serdyuk@ukr.net
ORCID 0000-0002-3919-4661

МОДЕЛІ ЗАСТОСУВАННЯ ЕНТРОПІЇ ПЕРІОДУ РЕКУРЕНТНОСТІ ТА ЕНТРОПІЇ РЕКУРЕННОСТІ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

У статті розглянуто методику розрахунку ентропії періоду рекурентності та ентропії рекурентності на основі методу рекурентних діаграм, запропонованого Н. Марваном. Проаналізовано поведінку ентропій на основі синтетичних даних. Продемонстровано стабільність отримуваних показників з використанням процедури рухомого вікна на синтетичних даних. Проведено оцінку поведінки динаміки показників на основі економічних часових рядів: індексу Доу Джонса та цін на нафту. Зроблено висновки про можливість використання досліджуваних показників для аналізу часових рядів економічної природи та визначення критичних періодів у економічних системах.

Ключові слова: складна система, ентропія, рекурентна діаграма, кризове явище

Вступ

Складні системи – це системи з великою кількістю агентів, які взаємодіють між собою. Під час такої взаємодії на макроскопічному рівні колективної поведінки генеруються нові характеристики систем, що проявляються шляхом самовільної організації значних часових, функціональних чи просторових структур. Застосування кількісних методів у якості процесів моделювання включає у себе процедури вимірювання, де досить важливими є показники складності системи, для кількісного опису яких існує велике різноманіття підходів.

Одним з таких підходів є застосування поняття ентропії [1], на якому ґрунтується другий закон термодинаміки. Узагальнено - другий закон полягає у властивості закритих систем прагнути набути стану термодинамічної рівноваги. У відповідності з цим у замкнутій системі, яка досягла рівноважного стану, ніяка частина внутрішньої енергії системи не може бути перетворена у механічну енергію, і внутрішній хаос системи поступово зростає [1].